Liber Abaci

CAPITOLUM SEPTIMUM

PARS PRIMA

VII.1.1

De aditione $\frac{1}{3}$ cum $\frac{1}{4}$.

Si uolueris addere $\frac{1}{3}$ cum $\frac{1}{4}$, hoc te dupliciter facere docemus: primum quidem secundum uulgi modum. Inuenias in quo numero reperiatur $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4}$, qui numerus sic inuenitur: multiplica 3 per 4, que sunt sub uirgulis, erunt 12, in | quibus reperiuntur $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$; et ideo accipe tertiam partem eorum, que est 4, et quartam partem que est 3; et adde ea insimul, erunt 7; que diuide per 12, exibunt $\frac{7}{12}$, hoc est septem partes duodecimis partibus unius integri.

Irem aliter describe $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ in hunc modum; et multiplica 1, quod est super 3 per 4, erunt 4; que pone super $\frac{1}{3}$, et 1 quod est super 4, multiplica per 3, erunt 3; que pone super $\frac{1}{4}$, et adde ea insimul, erunt 7; que diuide per 3 et per 4 que sunt sub uirgulis, hoc est per 12, exibunt similiter $\frac{7}{12}$ pro eorum iunctione: et scias quia tale est addere $\frac{1}{3}$ cum $\frac{1}{4}$, quale est dicere $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$, que partes sunt unius integri: sunt enim $\frac{7}{12}$ unius integri; et sic intelligas de omnibus ruptorum additationibus.

3	4
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{7}{12}$ addictio	

VII.1.2

De extratione $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$.

Et si uolueris $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$ extrahere: tria que sunt super $\frac{1}{4}$, hoc est quartam de 12, extrahe de 4, que sunt super $\frac{1}{3}$, hoc est de tertia de 12, remanebit 1; quod diuide per 12 inuenta, uel per 3 et per 4 que sunt sub uirgis, exibit pro residuo dicte extractionis $\frac{1}{12}$, hoc est $\frac{1\,0}{2\,6}$. Et si $\frac{1}{3}$ per $\frac{1}{4}$ diuidere uis, diuide 4 que sunt super $\frac{1}{3}$ per 3, et habebis $\frac{1}{3}$ 1 pro eo quod contigit integre parti. Verbi gratia: proportio de $\frac{1}{3}$ ad $\frac{1}{4}$ est sicut proportio duodecupli de $\frac{1}{3}$ ad duodecuplum de $\frac{1}{4}$, hoc est sicut 4 est ad 3, ita $\frac{1}{3}$ est ad $\frac{1}{4}$. Quare diuisio $\frac{1}{3}$ per $\frac{1}{4}$ prouenit illud quod ex diuisis 4 per 3: uel aliter, cum dicitur: diuide $\frac{1}{3}$ per $\frac{1}{4}$, tunc intelligitur quarte parti configere tertiam integri. Quare quadruplo quarte partis, scilicet parti integre contigit quadruplum unius tertie, scilicet $\frac{1}{3}$ 1, ut predixi. Et si $\frac{1}{4}$ per $\frac{1}{3}$ diuidere uis ut scias quid inde contingat uni parti integre, diuide 3 posita super $\frac{1}{4}$ per 4 posita super $\frac{1}{3}$, exibunt $\frac{3}{4}$: nam proportio de $\frac{1}{4}$ ad $\frac{1}{3}$ est sicut proportio de 3 ad 4, uel cum tertie parti contingit $\frac{1}{4}$ tribus tertiis, scilicet parti integre contingent $\frac{3}{4}$.

VII.1.3

Item si uolueris addere $\frac{2}{3}$ cum $\frac{4}{5}$, inuenias similiter in quo numero reperiantur $\frac{4}{5}$ $\frac{2}{3}$ sic: multiplicabis 3 per 5 que sunt sub uirgulis, erunt 15; et in ipso numero reperiuntur $\frac{4}{5}$ $\frac{2}{3}$: quare accipe $\frac{2}{3}$ de 15, que sunt 10, et $\frac{4}{5}$ de 15, que sunt 12, et adde insimul erunt 22; que diuide per 15, exibit $\frac{7}{15}$ 1 pro adiunctione de $\frac{2}{3}$ et $\frac{4}{5}$.

Item aliter describes $\frac{4}{5}$ $\frac{2}{3}$ ut in margine ostenditur; et multiplica 2 que sunt super 3 per 5, erunt 10; que pone super $\frac{2}{3}$, et 4 que sunt super 5 per 3, erunt 12; que pone super $\frac{4}{5}$ in questione. Adde ergo 10 cum 12, erunt 22 ut supra; que diuide per ruptos qui sunt sub uirgulis, scilicet per $\frac{1\,0}{3\,5}$, exibunt $\frac{1\,2}{3\,5}$ 1, ut in questione ostenditur, hoc est $\frac{7}{15}$ 1, ut per alium modum repertum est.

Uerum si $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ extrahere uolueris, inuenies 10 et 12 superius repertis per qualem uolueris modum descriptis duobus modis; et extrahe 10 de 12, remanent 2; que diuide per ruptos, uidelicet per $\frac{1\,0}{3\,5}$, exibunt $\frac{2\,0}{3\,5}$, hoc est $\frac{2}{15}$ pro residuo quesite extractionis. Et si $\frac{4}{5}$ per $\frac{2}{3}$ diuidere uis, diuide 12 per 10, exibit $\frac{1}{5}$ 1; et tot contingit unius parti integre ex ipsa diuisione. Et si $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{5}$ diuidere uis, diuide 10 per 12, exibunt $\frac{5}{6}$.

12	10
$\frac{4}{5}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{1\,2}{3\,5}$ 1	

PARS SECUNDA

VII.2.1

Pars secunda de additione et extractione duorum ruptorum adiunctione et de eorum diuisione.

Si uolueris addere $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ cum $\frac{1}{7}\ \frac{1}{5}$, uide de $\frac{1}{7}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ in quo numero reperiantur, quod sic uidendum est: multiplica insimul numeros qui sunt sub uirgulis, uidelicet 3 per 4; que per 5; que per 7, erunt 420, que est minimus commensuratus prescriptorum numerorum, hoc est quod est minor numerus, in quo reperiuntur prescripti rupti; ideo quia non habent aliquam comunem regulam ad inuicem. Accipe ergo $\frac{1}{3}$ de 420, que est 140, et adde cum quarta de eisdem 420, que in 105, et cum quinta que est 84, et cum septima que est 60, erunt 389; quem diuide per 420, exibunt $\frac{389}{420}$ pro iunctione prescriptorum ruptorum. Et est idem cum queritur de $\frac{1}{7}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ que partes sint unius integri. Possumus enim aliter secundum magisterium numerorum addere $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ cum $\frac{1}{7}\ \frac{1}{5}$, uidelicet quod describantur rupti secundum quod hic cernuntur; et multiplica 1 quod est super 3 per 4, et 1 quod est super 4 per 3, erunt 7; que multiplica per 5, et per 7, que sunt sub aliis duabus uirgulis alterius lateris, erunt 245, que sunt $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ de 420, ut superius inuenimus: pone ergo 245 super $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ in questione; deinde accedas ad $\frac{1}{7}\ \frac{1}{5}$; et multiplica 1, quod est super 5 per 7, et 1 quod est super 7 per 5, erunt 12; que multiplica per 3 et per 4, que sunt sub uirgulis, erunt 144, que sunt $\frac{1}{7}\ \frac{1}{5}$ de 420: pone ergo 144 super $\frac{1}{7}\ \frac{1}{5}$, et adde 144 cum 245, erunt 389; que diuide per ruptos, uidelicet per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{3\ 4\ 5\ 7}$, et apta prescriptos ruptos, exibunt $\frac{5\ 1\ 9}{6\ 7\ 10}$, que equantur $\frac{389}{420}$.

144	245
$\frac{1}{7}\ \frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$
$\frac{5\ 1\ 9}{6\ 7\ 10}$	additio

VII.2.2

Extractio de $\frac{1}{7}\ \frac{1}{5}$ de $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$.

Si uero $\frac{1}{7}\ \frac{1}{5}$ de $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ extrahere uolueris, reperies prescripta 245 et 144 per equalem uolueris modum de duobus prescriptis modis; et extrahe 144 de 245, remanebunt 101; que supra prescripta ratione diuide per $\frac{1\ 0\ 0}{6\ 7\ 10}$, exibunt $\frac{5\ 2\ 2}{6\ 7\ 10}$ pro residuo dicte extractionis. Et si $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ per $\frac{1}{7}\ \frac{1}{5}$ diuidere uis, diuide 245 per regulam de 144, exibunt $\frac{1\ 2\ 6}{2\ 8\ 9}1$. Et si 144 per regulam de 245 diuiseris, habebis $\frac{4\ 0\ 4}{5\ 7\ 7}$ pro eo quod contingit integre parti ex diuisione $\frac{1}{7}\ \frac{1}{5}$ in $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$, ut in questione ostenditur.

144	245
$\frac{1}{7}\ \frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$
$\frac{5\ 2\ 2}{6\ 7\ 10}$	extractio

VII.2.3

Additio de $\frac{2}{7}\,\frac{3}{5}$ cum $\frac{2}{9}\,\frac{3}{8}$.

Item si uolueris addere $\frac{2}{7}\,\frac{3}{5}$ cum $\frac{2}{9}\,\frac{3}{8}$, reperies numerum in quo reperiantur rupti, eritque 2520, qui exiit ex multiplicatione quattuor numerorum qui sunt sub uirgulis; et non reperiuntur in minore numero, eo quod non habent aliquam comunem regulam ad inuicem: et accipe $\frac{3}{5}$ de 2520, que sunt 1512, et adde cum $\frac{2}{7}$ de 2520, que sunt 720, erunt 2232, que serua. Item accipe $\frac{2}{9}\,\frac{3}{8}$ de 2520, que sunt 1505, que adde cum 2232 seruatis, erunt 3737; que diuide per regulam de 2520, que est $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{4\ 7\ 9\ 10}$, exibit $\frac{1\ 3\ 7\ 4}{4\ 7\ 9\ 10}1$. Item aliter describe ruptos, ut inferius cernitur; et incipias a $\frac{2}{7}\,\frac{3}{5}$ sic: multiplicabis 3, que sunt super 5, per 7, que sunt sub uirgula, erunt 21. Item multiplicabis 2, que sunt super 7, per 5, erunt 10, que addes cum 21, erunt 31; que multiplicabis per alios ruptos, uidelicet per 8 et per 9, hoc est per 72, exibunt 2232, ut per $\frac{2}{7}\,\frac{3}{5}$ de 2520 superius reperta sunt: pone ergo 2232 super $\frac{2}{7}\,\frac{3}{5}$, et accedas ad $\frac{2}{9}\,\frac{3}{8}$; et multiplica 3, que sunt super 8 per 9, et 2, que sunt super 9, per 8, et adde insimul, erunt 43; que multiplica per alios ruptos, uidelicet per 5 et per 7, erunt 1505, ut superius pro $\frac{2}{9}\,\frac{3}{8}$ de 2520 inuenimus: pone ergo 1505 super $\frac{2}{9}\,\frac{3}{8}$: deinde adde 1505 cum 2232, erunt 3737; que diuide per omnes numeros qui sunt sub uirgulis, et aptabis eos, exibit similiter $\frac{1\ 3\ 7\ 4}{4\ 7\ 9\ 10}1$. |

1505	2232
$\frac{2}{9}\,\frac{3}{8}$	$\frac{2}{7}\,\frac{3}{5}$
$\frac{1\ 3\ 7\ 4}{4\ 7\ 9\ 10}1$	addictio

VII.2.4

Extractio $\frac{2}{9}\,\frac{3}{8}$ de $\frac{2}{7}\,\frac{3}{5}$.

Si autem $\frac{2}{9}\,\frac{3}{8}$ de $\frac{2}{7}\,\frac{3}{5}$ extrahere uolueris, reperies prescripta 2232 et 1505, et extrahes 1505 de 2232, remanebunt 727; que prescripta ratione diuide per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{4\ 7\ 9\ 10}$, exibunt $\frac{3\ 6\ 7\ 2}{4\ 7\ 9\ 10}$, ut in hac alia cernitur descriptione. Et si $\frac{2}{7}\,\frac{3}{5}$ per $\frac{2}{9}\,\frac{3}{8}$ diuidere uis, diuide 2232 per regulam de 1505, et primus contrarium facies contrarium; et habebis optata, ut in questione cernitur.

2232	Resi duum	1505
$\frac{2}{7}\,\frac{3}{5}$		$\frac{2}{9}\,\frac{3}{8}$
$\frac{3\ 6\ 7\ 2}{4\ 7\ 9\ 10}$		

VII.2.5

Additio $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ *cum* $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$.

Item si uolueris addere $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ cum $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$, inuenies numerum in quo reperiantur prescripti rupti. Eritque 60, qui numerus reperitur ex multiplicatione de 3 in 4 et in 5; et non oportet ut multiplicentur 60 per 6 propter comunitatem regule, quam habent 6 cum 3 et cum 4: tota enim 3 sunt comunia eisdem 6: quare non opportet ut multiplicentur 60 nisi per tertiam de 6, que est 2, nec etiam per ipsa 2 oportet 60 multiplicare; quia 2 sunt in regula de 4: et ut hoc dicam promptius: regula de 6 est $\frac{10}{23}$. Ideo non repetimus 3, neque 2 in multiplicatione, que sunt regula de 6 propter 3 et 4, que multiplicauimus 4 cum habuimus 60. In omni enim numero, in quo reperiuntur $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$, reperietur etiam $\frac{1}{2}$: accipe itaque $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ $\frac{1}{5}\frac{1}{3}$ de 60, et adde insimul, erunt 57; que diuide per 60, exibunt $\frac{57}{60}$: sed quia 57 cum 60 habent comunem regulam, scilicet $\frac{1}{3}$, possumus has $\frac{57}{60}$ pulchrius dicere, uidelicet ut diuidas 57 per 3, exibunt 19: similiter diuide 60 per eadem 3, exibunt 20; in quibus diuide 19, exibunt $\frac{19}{20}$, que sunt unum integrum minus uigesima. Item aliter describe ruptos ut hic ostenditur; et incipias a $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$, et multiplicabis 1, quod est super 3, per 4, et 1, quod est super 4, per 3, erunt 7; que multiplica per 5 que sunt sub uirgula, erunt 35, que deberes multiplicare per 6, nisi relinqueres propter comitatem, quam habes 6 cum $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$: pone ergo 35 super $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$, que sunt $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ de 60: deinde multiplica 1, quod est super 5, per 6, et 1, quod est super 6, per 5, erunt 11, que deberes multiplicare per 3 et per 4: sed relinques quod non multiplicabis per 3; quia sunt in regula de 6, neque per 2, que sunt in regula de 4; cum sint similiter in regula de 6: ergo multiplicabis prescripta 11 per 2 que remanent de 4, erunt 22, que sunt $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$ de 60: pones ergo 22 super $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$, et addes 22 cum 35, erunt 57, ut superius inuenimus: et diuide ipsa per $\frac{400}{345}$; quia per 6 non debes diuidere eos, eo quia nos relinquimus ea in multiplicatione utriusque lateris, et aptabis prescriptos ruptos, exibunt $\frac{1}{2}\frac{9}{10}$, hoc est $\frac{19}{20}$, ut in questione ostenditur.

22	35
$\frac{1}{6}\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}\frac{1}{3}$
5	2
$\frac{1}{2}\frac{9}{10}$	additio

VII.2.6

Dicam aliter et apertius in reperiendis suprascriptis 35 et 32. Multiplica 3 per 4, que sunt sub uirgis ab una parte, erunt 12: serua ea in manu dextera; et multiplica 5 per 6, que sunt sub aliis duabus uirgis alterius lateris, erunt 30, que serua in sinistra; et diuide utrumque numerorum seruatorum in manibus per maximam comunem mensuram eorum que est 6, exibunt in manu dextra 2, et in sinistra 5: pones 2 sub $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$, et 5 sub $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$; et multiplicabis reperta 7 per 5 posita sub $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$, et 11 per 2 posita sub $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$; et habebis 35 et 22; quorum summam, scilicet 57, diuide per numeros, qui sunt sub uirgis unius lateris, et per numerum positum sub aliis, scilicet per 5 et per 6 et per 2 aut per 3, et per 4 et per 5, hoc est per regulam de 60.

22	35
$\frac{1}{6}\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}\frac{1}{3}$
$\frac{1}{6}\frac{2}{10}$ extractio	

VII.2.7

Extratio $\frac{1}{6}\ \frac{1}{5}$ *de* $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$

Si autem $\frac{1}{6}\ \frac{1}{5}$ de $\frac{1}{4}\ \frac{1}{5}$ extrahere uolueris, reperies prescripta 35 et 22, et extrahes 22 de 35, remanebunt 13; que diuide suprascripta ratione per $\frac{1\ 0}{6\ 10}$, exibunt $\frac{1\ 2}{6\ 10}$ pro residuo dicte extractionis.

VII.2.8

Additio $\frac{1}{7}\ \frac{2}{3}$ *cum* $\frac{1}{9}\ \frac{3}{5}$.

Item si uolueris addere $\frac{1}{7}\ \frac{2}{3}$ cum $\frac{1}{9}\ \frac{3}{5}$, reperias numerum in quo reperiantur rupti prescripti, eritque 315; qui numerus exit ex multiplicatione ruptorum, euitatis tamen inde 3, que sunt comunis regula de 9 et de 3; que non oportet repetere in multiplicatione, ideo quia $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{9}$ reperiuntur in 9: unde omnis numerus, qui habet $\frac{1}{9}$, habet similiter et $\frac{1}{3}$: accipe ergo $\frac{2}{3}$ de 315, que sunt 210, et adde cum $\frac{1}{7}$ eorumdem, que est 45, erunt 255, que serua: et accipe $\frac{1}{9}\ \frac{3}{5}$ de eisdem 315, que sunt 234, et adde cum 255, erunt 489; que diuide per regulam de 315, que est $\frac{4\,0\,0}{5\,7\,9}$, exibit $\frac{4\,6\,4}{5\,7\,9}$ 1.

VII.2.9

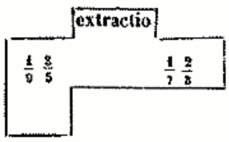
Aliter secundum artem describe ruptos ut hic ostenditur, et incipias a $\frac{1}{7}\ \frac{2}{3}$: multiplica 2 que sunt super 3 per 7, et 1 quod est super 7 per 3, et adde insimul, erunt 17; que multiplica per 5, erunt 85; que multiplica per tertiam de 9, hoc est per 3, propter comitatem regule quam habet 3, que sunt sub uirgula cum 9; eritque multiplicatio illa 255, que sunt $\frac{1}{7}\ \frac{2}{3}$ de 315, ut superius inuenimus. Pones ergo 255 super $\frac{1}{7}\ \frac{2}{3}$, et accedas ad $\frac{1}{9}\ \frac{3}{5}$ multiplicando 3, que sunt super 5, per 9 et 1, que sunt super 9, per 5, erunt 32; que multiplica per 7, erunt 234, ut superius pro $\frac{1}{9}\ \frac{3}{5}$ de 315 reperta sunt: que 234 non oportet multiplicare per 3, que sunt sub uirgula propter comitatem predictam, quam habet 3 cum 9: ponas igitur 234 super $\frac{1}{9}\ \frac{3}{5}$, et adde 234 cum 255, erunt 489; que diuide per $\frac{4\,0\,0}{5\,7\,9}$, que sunt sub uirgulis, et relinquas 3 quod non diuides per ipsa; ideo quia in multiplicatione utrarumque partium reliquisti quod non multiplicasti per 3: quare summam | iunctionis ipsarum partium non debes diuidere per 3; sed debes eam diuidere per alios ruptos, cum per ipsos multiplicasti, exibit $\frac{4\,6\,4}{5\,7\,9}$1, ut superius.

additio	
2 2 4	2 5 5
$\frac{1}{9}\ \frac{3}{5}$	$\frac{1}{7}\ \frac{2}{3}$

VII.2.10

Extractio $\frac{1}{9}$ $\frac{3}{5}$ *de* $\frac{1}{7}$ $\frac{2}{8}$.

Si autem $\frac{1}{9}$ $\frac{3}{5}$ de $\frac{1}{7}$ $\frac{2}{8}$ extrahere uolueris, reperies prescripta 255 et 234: extrahes 234 de 255, remanebunt 21, que diuide suprascripta ratione per $\frac{1\ 0\ 0}{5\ 7\ 9}$ tantum prius diuidas per 7 et per 9, quam per 5: ideo quia 21 integraliter diuiditur per 7 et per 3, que sunt de regula ipsorum 9, exibunt $\frac{3\ 0}{9\ 5}$ pro residuo dicte extractionis, hoc est $\frac{1\ 0}{3\ 5}$: de diuisione autem eorum ad inuicem fac ut supra.



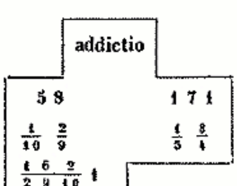
VII.2.11

Additio de $\frac{1}{5}$ $\frac{3}{4}$ *cum* $\frac{1}{10}$ $\frac{2}{9}$.

Rursus si uolueris addere $\frac{1}{5}$ $\frac{3}{4}$ cum $\frac{1}{10}$ $\frac{2}{9}$, multiplica numeros, qui sunt sub uirgulis, scilicet 4 per 5, erunt 20; que per 9, erunt 180; que 180 non oportet multiplicare per 10, cum in 180 reperiatur $\frac{1}{10}$. Quare accipies $\frac{1}{5}$ $\frac{3}{4}$ de 180, scilicet 171, et addes ea cum $\frac{1}{10}$ $\frac{2}{9}$ de 180, scilicet eum 58, erunt 229, que diuide per 180, exibit $\frac{1\ 6\ 2}{2\ 9\ 10}$ 1.

VII.2.12

Aliter describe ruptos, et multiplica 3, que sunt super 4, per 5 et 1, quod est super 5 per 4, erunt 19; que multiplica per 9, erunt 171, que relinque multiplicare per 10 propter comitatem quam habent cum 5 et cum 4 : pone ergo 171 super $\frac{1\ 3}{5\ 4}$; quia ipsa sunt $\frac{1}{5}$ $\frac{3}{4}$ de 180 : deinde multiplica 2, que sunt super 9, per 10 et 1, quod est super 10 per 9, erunt 29; que multiplica per 2, et relinques comitatem quam habet 10 cum 4 et cum 5, erunt 58, que sunt $\frac{1}{10}$ $\frac{2}{9}$ de 180: adde ergo 58 cum 171, erunt 229; que diuide per ruptos, qui sunt in uno latere, et per ruptum alterius lateris, qui multiplicatur in multiplicatione, hoc est, aut per 4 et per 5 que sunt in uno latere, et per 9 que sunt in alio latere, in quibus multiplicamus superius 19: uel diuides per 9 et per 10, que sunt ex altero latere, et per 2 que sumpsimus ex alio latere in multiplicatione, in quibus uidelicet multiplicauimus 29; nam $\frac{1\ 0\ 0}{4\ 5\ 9}$ uel $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 9\ 10}$ unum est, et unaqueque ipsarum uirgularum est regula de 180, exibit $\frac{1\ 6\ 2}{2\ 9\ 10}$ 1.



VII.2.13

Nam si $\frac{1}{10}\ \frac{2}{9}$ de $\frac{1}{5}\ \frac{3}{4}$ extrahere uolueris, reperies prescripta 171 et 58, et extrahes 58 de 171, remanebunt 113; que diuide suprascripta ratione per $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 9\ 10}$, exibunt $\frac{1\ 2\ 6}{2\ 9\ 10}$ pro residuo dicte extractionis. Et si ea ad inuicem diuidere uis, fac ut supra.

	extractio	
58		171
$\frac{1}{10}\ \frac{2}{9}$		$\frac{1}{5}\ \frac{3}{4}$
$\frac{1\ 2\ 6}{2\ 9\ 10}$		

VII.2.14

Volo demonstrare modum inueniendi minimum mensuratum datorum quotlibet numerorum: ut si uis inuenire numerum, in quo reperiantur $\frac{1}{10}\ \frac{1}{9}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{7}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}$, multiplica maiorem numerum, qui est sub uirga per sequentem; cum non sint comunicantes, scilicet 10 per 9, erunt 90. Que multiplica per comitatem quam habent cum 8, scilicet per medietatem eorum; cum binarius sit eorum comunis mensura, erunt 360; que multiplica per 7; cum nulla sit euitatio inter ea, erunt 2520, que non oportet multiplicare per 6; cum ipsorum regula sit $\frac{1\ 0}{2\ 3}$, que partes sunt ex partibus numerorum multiplicatorum. Nam $\frac{1}{2}$ est de regula de 10, que regula est $\frac{1\ 0}{2\ 5}$; et $\frac{1}{3}$ est de regula de 9: neque etiam multiplicanda sunt 2520 per 5; cum 5 sint de regula de 10, nec etiam per 4, uel per 2 sunt multiplicanda; cum sint in regula de 8. Similiter nec per 3 oportet multiplicare 2520; cum sint de regula de 9: ergo in 2520 reperiuntur omnes suprascripti rupti; et est minimus commensuratus omnium numerorum, qui sunt sub prescriptis uirgis.

PARS TERTIA

VII.3.1

Incipit pars tertia de diuisione integrorum numerorum per integros cum ruptis etiam, et de eorum contrario.

Cvm uolueris diuidere aliquem integrum numerum cum uno rupto, uel pluribus, uel econtra integrum numerum cum ruptis per alium integrum numerum, fac ruptos de utroque numero quales fuerit ille, uel illi qui fuerint positi cum uno numerorum: deinde diuide summam ruptorum illius numeri per summam ruptorum alterius, et habebis qualem uolueris diuisionem. Et ut hec melius ad oculum deprehendas, quorumdam numerorum diuisiones in sequentibus demonstrare procurabimus.

VII.3.2

Diuisio de 83 per $\frac{2}{3}5$.

Si uolueris diuidere 83 per $\frac{2}{3}5$, fac tertias de unoquoque numero sic: multiplicabis 5 per 3, que sunt sub uirgula, et adde 2, erunt tertie 17: et multiplica 83 per 3, ut facias tertias ex ipsis, erunt tertie 249: diuide ergo 249 per 17, exibunt $\frac{11}{17}14$ pro quesita diuisione.

Ex hoc ergo manifestum est, quod eadem est diuisio de 83 in $\frac{2}{3}5$, quam de 249 in 17; et hoc est quod Euclides peritissimus geometra in suo libro declarat: quod quam proportionem habet quilibet numerus ad quemlibet numerum, eandem proportionem habent equa quelibet multiplicia illorum; que multiplicia ergo sunt 17 de $\frac{2}{3}5$, tam multiplicia sunt 249 de 83: sunt enim 17 tripla de $\frac{2}{3}5$, et 249 tripla de 83. |

Et si econtra uolueris diuidere $\frac{2}{3}5$ per 83, diuide 17 per regulam de 249, que est $\frac{1\ 0}{3\ 83}$, exibunt $\frac{2\ 5}{3\ 83}$ pro quesita diuisione.

17	249
$\frac{2}{3}5$	83
$\frac{11}{17}14$	

17	249
$\frac{2}{3}5$	83
$\frac{2\ 5}{3\ 83}$	

VII.3.3

Diuisio de 94 per $\frac{2}{5}6$.

Item si uolueris diuidere 94 per $\frac{2}{5}6$, si materiam prescriptam secundum huius artis magisterium retinere uolueris, describe numeros ut hic ostenditur: et multiplica 6 per suam uirgulam, hoc est per 5, et adde 2, erunt quinte 32, quas pone super $\frac{2}{5}6$; et multiplica 94 per eadem 5, erunt quinte 470; quas pone super 94, et diuide 470 per regulam de 32, que est $\frac{1\ 0}{4\ 8}$, exibunt $\frac{1\ 5}{2\ 8}14$ pro quesita diuisione. Et si 32 per regulam de 470 diuiseris, habebis $\frac{2\ 3}{10\ 47}$ pro diuisione de $\frac{2}{5}6$ in 94, ut superius in descriptione ostenditur. Verum si 113 per $\frac{1\ 3}{2\ 8}11$ diuidere uolueris, ut hic cernuntur, numeros describe: quibus descriptis, multiplica 11 per suam uirgulam, erunt sexte decime 183, quas pone super $\frac{1\ 3}{2\ 8}11$: deinde multiplica 113 per 8 et per 2, que sunt sub uirgula, hoc est per 16, erunt similiter sexte decime 1808, quas pone super 113: diuide ergo 1808 per regulam de 183, exibunt $\frac{2\ 53}{3\ 61}9$ pro quesita diuisione: et si diuiseris 183 per regulam de 1808, habebis $\frac{1\ 3\ 11}{2\ 8\ 113}$ pro diuisione de $\frac{1\ 3}{2\ 8}11$ in 113. Et iam si plures rupti ponerentur sub eadem uirgula, similiter posses operari.

32	470
$\frac{2}{5}6$	94
$\frac{2\ 5}{4\ 8}14$	

32	470
$\frac{2}{5}6$	94
$\frac{2\ 3}{10\ 47}$	

VII.3.4

Diuisio de 217 *per* $\frac{1}{4}\frac{2}{3}13$.

Si uolueris diuidere 217 per $\frac{1}{4}\frac{2}{3}13$, describe numeros; et multiplica 13 per suas uirgulas, erunt 167 duodecime, quas pone super $\frac{1}{4}\frac{2}{3}13$: deinde multiplica 217 per numeros, qui sunt sub uirgulis, uidelicet per 3 et per 4, uel in una multiplicatione per 12, erunt similiter XII.^{e} 2724, quas pone super 217; et diuide 2724 per 167, exibunt $\frac{52}{167}16$ pro quesita diuisione. Et si 167 per regulam de 2724 diuiseris, exibunt $\frac{1\ 5\ 6\ 1}{2\ 6\ 7\ 84}$ pro diuisione de $\frac{1}{4}\frac{2}{3}13$ in 217, ut in eadem superiori descriptione ostenditur.

1 6 7	2 6 0 4
$\frac{1}{4}\frac{2}{3}13$	2 1 7
$\frac{99}{167}15$	

VII.3.5

Diuisio de 323 *per* $\frac{1}{9}\frac{5}{6}14$.

Item si uolueris diuidere 323 per $\frac{1}{9}\frac{5}{6}14$, quamuis hanc diuisionem, secundum demonstratum modum facere possis; tamen qualiter euitando comitatem ruptorum fieri debeat, ostendamus: primum describe questionem; deinde multiplica 14 per suas uirgulas, euitando tantum sic: multiplicabis 14 per 6 et adde 5, erunt sexte 89, quas multiplica per tertiam de 9 propter comitatem regule, quam habet 6 cum 9. Sunt enim 3 communis regula ipsorum, erunt octaue decime 267; super quas adde multiplicationem de 1, quod est super 9, in tertiam de 6, que sunt sub uirgula, hoc est in 2, erunt octaue decime 269: uel aliter adde $\frac{5}{6}$ cum $\frac{1}{9}$, erunt $\frac{1}{18}$: quare numeri 14 per 18 et adde 17, erunt similiter 269 octaue decime, quas pone super $\frac{1}{9}\frac{5}{6}14$; et multiplica 323 aut per 6 et per tertiam de 9, aut per 9 et per tertiam de 6 propter comitatem regule ipsorum: ergo multiplicabis in una multiplicatione 323 per 18, quod idem est, erunt octaue decime 5814, quas pone super 323: deinde diuide 5814 per 269, exibunt $\frac{165}{269}21$ pro quesita diuisione. Nam si 269 per regulam de 5814 diuiseris, reperies $\frac{18\ 14\ 0}{29\ 17\ 19}$ pro diuisione de $\frac{1}{9}\frac{5}{6}14$ in 323, ut superius in descriptione ostenditur.

2 6 9	5 8 1 4
$\frac{1}{9}\frac{5}{6}14$	3 2 3
$\frac{165}{269}21$	diuisio maioris
$\frac{18\ 14\ 0}{29\ 17\ 19}$	diuisio minoris

VII.3.6

Diuisio de 1357 *per* $\frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ 83.

Si autem uolueris diuidere 1357 per $\frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ 83, describe numeros; et multiplica 83 per suas uirgulas, erunt sexagesime 5027: pone ergo 5027 super $\frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ 83, et proba ea secundum quod in multiplicationibus per ruptum tibi demostrabimus. Est enim pensa ipsorum 1 per septenarium, ut oportet; quam pensam pone super 5027: deinde multiplica 1357 per numeros qui sunt sub uirgulis post 83, hoc est per 3; que per 4; que per 5, uel in una multiplicatione per 60, erunt sexagesime 81420, quos pone super 1357. Et super ipsos pone pensam ipsorum per septenarium que est 3: deinde diuide 81420 per regulam de 5027, que est $\frac{1\ \ 0}{11\ 457}$, exibunt $\frac{9\ \ 89}{11\ 457}$ 16 pro quesita diuisione: quare si multiplicaueris ipsa per $\frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ 83, eadem 1357 prouenerint; et est pensa ipsius diuisionis 3 per 7, sicuti est pensa de 81420: et si 5027 per regulam de 81420 diuiseris, habebis $\frac{5\ 7\ 11\ 3}{6\ 10\ 23\ 59}$ pro diuisione de $\frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ 83 in 1357, cuius diuisionis pensa est 1 per 7, sicuti sunt de 5027; et sic intelligas de pensis quarumlibet diuisionum similium.

VII.3.7

Diuisio 2456 *per* $\frac{1}{10}\ \frac{2}{9}\ \frac{5}{6}$ 15.

Item aliam huiusmodi cum tribus ruptis proponamus diuisionem, qui ad inuicem comunem habeant regulam: ut modum euitandi melius intelligas, proponimus enim tibi ut diuidas 2456 per $\frac{1}{10}\ \frac{2}{9}\ \frac{5}{6}$ 15: describe questionem, et multiplica 15 per suas uirgulas, euitando sic: multiplicabis 15 per 6, et addes 5, erunt sexte 95; quas multiplica per tertiam de 9, que sunt sub uirgula; quia propter comitatem quam habet 9 cum 6, non oportet per ipsa tota multiplicare; erunt itaque octaue decime 285, quas multiplica per 5, que sunt medietas de 10 propter 2, que sunt comunis regula de 10 et de 6, erunt nonagesime 1425. Item multiplica 2 que sunt super 9, que sunt none | per 10, erunt nonagesime 20, quas non oportet multiplicare per 6; quia tota 6 comunia sunt regularum de 9 et de 10. Nam regula de 6 est $\frac{10}{23}$ et $\frac{1}{2}$ sequentis regule est de regula de 10, que est $\frac{10}{25}$. Et $\frac{1}{3}$, que remanet de 6, sunt in regula de 9; cum ipsa sit $\frac{10}{33}$: deinde multiplica 1, quod est super 10, per 9, erunt nonagesime 9, quas non oportet per 6, propter comitatem predictam, multiplicare.

Adde ergo nonagesimas 9 inuentas cum nonagesimis 20, et cum nonagesimis 1425, erunt nonagesime 1454, quorum pensa per septenarium est 5: pone ergo 1454 super 15 et super ruptos suos, et 5 pro pensa pone desuper. Potes enim aliter de $\frac{1}{10}\ \frac{2}{9}\ \frac{5}{6}$ 15 nonagesimas facere: tamen notandum est primum, quare inde nonagesime fieri debeant. Debent enim fieri propter $\frac{1}{10}\ \frac{2}{9}\ \frac{5}{6}$ que reperiuntur in 90: et est minor numerus, in quo ipse fractiones reperiuntur: quare multiplica 15 per 90, erunt nonagesime 1350: super quas adde $\frac{1}{10}\ \frac{2}{9}\ \frac{5}{6}$ de 90, que sunt nonagesime 104, erunt similiter nonagesime 1454: postea fac nonagesimas de 2456, erunt nonagesime 221040; quas pone super 2456, et diuide 221040 per regulam de 81454, exibunt $\frac{0\ 16}{2\ 727}$ 152 pro quesita diuisione. Et si 1454 per regulam de 221040 diuiseris, habebis diuisionem de $\frac{1}{10}\ \frac{2}{9}\ \frac{5}{6}$ 15 in 2456. Que diuisio est $\frac{6\ 10\ 2}{89\ 10\ 807}$, ut superius in questione ostenditur.

1454	221040
$\frac{1}{10}\ \frac{2}{9}\ \frac{5}{6}$	2456

PARS QUARTA

VII.4.1

Incipit pars quarta de aditione extratione seu diuisione integrorum numerorum cum ruptis.

Cum autem aliquem numerum cum uno rupto, uel pluribus addere uolueris cum quolibet alio numero, similiter cum uno rupto uel pluribus, uel minorem ipsorum cum suo rupto, uel ruptis de maiori cum suo rupto, uel ruptis extrahere, seu aliquem ipsorum per alterum diuidere, describe minorem numerum cum suo rupto, uel ruptis in dextera tabule parte. Maiorem uero cum suis ruptis in eadem linea uersus sinistram, sicuti in precedenti parte demonstrauimus: et multiplica minorem numerum per suam uirgulam, sicuti superius docuimus; et summam per omnes numeros, qui fuerint sub uirgula, uel uirgulis maioris numeri multiplica. Et multiplicatio, que euenerit super prescriptum numerum minorem, reserua. Deinde maiorem numerum per suam uirgulam, uel uirgulas, et per omnes numeros qui sunt sub uirgula, uel uirgulis minoris numeri multiplica. Et summam super ipsum maiorem numerum describe. Et tunc si uolueris addere, addes ipsos numeros repertos, et coadunatam summam per omnes ruptos qui fuerint in positione diuide, et habebis additationem ipsorum. Et si maiorem de maiori extrahere uolueris, extrahes repertum numerum, et positum super minorem numerum de reperto numero, et posito super maiorem, residuumque per omnes ruptos similiter diuide, et habebis residuum quod est inter maiorem et minorem. Et si maiorem per minorem diuidere uolueris, maiorem repertum numerum per minorem repertum numerum diuide. Et si minorem per maiorem diuidere uolueris, diuide minorem repertum numerum per maiorem repertum numerum; et sic habebis qualem uolueris ipsorum diuisionem. Et ut hec omnia apertius intelligantur, singulariter ea cum positionibus numerorum presentialiter proponimus demonstrare.

VII.4.2

Additio de $\frac{1}{3}$ 12 *cum* $\frac{3}{4}$ 126.

Si uolueris addere $\frac{1}{3}$ 12 cum $\frac{3}{4}$ 126, describe numeros ut hic ostenditur, et multiplica 12 per suam uirgulam, erunt tertie 37; quas multiplica per 4, que sunt sub uirgula post 126, erunt XII.e 148, quas pone super $\frac{1}{3}$ 12: deinde multiplica 126 per suam uirgulam, erunt quarte 507; quas multiplica per 3, que sunt sub uirgula post 12, erunt duodecime 1521, quas pone super $\frac{3}{4}$ 126: adde itaque duodecimas 148 cum duodecimis 1521, erunt duodecime 1669; quas diuide per utrumque ruptum, uidelicet per 3 et per 4, uel in una diuisione per 12, exibunt $\frac{1}{12}$ 139, ut in questione ostenditur.

1521	148
$\frac{3}{4}$ 126	$\frac{1}{3}$ 12
Summa iunctionis	
$\frac{1}{12}$ 139	

VII.4.3

De eodem.

Potes enim hanc eamdem additationem aliter reperire, ut addas integra cum integris, uidelicet 12 cum 126, erunt 138 : deinde adde ruptos in unum, scilicet $\frac{1}{3}$ cum $\frac{3}{4}$, sicuti superius in prima parte huius capituli demonstrauimus, erit $\frac{1}{12}$ 1; que adde cum 138, erunt $\frac{1}{12}$ 139, ut modo pro suprascripta iunctione inuenimus. |

VII.4.4

Extractio de $\frac{1}{3}$ 12 de $\frac{3}{4}$ 126.

Uerum si $\frac{1}{3}$ 12 de $\frac{3}{4}$ 126 extrahere uolueris, describes questionem ut supra, et reperies prescripta 148 et 1521: et extrahes 148 de 1521, remanebunt duodecime 1373; quas diuide suprascripta ratione per 12, exibunt integre $\frac{5}{12}$ 114 pro residuo dicte extractionis, ut in questione ostenditur.

Uel aliter : extrahe integra de integris , uidelicet 12 de 126, remanent 114: deinde extrahe $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{4}$, remanent $\frac{5}{12}$, quas adde cum 114, erunt $\frac{5}{12}$ 114 similiter. Et si diuidere uolueris $\frac{3}{4}$ 126 per $\frac{1}{3}$ 12 , diuides 1521 per regulam de 148, que est $\frac{1\ \ 0}{4\ \ 37}$, exibunt $\frac{1\ \ 10}{4\ \ 37}$ 10 pro quesita diuisione, ut in sua demonstrabitur descriptione.

Item si minorem per maiorem diuidere uolueris, scilicet $\frac{1}{3}$ 12 per $\frac{3}{4}$ 126, repertis quidem 148 et 1521, diuides 148 per regulam de 1521, que est $\frac{1\ \ 0\ \ 0}{9\ \ 13\ \ 13}$, exibit $\frac{4\ \ 8\ \ 1}{9\ \ 13\ \ 13}$ unius integri pro quesita diuisione.

1521	148
$\frac{3}{4}$ 126	$\frac{1}{3}$ 12
Residuum extractionis	
$\frac{5}{12}$ 114	

1521	148
$\frac{3}{4}$ 126	$\frac{1}{3}$ 12
descriptio diuisionis maiorem per minorem	

1521	148
$\frac{3}{4}$ 126	$\frac{1}{3}$ 12
diuisio minoris per maiorem	
$\frac{4\ \ 8\ \ 1}{9\ \ 13\ \ 13}$	

VII.4.5

Addictio de $\frac{3}{4}$ 13 cum $\frac{2}{5}$ 171.

Si uero $\frac{3}{4}$ 13 cum $\frac{2}{5}$ 171 addere uolueris, describe numeros ut prediximus; et multiplica 13 per 4, et adde 3, que sunt super 4, erunt quarte 55; quas multiplica per 5, que sunt sub uirgula post 171, erunt uigesime 275, quas pone super $\frac{3}{4}$ 13: et multiplica 171 per suam uirgulam, scilicet per 5 et adde 2, erunt quinte 857; quas multiplica per 4, que sunt sub uirgula post 13, erunt uigesime 3428, quas pone super $\frac{2}{5}$ 171: deinde adde 275 cum 3428, erunt xx.^e 3703; quas diuide per ruptos, scilicet per 4 et per 5, qui sunt sub uirgulis utriusque numeri, exibunt $\frac{1\ \ 1}{2\ 10}$ 185 pro quesita iunctione.

Descriptio iunctionis	
3428	275
$\frac{2}{5}$ 171	$\frac{3}{4}$ 13
$\frac{1\ \ 1}{2\ 10}$ 185	
Descriptio e^xt^ractionis	
$\frac{2}{5}$ 171	$\frac{3}{4}$ 13

VII.4.6

Probatio suprascripte iunctionis.

Qve iunctio, si recta est, ita per 7 cognoscitur: pensa de 13, que est 6, per 4 multiplica, et de super adde 3, que sunt super 4, erunt 27; quorum pensa que est 6 iterum per 5, que sunt sub uirgula multiplica, erunt 30, quorum pensa que est 2 est pensa de 275. Similiter studeas reperire pensam de 3428 per ipsorum originem sic. Pensam de 171, que est 3, per septenarium multiplica per 5, que sunt sub uirgula, et adde 2 que sunt super 5, erunt 17; quorum pensa que est 3 multiplica per 4, que sunt sub uirgula, erunt 12, quorum pensa que est 5 debet esse pensa de 3428: et quia scimus recte processisse, cum habuimus ipsa 3428 ita est: quam pensam pone super 3428; deinde adde pensam de 275, uidelicet 2 cum pensa de 3428, scilicet cum 5, erunt 7; quorum pensam, que est 0, habeas pro pensa summe iunctionis.

VII.4.7

De eorumdem additione.

Potes enim prescriptam iunctionem aliter inuenire, uidelicet ut addas 13 cum 271, erunt 284; et $\frac{3}{4}$ cum $\frac{2}{5}$, erit $\frac{1\ \ 1}{2\ 10}$ 1; que adde cum 184, erunt $\frac{1\ \ 1}{2\ 10}$ 185, ut per eorum iunctionem repertum est.

VII.4.8

Extractio de $\frac{3}{4}$ 13 *de* $\frac{2}{5}$ 171.

Et si $\frac{3}{4}$ 13 de $\frac{2}{5}$ 171 extrahere uolueris, extrahe 275 de 3428, remanent 3153; que diuide per ruptos, exibunt $\frac{1\ 6}{2\ 10}$ 157 pro residuo quesite extractionis.

Qvod residuum, si rectum sit, ita per 7 cognoscitur: pensam de 275, que est 2, de pensa de 3428, que est 5, extrahe; residuum uero, quod est 3, habeas pro pensa de $\frac{1\ 6}{2\ 10}$ 157.

Possumus enim $\frac{3}{4}$ 13 aliter de $\frac{2}{5}$ 171 extrahere, uidelicet ut extrahas 13 et $\frac{3}{4}$ de 171, remanet $\frac{1}{4}$ 157; cum quibus adde $\frac{2}{5}$, erunt $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{5}$ 157, hoc est $\frac{1\ 6}{2\ 10}$ 157.

Descriptio utriusque diuisionis

$\frac{2}{5}$ 1 7 1 $\frac{3}{4}$ 1 3

VII.4.9

Diuisio $\frac{2}{5}$ 171 *per* $\frac{3}{4}$ 13.

Et si $\frac{2}{5}$ 171 per $\frac{3}{4}$ 13 diuidere uolueris, diuide 3428 per regulam de 275, que est $\frac{1\ 0\ 0}{5\ 5\ 11}$, de 3428, que diuiduntur. Et si $\frac{3}{4}$ 13 per $\frac{2}{5}$ 171 diuidere uolueris, diuide 275 per regulam de 3428, que est $\frac{1\ 0}{4\ 857}$, exibunt $\frac{3\ 67}{4\ 857}$ unius integri, quorum ruptorum pensa per septenarium est 2, sicuti fuit de 275.

VII.4.10

Addictio de $\frac{5}{6}$ 14 cum $\frac{2}{9}$ 231.

Item si uolueris addere $\frac{5}{6}$ 14 cum $\frac{2}{9}$ 231, describe numeros ut hic ostenditur. Et quamuis hanc iunctionem per suprascriptum modum facere possis; tamen propter comitatem quam habent $\frac{5}{6}$ cum $\frac{2}{9}$, qualiter hoc cum euitatione fieri debeat, indicemus. Multiplicabis itaque 14 per 6, et addes 5, erunt sexte 89; quas multiplica per 3, scilicet per tertiam partem de 9 propter comitatem quam habet 6 cum 9, erunt xviii.^{me} 267, quas pone super $\frac{5}{6}$ 14, et proba eas per pensam quamlibet: est enim pensa ipsarum 7 per 13, quam pone super 267: deinde multiplica 231 per 9 et adde 2, erunt none 2081; quas multiplica per tertiam de 6, hoc est per 2, erunt similiter xviii.^{me} 4162, quas pone super $\frac{2}{9}$ 231, et super eas pone pensam ipsarum inuentam similiter per | 13, que est 2: post hec adde 267 cum 4162, erunt 4429; que diuide per unum ex ruptis qualem uolueris, et per partem comitatis alterius, hoc est aut diuides per 6 et per tertiam de 9, scilicet per 3, aut diuides per 9 et per tertiam de 6, uidelicet per 2, exibunt $\frac{10}{29}$ 246 pro quesita iunctione, cuius summe pensa est 9 per 13, que exit ex iunctione pense de 267, que est 7, et de 4162, que est 2. Et ut hec intelligibilius fiant, diuide 6 et 9 per comitatem eorum, scilicet per 3, exibunt 2 et 3: pone itaque 2 sub 6 et 3 sub 9; et multiplica inuenta 89 per 3 posita sub 9, et 2081 per 2 posita sub 6, et habebis numeros suprascriptos, quorum additionem diuide per unum ex numeris, qui sunt sub uirgis, et per numerum positum sub alio, scilicet per 6 et per 3, uel per 9 et per 2. Potes enim aliter $\frac{5}{6}$ 14 cum $\frac{2}{9}$ 231 addere, uidelicet ut addas primum 14 cum 231, erunt 245; deinde adde $\frac{5}{6}$ cum $\frac{2}{9}$ erit $\frac{1}{18}$ 1, que adde cum 245, erunt $\frac{10}{29}$ 246, ut superius per priorem modum reperta sunt.

2	7
4162	267
$\frac{2}{9}$ 231	$\frac{5}{6}$ 14
3	2
$\frac{10}{29}$ 246	

VII.4.11

Extractio $\frac{5}{6}$ 14 de $\frac{2}{9}$ 231.

Et si $\frac{5}{6}$ 14 de $\frac{2}{9}$ 231 extrahere uolueris, extrahes 267 de 4162, remanebunt 3895, quorum pensa est 8 per 13, que sic reperitur: scilicet cum non possis extrahere 7, que sunt pensa de 267, de pensa de 4162, hoc est de 2, debes addere numerum pense, uidelicet 13 cum 2 prescriptis, faciunt 15; de quibus extrahe predictam 7, remanent 8 pro pensa de 3895, ut prediximus: diuides itaque 3895 per $\frac{10}{29}$ suprascripta ratione exibunt $\frac{13}{29}$ 216 pro residuo dicte extractionis.

Aliter extrahe 14 de $\frac{2}{9}$ 231, remanent $\frac{2}{9}$ 217, de quibus extrahes $\frac{2}{9}$ 1: cum non possis $\frac{5}{6}$ de $\frac{2}{9}$ extrhare, remanebunt 216; et extrahes $\frac{5}{6}$ de $\frac{2}{9}$ 1, faciens xviii.^{as} ex eis, remanebunt $\frac{7}{18}$; quibus additis cum 216, faciunt $\frac{13}{29}$ 216, ut superius reperta sunt.

VII.4.12

Diuisio de $\frac{2}{9}$ 231 per $\frac{5}{6}$ 14.

Uerum si $\frac{2}{9}$ 231 per $\frac{5}{6}$ 14 diuidere uolueris, diuide 4162 per regulam de 267, exibunt $\frac{1\ 52}{8\ 89}$ 15 pro quesita diuisione.

VII.4.13

Diuisio de $\frac{5}{6}$ 14 per $\frac{2}{9}$ 231.

Item si $\frac{5}{6}$ 14 diuidere uolueris per $\frac{2}{9}$ 231, diuide 267 per regulam de 4162, exibunt $\frac{1}{2}\frac{133}{2081}$ pro quesita diuisione.

VII.4.14

Additio de $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ 15 cum $\frac{1}{7}$ $\frac{3}{5}$ 322.

Item si $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ 15 cum $\frac{1}{7}\frac{3}{5}$ 322 addere uolueris, describe numeros ut hic ostenditur; et multiplica 15 per suas uirgulas, scilicet per 3, et adde 1; que per 4 et adde multiplicationem de 1, quod est super 4 in 3, erunt xii.^e^ 187; quas multiplica per numeros qui sunt sub uirgulis post 322, scilicet per 5 et per 7, erunt quadrigentesime uigesime 6545, quas pone super $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ 15: deinde multiplica 322 per suas uirgulas, erunt trigesime quinte 11296; quas multiplica per numeros qui sunt sub uirgulis post 15, erunt quadrigentesime uigesime 135552, quas pone super $\frac{1}{7}\frac{3}{4}$ 322: deinde adde 6545 cum 135552, erunt cccc.xx. 142097; quas diuide per 420, hoc est per omnes numeros qui sunt sub uirgulis, et aptabis ipsos, exibunt $\frac{5\ 13}{6\ 7\ 10}$ 338 pro quesita iunctione, cuius pensa est 10 per 11.

Aliter iunge 15 cum 322, erunt 337; et adde $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ cum $\frac{1}{7}\frac{1}{5}$, secundum quod docuimus in secunda parte huius capituli, erit $\frac{5\ 1\ 3}{6\ 7\ 10}$1; que adde cum 337, erunt $\frac{5\ 13}{6\ 7\ 10}$ 338, ut prediximus.

VII.4.15

Extractio de $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ 15 de $\frac{1}{7}$ $\frac{3}{5}$ 322.

Et si $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ 15 de $\frac{1}{7}\frac{3}{5}$ 322 extrahere uolueris, extrahe 6545 de 135552, remanebunt 120007, que diuides suprascripta demonstratione per $\frac{1\ 0\ 0}{6\ 7\ 10}$, exibunt $\frac{1\ 1\ 1}{6\ 7\ 10}$ 307 pro residuo quesite extractionis.

Aliter extrahe 15 de 332, remanebunt 307; et extrahe $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{7}\frac{3}{5}$, remanebunt $\frac{1\ 1\ 1}{6\ 7\ 10}$; que adde cum 307, erunt $\frac{1\ 1\ 1}{6\ 7\ 10}$ 307, ut prediximus. Verum si $\frac{1}{7}\frac{3}{5}$ 322 per $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ 15 diuidere uolueris, diuide 135552 per regulam de 6545, exibunt $\frac{2\ 60\ 12}{6\ 7\ 11\ 17}$ 20 pro quesita diuisione.

VII.4.16

Diuisio $\frac{1}{4}\frac{1}{8}15$ *per* $\frac{1}{7}\frac{2}{5}322$.

Item si $\frac{1}{4}\ \frac{1}{8}\ 15$ per $\frac{4}{7}\frac{2}{5}322$ diuidere uolueris, diuide 6545 per regulam de 135552, exibunt $\frac{5}{6}\frac{2}{8}\frac{0\ 17}{8\ 353}$ pro quesita diuisione: et sic secundum prescriptum modum quoslibet numeros cum duobus ruptis addere, et extrahere, et diuidere potes: tamen alias quasdam questiones, ex quibus euitare possumus comitatem regule ruptorum, ad presens proponimus demonstrare.

VII.4.17

Additio $\frac{1}{5}\frac{3}{4}16$ *cum* $\frac{1}{9}\frac{4}{5}422$.

Si uolueris addere $\frac{1}{5}\frac{3}{4}16$ cum $\frac{1}{9}\frac{4}{5}422$, descriptis numeris, multiplica primum 16 per suas uirgulas, erunt | xx.^{c} 339; quas cum debeas multiplicare per 5 et per 9, que sunt sub aliis uirgulis non multiplicabis nisi tantum per 9 propter aliam 5, que sunt sub uirgula post $\frac{3}{4}16$, erunt c^{e}LXXX^{me} 3051, quas serua super $\frac{1}{5}\frac{3}{4}16$: deinde multiplica 442 per suas uirgulas, erunt XLV^{te} 19931, quas multiplica tantum per 4, que sunt sub uirgula post 16: quare relinques quod non multiplicare (*sic*) per 5 supradicta ratione, erunt similiter c^{e}LXXX^{e} 79724, quas pone super $\frac{1}{9}\frac{4}{5}442$: deinde adde 3051 cum 79724, erunt c^{e}LXXX^{e} 82775, quas diuide per 180 uel per omnes numeros qui sunt sub uirgis, preter quam per unum ex duobus quinariis: quia sicuti relinquuntur quinque in multiplicatione unius cuiusque duorum numerorum prescriptorum, ita debent relinqui in diuisione summe iunctionis ipsorum: ergo diuide 882775 per $\frac{1\ 0\ 0}{4\ 5\ 9}$, et euitabis inde $\frac{1}{5}$, exibunt $\frac{3\ 7}{4\ 9}$ 459 pro quesita iunctione.

Uel potes addere integra cum integris, et quintam cum quintis, et $\frac{3}{4}$ cum $\frac{1}{9}$, ut in precedentibus docuimus; et habebis similiter summam eiusdem iunctionis.

VII.4.18

Extractio $\frac{1}{5}\frac{3}{4}16$ *de* $\frac{1}{9}\frac{4}{5}442$.

Iterum si $\frac{1}{5}\frac{3}{4}\ 16$ de $\frac{1}{9}\frac{4}{5}442$ extrahere uolueris, extrahes 3051 de 79724, remanebunt 76673: quesita ratione diuides per $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 9\ 10}$, exibunt $\frac{1\ 5\ 9}{2\ 9\ 10}$ 425 pro residuo quesite extractionis: uel extrahe $\frac{1}{5}$ 16 de $\frac{1}{9}\frac{4}{5}$ 442, remanet $\frac{1}{9}\frac{3}{5}$ 426; et tunc extrahes $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{9}\frac{3}{5}$ de $\frac{1}{9}\frac{2}{5}$, si possibile esset. Sed quia possibile non est, extrahe $\frac{1}{9}\ \frac{3}{5}1$ de $\frac{1}{9}\frac{2}{5}426$, remanent 425: deinde extrahes $\frac{3}{4}$ de prescripto $\frac{1}{9}\frac{3}{5}1$, remanebunt $\frac{1\ 5\ 9}{2\ 9\ 10}$ amplius de 425 pro eodem residuo.

Rursus si $\frac{1}{9}\frac{4}{5}$ 442 per $\frac{1}{5}\frac{3}{4}$ 16 diuidere uolueris, diuide 79724 per regulam de 3051, exibunt $\frac{2\ 6\ 11}{5\ 9\ 113}$ 26 pro quesita diuisione. Et si $\frac{1}{5}\frac{3}{4}16$ per $\frac{1}{9}\frac{4}{5}442$ diuidere uolueris, diuide 3051 per regulam de 79724, exibunt $\frac{3\ 762}{4\ 19931}$ pro quesita diuisione.

VII.4.19

Additio $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$ 17 *cum* $\frac{1}{10}\frac{7}{9}$ 523.

Si uero $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$ 17 cum $\frac{1}{10}\frac{7}{9}$ 523 addere uolueris, descriptis numeris, multiplica 5 per 6, que sunt sub uirgis, erunt 30; et 9 per 10, que sunt sub aliis uirgis alterius lateris, erunt 90: tene 30 in manu dextera, et 90 in sinistra, et diuide ea per maiorem cumitatem quam habent ad inuicem, scilicet per 30, exibit 1 in manu dextera et 3 in sinistra. Pone ergo 1 sub $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$ et 3 sub $\frac{1}{10}\frac{7}{9}$, ut in questione iacent: et multiplica 17 per suas uirgas, erunt 527 xxx^{e}; quas multiplica per 3 posita sub $\frac{1}{10}\frac{7}{9}$, erunt 1581 nonagesime, quas pone super $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$ 17: deinde multiplica 523 per suas uirgas, erunt similiter nonagesime 47149; quas multiplica per 1 positum sub $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$, erunt similiter 47149 nonagesime; quas pone super $\frac{1}{10}\frac{7}{9}$ 523, et adde ea cum 1581, erunt 48730, que diuide per numeros qui sunt sub uirgis unius lateris, et per numerum positum sub uirgis alterius, hoc est per 5, et per 6, et per 3, uel per 9, et per 10, et per 1; et sic cadet diuisio in 90: quia opportet ut summa predicta nonagesimarum reintegretur, exibunt pro quesita iunctione $\frac{4}{9}$ 541: hunc enim modum studeas tenere in omnibus similibus, cum sit precautior ceteris et melior.

Et si $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$ 17 de $\frac{1}{10}\frac{7}{9}$ 523 extrahere uolueris, extrahes quidem 1581 de 47149; residua uero que sunt 45568, diuides suprascripta ratione per $\frac{10}{910}$, exibunt $\frac{42}{59}$ 506 pro residuo quesite extractionis. Vel extrahes 17 de 523, remanebunt 506; et extrahes $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$ de $\frac{1}{10}\frac{7}{9}$, remanebunt $\frac{42}{59}$, ut prediximus.

VII.4.20

Diuisio de $\frac{1}{10}\frac{7}{9}$ 523 *per* $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$ 17.

Nam si $\frac{1}{10}\frac{7}{9}$ 523 per $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$ 17 diuidere uolueris, diuides 47149 per 1581: et si diuiseris 1581 per 47149, habebis diuisionem de $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$ 17 in $\frac{1}{10}\frac{7}{9}$ 523, ut in precedentibus singulariter demonstrauimus.

PARS QUINTA

VII.5.1

Incipit pars quinta de additatione et extratione seu diuisione partium numerorum integrorum cum ruptis.

Si uolueris addere $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{5}$ 29 cum $\frac{5}{7}$ de $\frac{2}{9}$ 128, describes numeros ut hic ostenditur; et multiplica 29 per 5 et adde 2, erunt 147; que multiplica per 3, que sunt super 4, erunt 441; que multiplica per 7 et per 9, que sunt sub uirgula alterius numeri, erunt 27783, que pone super $\frac{2}{5}$ 29, quorum pensa est 8 per 11, que reperitur secundum quod multiplicauimus: deinde multiplica 128 per 9, et adde 2; que per 5, que sunt super 7, erunt 5770; que multiplica per 5, et per 4 que sunt sub uirgulis alterius primi numeri, erunt 115400, que pone super $\frac{2}{9}$ 128 $\frac{5}{7}$; et est pensa ipsorum 10 per 11: adde ergo 27783 cum 115400, erunt 143183; que diuide per omnes ruptos, scilicet per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{4\ 5\ 7\ 9}$, exibunt $\frac{1\ 2\ 3\ 6}{2\ 7\ 9\ 10}$ 113 pro quesita | iunctione.

(10)	(8)
1 1 5 4 0 0	2 7 7 8 3
$\frac{2}{9}$ 128 $\frac{5}{7}$	$\frac{2}{5}$ 29 $\frac{3}{4}$

addictio

$\frac{1\ 2\ 3\ 6}{2\ 7\ 9\ 10}$ 113

extractio

$\frac{1\ 2\ 3\ 5}{2\ 7\ 9\ 10}$ 69

VII.5.2

Extratio de $\frac{2}{5}$ 29 $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{9}$ 128 $\frac{5}{7}$.

Et si $\frac{2}{5}$ 29 $\frac{3}{4}$ extrahere uis de $\frac{2}{9}$ 128 $\frac{5}{7}$, extrahes 27733 de 115400, remanent 87617; que similiter diuide per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{2\ 7\ 9\ 10}$, exibunt $\frac{1\ 2\ 3\ 5}{2\ 7\ 9\ 10}$ 69 pro residuo quesite extractionis.

VII.5.3

Diuisio de $\frac{2}{9}$ 128 $\frac{5}{7}$ per $\frac{2}{5}$ 29 $\frac{3}{4}$.

Rursus si $\frac{2}{9}$ 128 $\frac{5}{7}$ per $\frac{2}{5}$ 29 $\frac{3}{4}$ diuidere uolueris, repertis prescriptis numeris, scilicet 27783 et 115400, studeas inuenire regulam de 27783, que est $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{7\ 7\ 7\ 9\ 9}$; et diuide per ipsam 115400, exibunt $\frac{5\ 0\ 3\ 3\ 1}{7\ 7\ 7\ 9\ 9}$ 4 pro quesita diuisione.

Adhuc si $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{5}$ 29 per $\frac{5}{7}$ de $\frac{2}{9}$ 128 diuidere uolueris, diuides 27783 per regulam de 115400, exibunt $\frac{1\ 1\ 9\ 1\ 2\ 8}{2\ 10\ 10\ 5\ 7\ 7}$ pro quesita diuisione.

diuisio maioris per minorem

$\frac{5\ 0\ 3\ 3\ 1}{7\ 7\ 7\ 9\ 9}$ 4

diuisio minoris per maiorem

$\frac{1\ 1\ 9\ 1\ 3\ 8}{2\ 10\ 10\ 5\ 7\ 7}$

VII.5.4

Si autem $\frac{1}{5}\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{7}\frac{5}{9}$ 33 cum $\frac{13}{47}$ de $\frac{1}{11}\frac{5}{6}$ 244 addere uolueris, describes numeros, ut hic ostenditur; et multiplica 33 per 9, et adde 5 que sunt super 9; que per 7, et adde 2, erunt $\text{L}^{e}\text{XIII}^{e}$ 2116. Item multiplica 3, que sunt super 4 per 5, et 1, quod est super 5, per 4, et adde insimul erunt XX^{e} 19; quas multiplica per $\text{LX}^{as}\text{III}^{as}$ 2116 inuentas, erunt $\text{M.}^{e}\text{CC.}^{e}\text{LX}^{e}$ 40204, quarum pensa per 13, ut multiplicauimus, accepta est 8; quem numerum, scilicet 40204, cum debeas ipsum multiplicare per omnes ruptos, qui sunt sub uirgulis alterius lateris, scilicet per 7 et per 4, que sunt sub prima uirgula illius lateris, et per 6 et per 11, relinques primum quod non multiplicabis per 7, nec per 4 propter 7 et 4, que sunt sub uirgulis primi lateris. Et relinques iterum quod non multiplicabis per 3, que sunt in regula de dictis 6 propter 3, que sunt in regula de 9, que 9 sunt sub ultima uirgula primi lateris. Ergo multiplicabis 40204 per 2, que remanent de uirgula dictorum 6 et per 11, hoc est in una multiplicatione per 22, erunt $\text{XX}^{e}\text{VII}^{e}.\text{DCC}^{e}.\text{XX}^{e}$ 884488; quas pone super $\frac{25}{79}$ 33 $\frac{1}{5}\frac{3}{4}$, et desuper pone pensam ipsarum que est 7. Deinde multiplica 244 per 6, que sunt sub uirgula, et adde 5 que sunt super 6, erunt sexte 1469; quas multiplica per 11, et super adde multiplicationem de 1, quod est super 11 in 6, erunt $\text{LXX}^{e}\text{I}^{e}$ 16165; quarum pensa similiter per 13 est 6. Item multiplica 3, que sunt super 7, per 4, et adde 1, quod est super ipsa 4, erunt $\text{XX}^{e}.\text{VIII}^{e}$ 13; quas multiplica $\text{LX.}^{as}\ \text{VI.}^{as}$ 16165, erunt $\text{M.}^{e}\ \text{DCCC.}^{e}\ \text{XL.}^{e}\text{VIII.}^{e}$ 210145. Quas cum debeas multiplicare per omnes numeros, qui sunt sub uirgulis primi lateris, relinques suprascriptis dispositis quod non multiplicabis ex eis, nisi tantum per 3, que remanent de regula de 9, et per 5, hoc est in una multiplicatione per 15, erunt similiter $.\text{XX.}^{e}\ \text{VII.}^{e}\ \text{DCC.}^{e}\ \text{XX.}^{e}$ 3152175, sicuti fuerunt ille alterius lateris. Quas pones iterum super $\frac{1}{11}\frac{5}{6}$ 244 $\frac{13}{47}$, et desuper pone earum pensam que est 0: deinde adde 884488 cum 3152175, erunt 4036663, que diuides per omnes ruptos unius cuiuslibet lateris, et per ruptos qui accipiuntur in multiplicatione ex altero latere. Vt pote per 4, et per 5, et per 9, et per 7, que sunt in primo latere, et per 2, que sunt in regula de 6, et per 11 alterius lateris, que accipiuntur in multiplicatione primi numeri, uel per 7, et per 4, et per 6, et per 11, que sunt in secundo latere, et per 3, que sunt in regula de 9, et per 5, que sunt in altero latere, exibunt $\frac{3\ 3\ 4\ 8\ 6}{4\ 7\ 9\ 10\ 11}$ 145 pro quesita iunctione.

0   7

3152175   884488

$\frac{1}{11}\frac{5}{6}$ 244 $\frac{13}{47}$ $\frac{25}{79}$ 33 $\frac{1}{5}\frac{3}{4}$

pensa est per 13. 7

$\frac{3\ 3\ 4\ 8\ 6}{4\ 7\ 9\ 10\ 11}$ 145

VII.5.5

Extratio de $\frac{1}{5}\frac{3}{4}\frac{25}{79}$ 33 *de* $\frac{1}{11}\frac{5}{6}$ 244 $\frac{13}{47}$.

Nam si de $\frac{13}{47}$ de $\frac{1}{11}\frac{5}{6}$ 244 uolueris extrahere $\frac{1}{5}\frac{3}{4}$ de $\frac{25}{79}$ 33, uel aliquem ipsorum per reliquum diuidere, reperies suprascripto modo et ordine prescripta 884488 et 3152175; et ex ipsis operabis secundum quod superius in hoc capitulo in extractione et diuisione docuimus.

VII.5.6

Item si uolueris addere $\frac{2\ 3\ 5}{7\ 8\ 9}$ de $\frac{1}{13}\ \frac{2}{11}\ \frac{3}{5}$ 42 cum $\frac{1}{9}\ \frac{3}{8}\ \frac{5}{7}$ de $\frac{2\ 0\ 3}{3\ 5\ 11}$ 331, describe numeros ut hic ostenditur. Et incipias multiplicare 42 per suas uirgulas, que sunt ei retro, erunt 30644. Et accipe $\frac{2\ 3\ 5}{7\ 8\ 9}$, et multiplicas 5, que sunt super 9 per 8, et adde 3; que per 7, et adde 2, erunt 303; que multiplica cum 30644, erunt 9285132; que cum debeas multiplicare per omnes numeros, qui sunt sub omnibus uirgulis alterius lateris, scilicet per 7, et per 8, et per 9, que sunt sub tribus uirgulis illius lateris, et per 11, et per 5, et per 3, que sunt sub una uirgula, relinques quod non repetes ea, multiplicando que iterum sunt in hoc primo latere: ergo, relictis illis, restat quod non multiplicabis 9285132 ex prescriptis, nisi tantum per 3; que multiplicatio ascendit in 27855396, quem numerum pone super primum latus: deinde ut inuenias numerum alterius lateris, multiplicabis 331 per suam uirgulam, que est ei retro, erunt 54662. Et reperies numerum reliquarum suarum | trium uirgularum, scilicet de $\frac{1}{9}\ \frac{1}{8}\ \frac{5}{7}$, fiunt 479; per quem multiplica 54462, erunt 26183098: que cum debeas multiplicare per omnes numeros qui sunt sub omnibus uirgulis primi lateris, scilicet per 13, et per 11, et per 5, que sunt sub tribus uirgulis illius primi lateris, et per 7, et per 8, et per 9, que sunt sub alia uirgula, relinques quod non multiplicabis ex prescriptis, nisi tantum per 13 propter comitatem, quam habent rupti utriusque lateris ad inuicem. Multiplicatio itaque de 26183098 in 13 ascendit in 340380274, que ponas super secundum latus. Et adde ipsa cum numero posito super primum latus, scilicet cum 27855396, erunt 368235670, que diuide per omnes numeros qui sunt sub uirgulis primi lateris, et per 3 que sunt sub una uirgularum secundi lateris, hoc est sicuti multiplicauimus cum habuimus numerum primi lateris. Vel diuides ea per omnes ruptos qui sunt sub uirgulis secundi lateris, et per 13 que sunt sub una uirgularum primi lateris, hoc est secundum quod multiplicauimus cum habuimus numerum secundi lateris: ergo diuides ipsa per $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0}{3\ 5\ 7\ 8\ 9\ 11\ 13}$, exibunt post huius uirgule aptationem $\frac{1\ 2\ 5\ 3\ 0\ 8}{2\ 6\ 7\ 9\ 11\ 13}$ 340 pro quesita iunctione, quorum pensa per 17 est 3.

$\frac{2\ 0\ 3}{3\ 5\ 11}$ 331 $\frac{1}{9}\ \frac{1}{8}\ \frac{5}{7}$	$\frac{1}{13}\ \frac{2}{11}\ \frac{3}{5}$ 42 $\frac{2\ 3\ 5}{7\ 8\ 9}$

VII.5.7

Alia extratio.

Et si $\frac{1}{13}\ \frac{2}{11}\ \frac{3}{5}$ 42 $\frac{2\ 3\ 5}{7\ 8\ 9}$ extrahere uolueris de $\frac{2\ 0\ 3}{3\ 5\ 11}$ 331 $\frac{1}{9}\ \frac{1}{8}\ \frac{5}{7}$, reperies suprascripto ordine prescripta 27855396 et 340380274, extrahes minorem ipsorum de maiori, remanebunt 312524878; que diuides similiter suprascripte iunctionis ratione per $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0}{2\ 6\ 7\ 9\ 10\ 11\ 13}$, exibunt $\frac{0\ 5\ 1\ 6\ 2\ 1\ 1}{2\ 6\ 7\ 9\ 10\ 11\ 13}$ 289 pro residuo quesite extractionis.

VII.5.8

Nam si per regulam 27855396 diuiseris 340380274, habebis diuisionem maioris positi numeri per minorem: contrarium itaque reddit contrarium. Si uis addere $\frac{32}{59}$ cum $\frac{2}{9}$, fac eadem uirgula terminare in circulo ab alia parte; et habebis quesitum, scilicet $\frac{32}{59}$; que rediges ad partes unius numeri per doctrinam supradictam, erunt $\frac{16}{45}$, hoc est $\frac{18}{59}$. Et si $\frac{32}{59}$ de $\frac{2}{9}$ extrahere uis; si de $\frac{52}{59}$, hoc est de $\frac{2}{9}$, extraxeris $\frac{32}{59}$, nimirum $\frac{22}{59}$ remanebunt, hoc est $\frac{4}{45}$: uel accipe $\frac{2}{9}$ de 45, erunt 10; de quibus extrahe $\frac{3}{5}$ ipsorum, remanebunt 4; quibus diuisis per 45, habentur similiter $\frac{4}{45}$ pro residuo dicte extractionis. Similiter si $\frac{20}{46}$ uis extrahere de $\frac{1}{6}$, extrahe $\frac{20}{46}$ de $\frac{10}{46}$, scilicet de $\frac{1}{6}$, remanet $\frac{10}{46}$. Nam de quacumque re extrahuntur $\frac{3}{4}$ eiusdem rei remanere necesse est. Et si ex aliqua re extrahuntur $\frac{3}{5}$, ex eadem remanent $\frac{2}{5}$. Vnde si $\frac{34}{57}$ extraxeris, remanebunt $\frac{24}{57}$: et sic intelligas de omnibus similibus. Similiter si $\frac{45}{97}$ uis de $\frac{5}{7}$ extrahere, remanebunt $\frac{55}{97}$, scilicet $\frac{25}{68}$; quia de quacumque re extrahuntur $\frac{4}{9}$, ex eadem re $\frac{5}{9}$ remanere necesse est; cum $\frac{4}{9}$ et $\frac{5}{9}$ faciunt unum integrum.

PARS SEXTA

VII.6.1

Incipit pars sexta septimi capituli de disgregatione partium in singulis partibus.

In prima et in secunda parte huius capituli diuersorum numerorum partes in partes unius numeri aggregare docuimus. In hac uero plures partes unius numeri in singulas partes disgregare docemus, ut intelligibilius rupti cuiuslibet uirgule, que pars uel partes sint unius integri cognoscere ualeas. Diuiditur enim hoc opus in septem distinctiones. Quarum prima est quando maior numerus, qui est sub uirgula, diuiditur per minorem, scilicet per ipsum, qui est sub uirgula. Cuius differentie regula est, ut diuidas maiorem per minorem; et habebis partem que minor est de maiori. Verbi gratia: uolumus scire de $\frac{3}{12}$ que pars sint unius integri: diuisis quidem 12 per 3, reddunt 4, pro quibus dicas $\frac{1}{4}$; et talis pars est $\frac{3}{12}$ ex uno integro. Eademque ratione $\frac{1}{20}$ sunt $\frac{1}{5}$ unius integri, $\frac{5}{100}$ sunt $\frac{1}{20}$; quia 100 diuisis per 5 reddunt 20, quod idem intelligas de similibus.

Diuiditur quidem hec differentia in tres partes, quarum prima est simplex, secunda composita, tertia reuoluta composita nominatur. Simplex est illa, de qua modo feci mentionem. Composita est quando simplex refertur ad partes alterius numeri, ut $\frac{20}{49}$: referuntur enim $\frac{2}{4}$ que sunt de prima differentia simplice ad partes de 9: quare pro $\frac{20}{49}$ habetur $\frac{10}{29}$, scilicet $\frac{1}{18}$, et pro $\frac{20}{49}$ habetur $\frac{10}{89}$, et pro $\frac{30}{910}$ habetur $\frac{10}{310}$; cum simpliciter $\frac{3}{9}$ sint $\frac{1}{3}$ composite cum $\frac{1}{10}$, erunt $\frac{10}{310}$, quod idem intelligas de similibus: prima reuoluta composita sunt $\frac{20}{59}$, cum sint ea ad $\frac{20}{93}$, que sunt $\frac{10}{35}$: similiter intelligas de $\frac{10}{78}$, que reuoluuntur in $\frac{10}{87}$, scilicet in $\frac{10}{27}$; et pro $\frac{50}{910}$ habentur $\frac{50}{199}$, scilicet $\frac{10}{29}$.

VII.6.2

De secunda differentia.

Secunda differentia est quando maior numerus non diuiditur per minorem; sed de minori possunt fieri tales partes quod per quamlibet ipsarum maior diuiditur: cuius differentie regula est ut de minori facias partes, per quas maior diuidi possit; et diuidatur maior per unamquamque ipsarum partium, et habebis singulares partes, que minor fuerit ex maiore. Verbi gratia: uolumus disgregare $\frac{5}{6}$ in singulas partes unius integri: quia 6 non diuiduntur per 5, negatur $\frac{5}{6}$ ex prima esse differentia: sed quia 5 diuiduntur in duas partes, scilicet in 3 et in 2, per quamlibet quarum maior, scilicet 6, diuiditur, affirmatur esse $\frac{5}{6}$ de secunda esse differentia. Vnde diuisis 6 per 3 et per 2, reddunt 2 et 3; pro quibus 2 accipitur $\frac{1}{2}$, et pro 3 accipe $\frac{1}{3}$: ergo $\frac{5}{6}$ sunt $\frac{1}{3}\ \frac{1}{2}$ unius integri: uel aliter, disgregatis $\frac{5}{6}$ in $\frac{3}{6}$ et $\frac{2}{6}$, erit una queque illarum duarum uirgularum. De prima differentia, scilicet $\frac{3}{6}$, sunt $\frac{1}{2}$. Et $\frac{2}{6}$ sunt $\frac{1}{3}$ unius $\frac{5}{6}$ sunt $\frac{1}{3}\ \frac{1}{2}$, ut prediximus. Similiter si $\frac{7}{8}$ resolueris in $\frac{4}{8}$, et in $\frac{2}{8}$, et in $\frac{1}{8}$, habebis $\frac{1}{2}$ pro $\frac{4}{8}$ et $\frac{1}{4}$ pro $\frac{2}{8}$ et $\frac{1}{8}$ pro $\frac{1}{8}$, hoc est per $\frac{7}{8}$, habebis $\frac{1}{8}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{2}$: habet enim hec secunda differentia similiter partem compositam et partem reuolutam compositam: de parte quidem composita sunt $\frac{3\ 0}{4\ 10}$; quia $\frac{3}{4}$ pro secunda differentia sunt $\frac{1}{4}\ \frac{1}{2}$: quare per $\frac{3\ 0}{4\ 10}$ habentur composite $\frac{1\ 0}{2\ 10}$ et $\frac{1\ 0}{4\ 10}$, hoc est $\frac{1}{20}$ et $\frac{1}{40}$: similiter pro $\frac{5\ 0}{8\ 9}$ habentur $\frac{1\ 0}{2\ 9}$ et $\frac{1\ 0}{8\ 9}$; cum $\frac{5}{8}$ sint $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{8}$: sed pro $\frac{5\ 0}{8\ 10}$, cum sint de prima differentia reuoluta, non resolues in $\frac{1\ 0}{2\ 10}$ et $\frac{1\ 0}{8\ 10}$, cum per primam differentiam reuoluantur in $\frac{5\ 0}{10\ 8}$, que sunt $\frac{1\ 0}{2\ 8}$: et hoc continget propter comitatem quam habent 5, que sunt super 8; cum 10 de parte quidem reuoluta composita huius differentie sunt $\frac{8\ 0}{5\ 10}$, que reuoluuntur in $\frac{8\ 0}{10\ 5}$, que sunt $\frac{1\ 0}{5\ 5}$ et $\frac{1\ 0}{10\ 5}$, hoc est $\frac{1}{25}$ et $\frac{1}{50}$; quia $\frac{8}{10}$ simpliciter rediguntur in $\frac{1}{5}$ et $\frac{1}{10}$: quare $\frac{8\ 0}{10\ 5}$ composite resoluentur in $\frac{1\ 0}{5\ 5}$ et in $\frac{1\ 0}{5\ 10}$: similiter pro $\frac{5\ 0}{7\ 8}$ habentur $\frac{5\ 0}{8\ 7}$, scilicet $\frac{1\ 0}{2\ 7}$ et $\frac{1\ 0}{8\ 7}$; et sic intelligas in similibus. Sed quia partes prime et secunde differentie pre ceteris in negotiationibus necessarias esse cognoscimus, in quibusdam tabulis disgregationes partium quorumdam numerorum ostendere presentialiter procuramus, quas cordetenus addiscere studeas, ut que in hac parte dicere uolumus, melius intelligas.

VII.6.3

TABULA DISGREGATIONIS.

PARTES DE 6

1	de 6	est	1/6
2	1/3		
3	1/2		
4	1/6		1/2
5	1/3		1/2

PARTES DE 8

1	de 8	est	1/8
2	1/4		
3	1/8		1/4
4	1/2		
5	1/8		1/2
6	1/4		1/2
7	1/8	1/4	1/2

PARTES DE 12

1	de 12	est	1/12
2			1/6
3			1/4
4			1/3
5	1/6		1/4
6			1/2
7	1/4		1/3
8	1/6		1/2
9	1/4		1/2
10	1/3		1/2
11	1/6	1/4	1/2

PARTES DE 20

1	de 20	est	1/20
2			1/10
3		1/20	1/10
4			1/5
5			1/4
6		1/10	1/5
7		1/10	1/4
8			2/5
9		1/5	1/4
10			1/2
11		1/20	1/2
12		1/10	1/2
13	1/20	1/10	1/2
14		1/5	1/2
15		1/4	1/2
16	1/10	1/5	1/2
17	1/10	1/4	1/2
18	1/15	1/3	1/2
19	1/5	1/4	1/2

PARTES DE 24

1	de 24	est	1/24
2			1/12
3			1/8
4			1/6
5		1/12	1/8
6			1/4
7		1/8	1/6
8			1/3
9		1/8	1/4
10		1/6	1/4
11		1/8	1/3
12			1/2
13	1/8	1/6	1/4
14		1/4	1/3
15		1/8	1/2
16		1/6	1/2
17	1/8	1/4	1/3
18		1/4	1/2
19	1/8	1/6	1/2
20		1/3	1/2
21	1/8	1/4	1/2
22	1/6	1/4	1/2
23	1/8	1/3	1/2

PARTES DE 60

1	de 60	est	1/60
2			1/30
3			1/20
4			1/15
5			1/12
6			1/10
7		1/60	1/10
8		1/10 et	1/30
9		1/20	1/10
10			1/6
11		1/60	1/6
12			1/5
13		1/20	1/6
14		1/15	1/6
15			1/4
16		1/10	1/6
17		1/30	1/4
18		1/10	1/5
19		1/15	1/4
20			1/3
21		1/10	1/4
22		1/30	1/3
23		1/20	1/3
24		1/15	1/3
25		1/12	1/3
26		1/10	1/3
27		1/5	1/4
28	1/10	1/6	1/5
29	1/20	1/10	1/3
30			1/2
31		1/60	1/2
35		1/4	1/3
40		1/6	1/2
55		1/3	1/2

PARTES DE 100

1	de 100			est	1/100
2					1/50
3			1/100		1/50
4					1/25
5					1/20
6			1/50		1/25
7			1/50		1/20
8					2/25
9			1/25		1/20
10					1/10
15			1/20		1/10
20					1/5
25					1/4
30			1/10		1/5
35			1/10		1/4
40					2/5
45			1/5		1/4
50					1/2
60					3/5
70			1/5		1/2
75					3/4
80					4/5
85			1/10		3/4
95			1/5	1/4	1/2
96		1/100	1/5	1/4	1/2
97		1/50	1/5	1/4	1/2
98	1/100	1/50	1/5	1/4	1/2
99		1/25	1/5	1/4	1/2

VII.6.4

Tertia differentia disgregationum.

Tertia quidem differentia est, cum uno plus maiori numero diuiditur per minorem; cuius differentie regula est, ut numerum qui fuerit plus maiori diuidas per minorem 3, quot ex diuisione exierit, talis pars unius integri erit minor de maiori, et insuper eadem pars partis, que 1 est de minori numero. Verbi gratia: uolumus facere singulares partes de $\frac{2}{11}$, que sunt ex hac differentia cum uno plus de 11, scilicet 12 diuidantur per 2, que sunt super uirgulam; ex qua diuisione cum eueniant 6, reddunt $\frac{1}{6}$, et insuper sextam partem de 11, scilicet $\frac{1\ 0}{6\ 11}$ pro singularibus partibus de $\frac{2}{11}$: eademque ratione pro $\frac{3}{11}$ habebis quartam et $\frac{1\ 0}{4\ 11}$, hoc est $\frac{1}{44}\ \frac{1}{4}$. Et pro $\frac{4}{11}$ habebis tertiam et $\frac{1\ 0}{3\ 11}$, hoc est $\frac{1}{33}\ \frac{1}{3}$; et pro $\frac{6}{11}$ habebis dimidium et $\frac{1\ 0}{2\ 11}$, hoc est $\frac{1}{22}\ \frac{1}{2}$; et pro $\frac{5}{19}$ habebis $\frac{1\ 1\ 0}{4\ 4\ 19}$, hoc est $\frac{1}{76}\ \frac{1}{4}$; cum 5 que sunt super 19 sint $\frac{1}{4}$ de 20, que sunt 1 plus 19: componitur etiam et bis tertia differentia, ut $\frac{20}{87}$, que sunt $\frac{10}{27}$ et $\frac{10}{67}$; cum $\frac{2}{3}$ sint $\frac{1}{6}\ \frac{1}{2}$: similiter $\frac{40}{79}$ sunt $\frac{10}{29}$ et $\frac{10}{149}$; quia $\frac{4}{7}$ sunt $\frac{1}{14}\ \frac{1}{2}$, et reuoluitur etiam hec eadem differentia, ut $\frac{3\ 0}{7\ 11}$ uel $\frac{30}{78}$: nam $\frac{3\ 0}{7\ 11}$ sunt $\frac{3\ 0}{11\ 7}$, que $\frac{3}{11}$ per tertiam differentiam sunt $\frac{1}{44}\ \frac{1}{4}$: quare $\frac{3\ 0}{11\ 7}$ sunt $\frac{10}{47}$ et $\frac{1\ 0}{44\ 7}$: similiter $\frac{30}{78}$ reuoluuntur in $\frac{30}{87}$, que sunt ex duabus differentiis compositis, scilicet ex secunda et ex tertia. Secundum quidem secundam differentiam compositam $\frac{30}{87}$ sunt $\frac{1\ 1\ 0}{8\ 4\ 7}$, scilicet $\frac{10}{47}$ et $\frac{10}{87}$, secundum quoque tertiam differentiam compositam $\frac{30}{87}$ sunt $\frac{1\ 4\ 0}{2\ 43\ 7}$; cum pro $\frac{3}{8}$ habeantur $\frac{1}{24}\ \frac{1}{3}$; et hoc idem intelligas de similibus.

VII.6.5

De eadem differentia.

Svnt enim ex hac eadem differentia quando de minori numero, qui est super uirgulam, possunt fieri due partes, per quamlibet quarum uno plus maiori integraliter diuiditur, ut $\frac{8}{11}$ et $\frac{9\ 9}{11\ 11}$: nam de $\frac{8}{11}$ possunt fieri due partes, scilicet $\frac{6}{11}$ et $\frac{2}{11}$: unde pro $\frac{6}{11}$ habemus, secundum hanc rationem, duas singulares partes, scilicet $\frac{1}{22}\ \frac{1}{2}$; et pro $\frac{2}{11}$ habemus $\frac{1}{66}\ \frac{1}{6}$: ergo pro $\frac{8}{11}$ habemus $\frac{1}{66}\ \frac{1}{22}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{2}$: similiter pro $\frac{9}{11}$, quare soluuntur in $\frac{6}{11}$ et in $\frac{3}{11}$, habemus $\frac{1}{44}\ \frac{1}{22}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{2}$; et pro $\frac{10}{11}$ habemus $\frac{1}{33}\ \frac{1}{22}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}$; cum 10 que sunt super 11 sint $\frac{1}{3}\ \frac{1}{2}$ de 12; que 12 sunt uno plus quam 11, que sunt sub uirgula.

VII.6.6

De quarta differentia disgregationis.

Qvarta differentia est quando maior est sine regula, et uno plus maiori diuiditur per 1 minus minori, ut $\frac{5}{11}$ et $\frac{7}{11}$: huius differentie regula est ut extrahas 1 de minori, ex qua facies unam singularem partem unius integri, uidelicet talem qualis fuerit numerus, qui est sub uirgula; et tunc remanebunt tibi partes tertie differentie: ut si de $\frac{5}{11}$ extraxeris $\frac{1}{11}$, remanebunt $\frac{4}{11}$; pro quibus $\frac{4}{11}$ habebis singulares partes per tertiam differentiam, | $\frac{1}{33}\ \frac{1}{3}$; cum quibus addita $\frac{1}{11}$ suprascripta, reddunt $\frac{1}{33}\ \frac{1}{11}\ \frac{1}{3}$: eademque ratione pro $\frac{7}{11}$ habebis $\frac{1}{22}\ \frac{1}{11}\ \frac{1}{2}$, et pro $\frac{3}{7}$ habebis $\frac{1}{28}\ \frac{1}{7}\ \frac{1}{4}$, et pro $\frac{6}{19}$ habebis $\frac{1}{76}\ \frac{1}{19}\ \frac{1}{4}$, et pro $\frac{7}{29}$ habebis $\frac{1}{5}\ \frac{1}{29}\ \frac{1}{5}$, hoc est $\frac{1}{145}\ \frac{1}{29}\ \frac{1}{5}$.

VII.6.7

De quinta differentia.

Qvinta differentia est cum maior numerus fuerit par duo plus maiori diuiduntur per 2 minus maiori: huius differentie regula est, ut de minori numero extrahas 2, que 2 erunt ex prima differentia; residuum uero erit de tertia ut $\frac{11}{26}$: ex quibus si extraxeris $\frac{2}{26}$, que sunt $\frac{1}{13}$ secundum regulam prime differentie, remanent $\frac{9}{26}$, que sunt $\frac{1\ 0}{3\ 26}\frac{1}{3}$, hoc est $\frac{1}{78}\frac{1}{3}$; cum quibus adde $\frac{1}{13}$, erunt $\frac{1}{78}\frac{1}{13}\frac{1}{3}$ pro singularibus partibus de $\frac{11}{26}$: eademque ratione pro $\frac{11}{62}$ habebis $\frac{1\ 0}{7\ 62}\frac{1}{31}\frac{1}{7}$.

VII.6.8

De sexta differentia.

Sexta differentia est quando maior numerus diuiditur integraliter per 3, et uno plus maiori diuiditur per 3 minus minori, ut $\frac{17}{27}$: cuius regula est, ut ex ipsis partibus extrahes tres partes, hoc est quod de minori extrahes 3; que tres partes erunt de prima differentia, reliqua uero erunt de tertia: ut si de $\frac{17}{27}$ extraxeris $\frac{3}{27}$, que sunt $\frac{1}{9}$ secundum primam differentiam rei, et $\frac{14}{27}$ que per tertiam differentiam sunt $\frac{1}{54}\frac{1}{2}$; cum quibus addita $\frac{1}{9}$ suprascripta, erunt $\frac{1}{54}\frac{1}{9}\frac{1}{2}$ pro partibus de $\frac{17}{27}$. Eademque ratione pro $\frac{20}{33}$ habebis $\frac{1}{66}\frac{1}{11}\frac{1}{2}$.

VII.6.9

De septima differentia.

Septima differentia est quando nulla suprascriptarum differentiarum contingit, cuius regula est multum utilis: per hanc enim quarundam suprascriptarum differentiarum partes melius quam per ipsarum regulas quandoque inueniuntur, uidelicet partes secunde, et quarte, et quinte, et sexte differentie. Vnde partes ipsarum quattuor differentiarum per hanc septimam regulam semper sunt repetende, ut possis pulchriores partes uel per ipsorum regulas, uel per hanc subtilius reperire: est huius differentie regula, ut diuidas maiorem numerum per minorem; et cum ipsa diuisio integra non fuerit, considera inter quos duos numeros illa diuisio ceciderit: si inter 3 et 4 ceciderit, scies quia minor numerus de maiori est minus quam $\frac{1}{3}$, et plus quam $\frac{1}{4}$ ipsius: et si inter 4 et 5 ceciderit, erit minus $\frac{1}{4}$ et plus quam $\frac{1}{5}$; et sic intelligas de omnibus duobus numeris, inter quos illa diuisio ceciderit: deinde accipe maiorem partem, que minor numerus fuerit de maiori; et residuum quod inde remanebit serua: quod si fuerit ex aliqua suprascriptarum differentiarum, operare per eam; et si illud residuum non fuerit ex aliqua suprascriptarum differentiarum, tunc ex ipso residuo accipies maiorem partem; et hoc facies, donec remanebunt partes alicuius suprascriptarum differentiarum, uel donec habueris omnes singulares partes, que minor fuerit de maiori. Verbi gratia: uolumus singulares partes de $\frac{4}{13}$ facere: diuisio quidem de 13 in 4 cadit inter 3 et 4; quare $\frac{4}{13}$ unius integri sunt minus de $\frac{1}{3}$ unius integri, et plus quam $\frac{1}{4}$: quare cognoscimus quod $\frac{1}{4}$ est maior singularis pars, que de $\frac{4}{13}$ accipi potest. Nam $\frac{13}{13}$ faciunt unum integrum; quare quarta pars eorum, scilicet $\frac{1\ \ 3}{4\ 13}$, est $\frac{1}{4}$ unius integri: quare extrahe $\frac{1\ \ 3}{4\ 13}$ de $\frac{4}{13}$, remanebunt $\frac{3\ \ 0}{4\ 13}$, que per secundam differentiam sunt $\frac{1\ 1\ \ 0}{4\ 2\ 13}$, hoc est $\frac{1}{52}$ $\frac{1}{26}$: uel quia $\frac{3\ \ 0}{4\ 13}$ sunt $\frac{3}{52}$, que per secunde differentie regulam sunt similiter $\frac{1}{52}$ $\frac{1}{26}$; ergo pro $\frac{4}{13}$ habemus tres singulares partes, scilicet $\frac{1}{52}$ $\frac{1}{26}$ $\frac{1}{4}$. Aliter partes de $\frac{3}{52}$ per hanc septimam regulam potes reperire. Videlicet ut diuidas per 3, exeunt 17 et plus: quare $\frac{1}{18}$ est maior pars, que in $\frac{3}{52}$ sit. Vnde diuisis 52 per 18, exeunt $\frac{8}{9}$2; quibus extractis de 3, remanet $\frac{1\ \ 0}{9\ 52}$, scilicet $\frac{1}{468}$: ergo pro $\frac{3}{52}$ habemus $\frac{1}{468}$ $\frac{1}{18}$; quare pro $\frac{4}{13}$ habemus $\frac{1}{468}$ $\frac{1}{18}$ $\frac{1}{4}$.

VII.6.10

Item sic facies singulares partes de $\frac{9}{61}$: diuide 61 per 9, exibunt 6 et amplius; quare habebis $\frac{1}{7}$ pro maiori singulari parte de $\frac{9}{61}$: diuides itaque 61 per 7, exibunt $\frac{5}{7}$8, que sunt sexagesime prime; quas extrahe de $\frac{9}{61}$, remanebunt $\frac{2\ \ 0}{7\ 61}$, hoc est $\frac{2}{427}$, que $\frac{2}{427}$ sunt $\frac{1}{214}$ et $\frac{1\ \ \ 0}{214\ 427}$ secundum tertiam differentiam: ergo $\frac{9}{61}$ sunt $\frac{1\ \ \ 0}{214\ 427}$ $\frac{1}{214}$ $\frac{1}{7}$ unius integri, ut pro $\frac{2\ \ 0}{7\ 61}$ habentur per tertiam compositam differentiam $\frac{1\ \ 0}{4\ 61}$ et $\frac{1\ \ 0}{28\ 61}$: quare pro $\frac{9}{61}$ habentur $\frac{1}{1708}$ $\frac{1}{244}$ $\frac{1}{7}$.

VII.6.11

Item hunc eundem modum de $\frac{17}{29}$ uolumus demonstrare. Diuisis quidem 29 per 17, exiit 1, et amplius; quare cognoscimus $\frac{17}{29}$ magis esse medietate unius integri: et notandum est quia tres tertie, uel quattuor quarte, uel $\frac{5}{5}$, uel $\frac{6}{6}$ faciunt unum integrum: similiter $\frac{29}{29}$ faciunt unum integrum; ex quibus si acceperimus medietatem, scilicet $\frac{1\ 14}{2\ 29}$, et extraxerimus eas de $\frac{17}{29}$, remanebunt $\frac{1\ 2}{2\ 29}$, hoc est $\frac{5}{58}$: quare $\frac{17}{29}$ sunt $\frac{5}{58}\ \frac{1}{2}$, de quibus $\frac{5}{58}$ | oportet facere singulares partes, scilicet per hanc eandem differentiam: quare diuide 58 per 5, exibunt 11 et amplius. Vnde cognoscitur quod $\frac{1}{12}$ est maior singularis pars, que sit in $\frac{5}{58}$: unde accipiatur $\frac{1}{12}$ de $\frac{58}{58}$, scilicet de integro, erunt $\frac{5\ 4}{6\ 58}$, a quibus usque in $\frac{5}{58}$ deest $\frac{1\ 0}{6\ 58}$, hoc est $\frac{1}{348}$; et sic habebis pro $\frac{17}{29}$ tres singulares partes, scilicet $\frac{1}{348}\ \frac{1}{12}\ \frac{1}{2}$.

VII.6.12

Regula uniuersalis in disgregatione partium numerorum.

Est enim in similibus quedam alia uniuersalis regula, scilicet ut inuenias numerum, qui habeat in se multas regulas, ut 12, uel 24, uel 36, uel 48, uel 60, uel quemlibet alium numerum, qui sit maior medietati numeri existenti sub uirgula, uel minor duplo ipsius: ut pro prescriptis $\frac{17}{29}$ accipiamus 24, que sunt plus medietate de 29; et multiplica igitur 17, que sunt super uirgulam per 24, erunt 408; que diuide per 29 et per 24, exibunt $\frac{2\ 14}{29\ 24}$: deinde uide de 14, que partes sunt de 24: sunt enim $\frac{1\ 1}{4\ 3}$ uel $\frac{1\ 1}{12\ 2}$, quas serua pro partibus de $\frac{17}{29}$; et uide iterum de 2 que sunt super 29, que partes sint de 24: sunt enim $\frac{1}{12}$ ipsorum, pro quo habebis $\frac{1\ 0}{12\ 29}$ in eisdem partibus de $\frac{17}{29}$; quia $\frac{2}{29}$ de $\frac{1}{24}$ equantur $\frac{2}{24}$ de $\frac{1}{29}$, que sunt $\frac{1\ 0}{12\ 29}$, scilicet $\frac{1}{348}$: ergo pro $\frac{17}{29}$ habebis $\frac{1}{348}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$, uel $\frac{1}{348}\ \frac{1}{12}\ \frac{1}{2}$, ut superius inuenimus.

VII.6.13

Item si multiplicaueris 17, que sunt super 29 per 36, sicuti multiplicasti ea per 24, et diuiseris similiter per 29 et per 36, exibunt $\frac{3\ 21}{29\ 36}$, que 21 sunt $\frac{1\ 1}{4\ 3}$; uel $\frac{1}{12}\ \frac{1}{2}$ de 36 et 3, que sunt super 29, sunt $\frac{1}{12}$ de 36: et cum ipsa 3 sint super 29, erunt $\frac{1\ 0}{12\ 29}$, hoc est $\frac{1}{348}$; et sic habebis iterum pro partibus singularibus de $\frac{17}{29}$ $\frac{1}{348}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$, uel $\frac{1}{348}\ \frac{1}{12}\ \frac{1}{2}$. Et si uis scire quare multiplicauimus per 24 illa 17, que sunt super 29, et diuisimus summam per 29, scias nos de $\frac{17}{29}$ fecisse $\frac{1}{24}$; quia 24 est numerus ex multis numeris compositus, unde partes eius cadunt ex prima et secunda differentia. Sunt enim $\frac{17}{29}$ ut predicta inuenta sunt $\frac{2}{29}\ \frac{14}{24}$; ex quibus $\frac{14}{24}$, que sunt in capite uirge habentur per secundam differentiam $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$, uel $\frac{1}{12}\ \frac{1}{2}$; et per $\frac{2\ 0}{29\ 24}$, que remanent, habentur per primam differentiam reuolutam $\frac{2\ 0}{24\ 29}$, hoc est $\frac{1\ 0}{12\ 29}$. Similiter cum multiplicasti 17 per 36, et diuisisti per 29, tunc de $\frac{17}{29}$ fecisti trigesimas sextas. Sunt enim $\frac{29}{29}$ equales de $\frac{36}{36}$: quare quam portionem habent 29 ad 36, eamdem proportionem habebunt 17 ad quartum numerum: quare multiplicauimus tertium numerum, scilicet 17 per secundum, scilicet per 36, et diuisimus summam per primum; quia cum .IIII^{or}. numeri sunt proportionales, est multiplicatio secundi in tertium equa multiplicationi primi in quartum, ut ab Euclide demonstratum est.

VII.6.14

Item si $\frac{19}{53}$ in singulas partes disgregare uis, quamuis sint ex quarta differentia cum uno plus de $\frac{\ }{53}$, diuidatur pro uno minus de 19 : unde pro $\frac{19}{53}$ habebis $\frac{1\ \ 1}{159\ 53}\frac{1}{3}$: inde qualiter per septimam regulam fieri debeat, ostendamus: diuisio enim de 53 in 19 cadit inter 2 et 3: quare habemus $\frac{1}{3}$ pro maiori singulari parte, que de $\frac{19}{53}$ accipi potest; et extrahe tertium de 53, scilicet $\frac{2}{3}$ 17 de 19, remanebunt $\frac{1}{3}$ 1, hoc est $\frac{1\ \ 1}{3\ 53}$: ergo singulares partes de $\frac{19}{53}$ sunt $\frac{1}{159}\frac{1}{53}\frac{1}{3}$, ut per regulam quarte differentie inuenimus.

VII.6.15

Per hanc enim regulam non possunt ita leuiter facere singulares partes de $\frac{20}{53}$. Vnde inuenies eas per aliam regulam, uidelicet multiplicando 20 per aliquem numerum, qui multas habeat regulas, ut prediximus: multiplicatis quidem 20 per 48, et diuisis per 53 et per 48, reddunt $\frac{6\ \ 18}{53\ 48}$; que 18 sunt $\frac{1}{8}\frac{1}{4}$ de 48, uel $\frac{1}{24}\frac{1}{3}$ et 6, que sunt super 53 sunt $\frac{1}{8}$ de 48: quare erit $\frac{1\ \ 0}{8\ 53}$; cum ipsa 6 sint super 53: ergo pro singularibus partibus de $\frac{20}{53}$ habes $\frac{1\ \ 0}{8\ 53}\frac{1}{8}\frac{1}{4}$ uel $\frac{1\ \ 0}{8\ 53}\frac{1}{24}\frac{1}{3}$; et sic studeas in omnibus similibus operari: et cum non possis per unam ex prescriptis regulis congruas singulares partes quorumlibet similium habere, studeas eas per aliquam aliarum inuenire: et notandum quia sunt multi rupti, qui aptandi sunt antequam disgregentur in singulares partes, scilicet cum maior numerus non diuidatur per minorem, et habeat ad inuicem aliquam comunem regulam ut $\frac{6}{9}$, quorum unusquisque numerus integraliter per 3 diuiditur: quare diuides utrumque eorum per 3, exibunt 2 super uirgam, et 3 sub ipsa, hoc est $\frac{2}{3}$, que sunt ex tertia differentia; cum uno plus de $\frac{1}{2}$ diuidantur per 2; quare sunt $\frac{1}{6}\frac{1}{2}$, similiter est $\frac{6}{8}$; quorum numerorum uterque diuiditur per 2. Vnde reducuntur in $\frac{3}{4}$, et sunt $\frac{1}{4}\frac{1}{2}$ per secundam differentiam; et sic intelligas de similibus. Et si plures | rupti fuerint sub una uirgula, oportet ut reducantur in uno rupto sub uirgula, ut $\frac{1\ 3}{2\ 8}$, que sunt $\frac{7}{16}$. Et reducuntur sic: multiplicantur 3, que sunt super 8 per 2, et additur 1: ponimus, et sic habemus 7; et multiplicabis 2 per 8, que sunt sub uirgula, fiunt 16; que 16 ponimus sub uirgula, et super ipsa ponimus 7.

VII.6.16

Item $\frac{2\ 2\ 4}{3\ 5\ 9}$ sunt $\frac{71}{135}$, que inueniuntur secundum suprascriptum modum, scilicet multiplicando 4, que sunt super 9 per 5, et addendo 3; que per 3 et addendo 2; et sic habemus 71 super uirgulam; et ex multiplicatione de 3 in 5; que in 9, habemus 135 sub uirgula, que $\frac{71}{135}$ secundum septimam regulam disgregatur in $\frac{1}{270}\frac{1}{45}\frac{1}{2}$.

VII.6.17

Et notandum quia quando per septimam regulam maiorem partem acceperis, que minor numerus fuerit de maiori, et relinques singulares partes, que remanserint minus quam pulcre euenitur: relinques ipsam maiorem partem, et operaberis per aliam sequentem partem, que minor sit ea: ut si maior pars fuerit $\frac{1}{5}$, operaberis cum sexta : et si fuerit $\frac{1}{7}$, operaberis cum $\frac{1}{8}$. Verbi gratia : in $\frac{4}{49}$ maior pars est $\frac{1}{13}$; qua extracta de $\frac{4}{49}$, remanent $\frac{3\ \ 0}{13\ 49}$, scilicet $\frac{3}{637}$, que per quartam differentiam sunt $\frac{1\ \ \ 0}{819\ 637}$ $\frac{0}{219}$: ergo pro $\frac{4}{49}$ habemus $\frac{1\ \ \ 0}{819\ 637}$ $\frac{1}{349}$ $\frac{1}{13}$, que minus quam pulcre sunt: quare relinques $\frac{1}{13}$, et operare cum $\frac{1}{14}$; qua extracta de $\frac{4}{49}$, remanent $\frac{1\,0}{2\,49}$, hoc est $\frac{1}{98}$; et sic per $\frac{4}{49}$ habemus $\frac{1}{98}$ $\frac{1}{14}$, que partes pulcriores sunt factis partibus; et reperiuntur alio modo: scilicet ut diuidas 4, que sunt super 49 per regulam de 49, exibunt $\frac{1\,0}{7\,7}$, que per tertiam compositam differentiam sunt $\frac{1\,0}{14\,7}$ $\frac{1\,0}{2\,7}$; nam $\frac{1\,0}{2\,7}$ est $\frac{1}{14}$, et $\frac{1\,0}{14\,7}$ est $\frac{1}{98}$; et sic pro $\frac{4}{49}$ habemus similiter $\frac{1}{98}$ $\frac{1}{14}$.