CAPITOLUM QUINTUM

V.1

Incipit capitulum quintum de diuisionibus integrorum numerorum.

Uolentibus scire diuidere quoslibet numeros per quoslibet numeros, necessarium est eis ut addiscant prius diuidere omnes numeros per numeros qui sunt a binario usque in decenarium; et cum hoc scire non possint, donec quasdam introductiones diuisionum quorumdam numerorum per ipsos cordetenus, sciant quorum diuisiones in sequentibus paginis in tabulis declarantur. Sed et doceatur primum qualiter cuncta minuta numerorum perfecte scribantur.

V.2

Cum super quemlibet numerum quedam uirgula protracta fuerit, et super ipsam quilibet alius numerus descriptus fuerit, superior numerus partem uel partes inferioris numeri affirmat; nam inferior denominatus, et superior denominans appellatur. Vt si super binarium protracta fuerit uirgula, et super ipsam unitas descripta sit ipsa unitas unam partem de duabus partibus unius integri affirmat, hoc est medietatem sic $\frac{1}{2}$ et super ternarium ipsa unitas posita fuerit sic $\frac{1}{3}$, denotat tertium: et si super septenarium sic $\frac{1}{7}$ septimam; et si super 10 decimam; et si super 19, nonamdecimam partem unius integri affirmat, et sic deinceps. Item si binarius super ternarium extiterit sic $\frac{2}{3}$, duas partes de tribus partibus unius integri affirmat, hoc est duas tertias. Et si super 7 duas septimas sic $\frac{2}{7}$ et si super 23 duas uigesimas tertias denotabunt, et sic deinceps. Item si septenarius super nouenarium positus fuerit sic $\frac{7}{9}$ septem, nouenas unius integri affirmant; et si 7 super 97, septem nonagesimas septimas denotabunt. Item 13 posita super 29, tredecim uigesimas nonas affirmant. Et si 13 sunt super 347, tredecim trecentesimas quadragesimas septimas indicabunt, et sic de reliquis numeris est intelligendum.

V.3

Item si sub una eadem uirgula plures numeri positi fuerint, et super unum quemque ipsorum alii numeri describentur, numerus qui in capite uirgule dextere partis super numerum positus fuerit ipsius, sub positi numeri partem uel partes ut prediximus denotabit. Qui uero super secundum ipsius secundi partes de partibus primi sub positi numeri declarat. Qui autem super tertium, ipsius tertii partes partium secundi de partibus primi affirmat, et sic semper qui sequentur super uirgulam partes partium cunctorum antecedentium sub uirgula denotant, ut si sub quadam uirgula fiat 2 et 7 et super 2 sit 1 et super 7 sint 4 ut hic cernitur, denotantur quattuor septime, et medietas unius septime. Si autem super 7 esset zephyrum sic $\frac{1}{2}\frac{0}{7}$ medietas tantum unius septime denotaretur.

V.4

Item sub quadam alia uirgula sint 2 et 6 et 10; et super 2 sit 1; et super 6 sint 5 et super 10 sint 7 ut hic ostenditur .$\frac{1}{2}\ \frac{5}{6}\ \frac{7}{10}$ septem que sunt super 10 in capite uirgule representant septem decenas, et 5 que sunt super 6 denotant quinque sextas unius decime partis, et 1 quod est super 2 denotat medietatem sexte unius decime partis, et sic singulariter de singulis intelligatur: tamen monendum est ut semper minores numeri sint uersus sinistram sub eadem uirgula : sed si | plures fuerint uirgule rupti unius uirgule non respondent ruptis alterius, et illa uirgula que est maior pars integri, semper est ponenda uersus dexteram manum. Dicuntur quidem fractiones, que sunt in una uirga, esse in gradibus, et est primus gradus earum fractio, que est in capite uirge a dextera parte. Secundus est fractio sequens uersus sinistram quereret. Verbi gratia in suprascripta uirga, scilicet in $\frac{1}{2}\ \frac{5}{6}\ \frac{7}{10}$ sunt $\frac{7}{10}$ in primo gradu ipsius uirge et $\frac{5}{6}$ sunt in secundo, et $\frac{1}{2}$ est in tertio, hoc est in ultimo gradu eiusdem uirge, et sic quot sunt numeri sub uirga, tot sunt gradus eiusdem.

V.5

Et si in uirga fuerint plures rupti, et ipsa uirga terminauerit in circulo, tunc fractiones eius, aliter quam dictum sit denotabunt, ut in hac .$\frac{2}{8}\ \frac{4}{5}\ \frac{6}{7}\ \frac{8}{9}$ cuius uirge fractiones denotant, octo nonas unius integri, et sex septimas de octononis, et quattuor quintas sex septimarum de octo nonis et duas tertias quattuor quintarum sex septimarum de octo nonis unius integri. Et si hec uirga terminaret ab alia parte in circulo sic. $\frac{8}{9}\ \frac{6}{7}\ \frac{4}{5}\ \frac{2}{3}$ denotaret tantum duas tertias de quattuor quintis de sex septimis de octo nonis unius integri. Item si uirgule protraherentur super uirgam in hunc modum $\frac{1}{8}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{2}\ \frac{3}{9}$, denotant fractiones eius quinque nonas et tertiam et quartam et quintam unius none. Iis itaque intellectis, introductiones predicte. ut inferius cernitur, describantur, cum cordetenus summo studio addiscantur.

V.6

Regula uniuersalis de diuisione numerorum per numeros primi gradus.

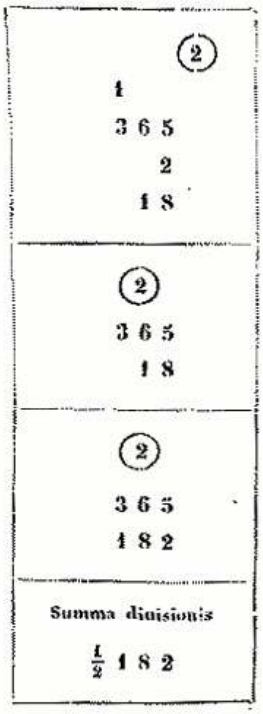
Notis igitur prescriptis diuisionibus atque eius frequenti usu optime perscrutatis, et si quis uoluit quemlibet numerum cuiuslibet gradus per quemlibet dictorum numerorum, scilicet eorum qui sunt a binario usque in decenarium diuidere, describat numerum in tabula, et ponat figuram, per quam figuram numerum diuidere uoluerit sub primo gradu ipsius numeri ; et incipiat diuisionem ab ultima figura numeri, et diuidat eam, si possibile fuerit, per numerum figure, per quam numerus diuidere uoluerit, ponens diuisionem inferius in tabula sub eodem ultimo gradu : et si aliquid ex diuisione superfuerit, ponat ipsum superfluum super eandem ultimam figuram; et copulet ipsum cum consequenti figura, et diuidat eas duas figuras, tanquam facientes numerum duarum figurarum , et ponat diuisionem sub eadem sequenti figura; et superfluum si fuerit, super ipsam describat. Et sic semper prescripto ordine superfluum sequenti figure copulando, et numerum, qui ex diuisione prouenerit, ponendo et superfluum superius describendo gradatim usque ad primam figuram numeri deuenerit procedendo.

V.7

Nam cum sepe contigerit, quod figure in quibus numeri diuidentur maiores ultimis figuris ipsorum numerorum extiterint, tunc cum non ualeant ipse per ipsas diuidi, incipiat diuisionem ab ultimis, et a consequentibus figuris; et diuidat eas prescripta ratione copulatas, et diuisiones ponat sub penultimis, et de superfluis uadat usque ad finem, ut prediximus, operando: si superfluum quinque non fuerit, diuidat tantum ipsam figuram, quousque superfluum inuenerit, que copulari edocetur: et si ipsam diuidere non poterit, ideo quia sit minor ipsa, per quam diuiditur, ponat sub ipsa zephyrum, et totam ipsam tanquam superfluum consequenti figure copulando adiungat; et sic habebit quarumlibet dictarum diuisionum quantitates.

V.8

Ut si uoluerit diuidere 365 per 2, describat 2 in quadam parte tabule, et desuper protrahat uirgulam, et alia 2 ponat sub 5, et incipiat diuidere 3 per 2, scilicet ultimam figuram, dicens $\frac{1}{2}$ de 3 est 1, et remanet 1: describat 1 sub eisdem 3 et 1 quod remanet describat superius, ut in prima descriptione cernitur; et remanente 1 copulato cum 6, que sunt iuxta ultimam dictam figuram, facient 16: accipiat $\frac{1}{2}$ de 16 quod est 8; ponat ergo 8 sub 6 antepositum, 1 sub 3, ut in secunda descriptione cernitur; et cum nichil sit superfluum in diuisione de 16, diuidat 5 per 2, exibunt 2 et remanet 1: describat 2 sub 5 et 1 quod remanet scribat super posita 2 que ex parte cum uirgula seruare iussimus; et erit medietas unius integri: et ante ipsum $\frac{1}{2}$ describat numerum exeuntem ex diuisione, scilicet 182, ut in ultima descriptione patet.



V.9

Nam rupti uel fracti semper ponendi sunt post integra, quamuis prius integra quam rupti pronuntiari debeant. Et notandum rursus, quia quando aliquis numerus diuisus est per aliquem numerum, tunc ex multiplicatione diuisoris in exeuntem prouenit diuisus numerus. Vt si 40. diuidantur per 4., ueniunt 10. Quare si multiplicamus 4. per 10 quadraginta, scilicet diuisum numerum faciunt. Similiter si multiplicabunt $\frac{1}{2}$ 182 per 2, scilicet exeuntem numerum per diuisorem, prouenient 365, scilicet numerus diuisus.

V.10

Item si eadem 365 per 3 diuidere uoluerit, describat 3 sub 5 et diuidat 3 per 3, exibit 1., quod ponat sub 3. Item diuidat 6 per 3, exibunt 2 que ponat sub 6; et diuidat 5 per 3, exibit 1 et remanent 2.: ponat 1 sub 5 et 2 super uirgulam de 3 ex parte seruata, et ante ipsum ponat numerum exeuntem ex diuisione, scilicet 121 et sic habebitur $\frac{2}{3}$ 121 pro quesita diuisione, ut hic ostenditur. Et notandum quod numerus qui diuiditur uocatur diuisus uel diuidendus; et numerus qui diuidit uocatur diuidens, uel diuisor; et numerus qui prouenit ex diuisione uocatur procedens uel exiens.

V.11

Diuisio 1346 *per* 4.

Item si uoluerit quis diuidere 1346 per 4, ponat 4 sub 6 et diuidat 13 per 4, cum non possit diuidere 1, quod est in ultimo gradu numeri, exibunt 3 et remanet 1: ponat 3 sub 3 et remanens 1 ponat sub eadem 3, et copulet ipsum 1 cum 4 que antecedunt 3 in numero, erunt 14: sumat quartam de 14 que est 3 et remanent 2: ponat 3 inferius sub 4 et remanentia 2 superius, quibus copulatis cum 6, faciunt 26; que diuidat per 4, exibunt 6 et remanent 2: ponat 6 sub 6 et remanentia 2 ponat sub uirgula de 4 ex parte seruata | que notant duas quartas unius integri, que equales sunt medietati unius integri; et ante ipsas ponat numerum exeuntem ex diuisione, scilicet 336; et sic habebuntur $\frac{1}{2}$ 336 pro quesita diuisione.

V.12

Verbi gratia: diuisimus primum 13 per 4, que 13 terminantur in tertio gradu. Quare ipsa esse centenaria cognoscimus, cum tertius gradus sit centenariorum. Diuisis ergo tredecim centenariis per 4, ueniunt centenaria tria et remanet unum centenarium indiuisibile. Quare posuimus 3 in tertio gradu, scilicet in loco centenariorum et 1, quod fuit superfluum, posuimus super 6 et est denotans centum; et copulauimus ipsum 1 cum 4, fecerunt 14 que terminantur in secundo gradu, scilicet in loco decenarum. Quare denotant centenas decenas 14, quas diuisimus per 4, uenerunt tres decene, et duedecene remanserunt indiuisibiles: quare posuimus 3 sub 4 et 2 super 4 in loco, uidelicet decenarum, et copulauimus ipsa 2 cum 6 primi gradus. Ex quorum copulatione habuimus 26 unitates; cum ipsa copulatio terminet in primo gradu; et diuisimus ipsas 26 unitates per 4, et uenerunt unitates 6, et remanserunt 2. Quare posuimus 6 in loco unitatum, et duo posuimus super uirgam de 4; et sic intelligatur de reliquis similibus diuisionibus.

V.13

Diuisio 5439 *per* 5.

Item si uoluerit diuidere 5439 per 5, ponat 5 sub 9 et dicat $\frac{1}{5}$ de 5 est 1, quod ponat sub 5 et $\frac{1}{5}$ de 4 est 0, et remanent 4: ponat 0 sub 4, et pro remanentibus 4 copulet ipsa 4 cum 3 et dicat: $\frac{1}{5}$ de 43 sunt 8 et remanent ipsa 3: ponat 8 sub 3 et accipiat quintam de ipsis 3 copulatis cum 9, scilicet de 39, exibunt 7 et remanent 4: ponat 7 sub 9 et 4 super uirgulam de 5 ex parte seruatis et ante ponat numerum exeuntem ex diuisione.

V.14

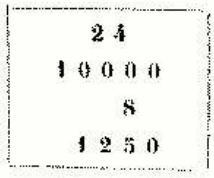
Diuisio 9000 *per* 7.

Item si uoluerit diuidere 9000 per 7, ponat 7 sub primo zephyro, et diuidat 9 per 7, exibit 1 et remanent 2: ponat ergo 1 sub 9 et 2 desuper, quibus copulatis cum 0, quod est secus 9, faciunt 20 que diuidat per 7, exibunt 2 et remanent 6: ponat 2 sub illo zephyro, et 6 desuper, quibus copulatis cum sequenti zephyro, faciunt 60 que diuidat per 7, exibunt 8 et remanent 4: ponat 8 sub illo zephyro 0, et desuper ponat 4, quibus copulatis cum zephyro primi gradus, faciunt 40, que diuidat per 7, exibunt 5, et remanent 5: ponat 5 sub ipso 0 et remanentia 5 ponat super uirgulam de 7 ex parte descripta, et ante ipsam ponat numerum exeuntem ex diuisione.

V.15

Diuisio 10000 *per* 8.

Item si uoluerit diuidere 10000 per 8, ponat 8 sub 0 primi gradus et dicat: $\frac{1}{8}$ de 10 est 1 et remanent 2: ponat 1 sub 0 tertii gradus, et desuper ponat 4 et accipiat $\frac{1}{8}$ de 40 que est 5 que ponat sub secundo gradu; et ut expleatur ordo graduum exeuntis numeri, ponendum est 0 sub 0 primi gradus, ut in hac descriptione cernitur.



V.16

Diuisio 120037 *per* 9.

Item si 120037 per 9 diuidere uoluerit, describat 9 sub 7 et dicat: $\frac{1}{9}$ de 12 est 1 et remanent 3: ponat 1 sub 2 et superius 3, et $\frac{1}{9}$ de 30 est 3 et remanent 3: ponat 3 sub 0 quarti gradus, et desuper ponat 3; et iterum accipiat 9 de 30 quod est 3 et remanent 3: ponat 3 sub 0 tertii gradus et 3 ponat super ipsum 0: iterum et $\frac{1}{9}$ de 33 est 3 et remanent 6: ponat 3 sub 3 et superius 6 et $\frac{1}{9}$ de 67 est 7 et remanent 4: ponat 7 sub 7 et remanentia 4 ponat super uirgulam de 9 ex parte descripta. Et ita si secundum prescriptum diuidendi ordinem diuidere sciuerit in aliquibus similibus diuisionibus nunquam poterit deuiare: etiam per eundem modum omnes numeri diuidi possunt per 11 et per 13: tamen oportet primum scire introductiones ipsorum ordinum aliorum suprascriptorum ut in tabulis diuisionum superius continentur. Nam introductio de 11 ascendit ab uno usque in decies 11, scilicet in 110. Et introductio de 13 ascendit ab 1 usque in decies 13, scilicet 130.

V.17

Diuisione numerorum per 11.

Notis quidem dictis introductionibus, et uoluerit quis diuidere 12532 per 11, ponat 11 sub 32. Et accipiat $\frac{1}{11}$ de 12, que sunt in capite diuidendi numeri quod est 1, et remanet 1. Ideo quia $\frac{1}{11}$ de 11 est 1 sicut in suprascriptis tabulis ostenditur; ergo $\frac{1}{11}$ de 12 est 1 et remanet 1. Pone itaque 1 sub 2 de ipsis 2 et remanens 1 ponat super 2, et copulet ipsum 1 cum antecedente figura, scilicet cum 5, facient 15, de quibus accipiat $\frac{1}{11}$ que est 1 et remanet 4 dicta ratione; et ponat 7 sub 5 et remanentia 4 super 5 que copulet cum antecedente figura, scilicet cum 3, facient 43: de quibus iterum accipiat $\frac{1}{11}$ que est 3 et remanet 10: ideo quia $\frac{1}{11}$ de 33 est 3, a quibus usque in 43 sunt 10: ergo $\frac{1}{11}$ de 43 est 3 et remanent 10 ut diximus: ponat ergo 3 sub 3, et 10 ponat super 43, hoc est ponat 1 super 4, que posita fuerunt super 5 et 0 ponet super 3, et copulet rursus ipsa 10 cum antecedente figura, scilicet cum 2 que sunt in primo gradu, erunt 102, de quibus iterum accipiet $\frac{1}{11}$, erunt 9 et remanent 3: ponat 9 sub dictis 2 et remanentia 3 ponat super uirgulam de 11 ex parte seruata, et habebit pro quesita diuisione $\frac{3}{11}$ 1139.

V.18

Diuisio de

Item si uoluerit diuidere 123586 per 13, positis 13 sub 86, diuidat 123 per 13; cum 12 minus sit de 13, exibunt 9 et remanent 6. Nam tertia decima de 117 est 9, a quibus usque in 123 desunt 6: ponat 9 sub 3 de ipsis 123 et remanentia 6 ponat super eisdem 3 et copulabit ea cum 5, erunt 65, quorum $\frac{1}{13}$ est 5: quare ponat 5 sub 5 et sub 8 ponat 0 cum 8 minus sint de 13, et copulabit ipsa 8 cum 6 que sunt in primo gradu, erunt 86, quorum $\frac{1}{13}$ cum sit 6 et remanent 8: ponet 6 in primo gradu exeuntis numeri, et 8 super uirgam de 13, et habebit pro quesita diuisione $\frac{8}{13}$ 9506: per hunc etiam modum possunt diuidi numeri per 17 et per 19; tamen oportet scire introductiones ipsorum ordine aliorum suprascriptorum numerorum. Sed cum graue uideatur ipsorum introductiones cordetenus posse retineri, qualiter per alium modum numeri diuidantur per 17 et per 19, etiam et per alios numeros duarum figurarum, in suo loco demostrabimus.

V.19

De diuisione numerorum cordetenus in manibus per eosdem numeros.

Uerum si materia consimilium diuisionum cordetenus in manibus operari uoluerit, retineat numerum in manibus quem diuidere uoluerit, et eat semper per manus, gradatim diuidendo, incipiendo ab ultima figura, ponens semper in manibus numeros ex diuisione exeuntes, superflua semper cordetenus retinendo; et numerum diuidendum gradatim de manibus delendo. Verbi gratia: ut si proposuerit diuidere 7543 per 6, retineat prescriptum numerum in manibus, et diuidat 7 per 6, que 7 sunt in manu dextera in loco miliariorum, exibit 1 et remanet 1: deleat 7 de manu et ponat ibidem 1, et remanens 1 retineat in corde, quod copulet cum 5 que sunt in manu dexetra in loco centenariorum, erunt 15, que diuidat per 6, exibunt 2 et remanent 3: deleat 5 de manu et ponat ibidem 2 et in corde retineat 3; quibus copulatis cum 4 que sunt in sinistra manu in loco decenarum, faciunt 34, que diuidat per 6, exibunt 5 et remanent 4: deleat 4 de manu, et ponat ibidem 5 et remanentia 4 in corde retineat, que copulet cum 3 que sunt io eadem manu in loco unitatum, erunt 43 que diuidat per 6, exibunt 7 et remanet 1: deleat 3 de manu et ponat ibidem 7, et pro remanenti 1 dicat sextam; et sic habebit in manibus pro quesita diuisione $\frac{1}{6}$ 1257.

V.20

Diuisio 8059 *per* 5.

Uel si uoluerit diuidere 8059 per 5, retineat numerum in manibus et dicat: $\frac{1}{5}$ de 8 que sunt in loco miliarorum est 1 et remanent 3: deleat 8 de manu et ponat ibidem 1, et in corde retineat 3; et cum in hoc numero in loco centenariorum non habeatur aliquid in manu, dicendum est quod sit ibi zephyrum, cum quo copulet 3 seruata, facient 30, quorum $\frac{1}{5}$ est 6 que ponat in corde loco, scilicet centenariorum; et ducat diuisionem de manu dextera ad sinistram, dicens $\frac{1}{5}$ de 5, scilicet de eis que sunt in loco decenarum est 1: deleat 5 et ponat ibidem 1 et accipiat $\frac{1}{5}$ de 9 que est 1 et retineat 4, scilicet de eis que sunt in loco unitatum: deleat ipsa 9 de manu et ponat ibidem 1 et pro remanentibus 4 dicat $\frac{4}{5}$; et sic habebit pro quesita diuisione $\frac{4}{5}$ 1611, et sic in reliquis similibus diuisionibus intelligatur.

V.21

Cvm aliquis aliquem numerum per 10 diuidere uoluerit, deleat ex ipso numero figuram primi gradus | et ponat eam super quedam 10 positum ex parte cum uirgula, et ante ipsa ponat numerum qui remanserit post delectionem dicte prime figure; et sic poterit quemlibet numerum per 10 diuidere. Verbi gratia: ut si uoluerit diuidere 167 per 10, deleat ex ipsis figuram primi gradus, scilicet 7 et ponat ea super quedam 10, ut diximus, ex parte seruata cum uirgula, et ante ipsam ponat remanentem numerum, scilicet 16; et sic habebis pro quesita diuisione $\frac{7}{10}$ 16. Et si 1673 per 10 diuidere uoluerit, deletis 3 de 1673, remanent pro quesita diuisione $\frac{3}{10}$ 167.

V.22

Incipiunt diuisiones numerorum per numeros incompositos secundi gradus.

Nvmerorum quidam sunt incompositi, et sunt illi qui in arismetrica et in geometria primi appellantur. Ideo quia a nullis numeris minoribus existentibus ipsis, preter quam ab unitate, metiuntur uel numerantur. Arabes ipsos hasam appellant. Greci coris canon, nos autem sine regulis eos appellamus; ex quibus illi qui sunt infra centum, in quadam tabula in sequentibus describuntur. Alios uero primos, qui sunt ultra centum, per regulam inuenire docebo. Reliqui uero compositi, uel epipedi, idest superficiales, a peritissimo geometriae Euclide appellantur. Ideo quia componuntur ex multiplicatione aliquorum numerorum, ut duodecim que componuntur ex multiplicatione binarii in .6., uel ternarii in 4, nos autem ipsos regulares numeros appellamus. Et cum diuidendi doctrina per primos et compositos non sit eadem, in primis, scilicet per eos qui sunt sine regulis infra centum, quoslibet numeros ipsis maiores existentes diuidere ostendamus.

Tabula numerorum hasam

11	37	67
13	41	71
17	43	73
19	47	79
23	53	83
29	59	89
31	61	97

V.23

Cvm autem quemlibet numerum per aliquem prescriptorum, qui sit sine regula, quis diuidere uoluerit, describat numerum in tabula, et sub ipso ponat ipsum primum numerum, per quem diuidere uoluerit, collocans siquidem similem gradum sub simili et uideat, si due ultime numeri diuidendi figure maiorem numerum facient, uel equalem uel minorem ipso primo numero, per quam numerus diuidetur. Et si maiorem uel equalem numerum fecerint, incipiendus est ultimus gradus exeuntis numeri sub sequenti ultimo gradu diuidendi numeri, hoc est sub penultima, et ponat ibidem arbitrio talem figuram, que multiplicata per ipsum diuisorem numerum, faciat numerum duarum figurarum ultimarum predictarum, uel fere.

V.24

Et tunc multiplicabis ipsam per ultimam figuram ipsius primi numeri, scilicet diuisoris, et exeuntem summam de ultima figura extrahat. Et si aliquid super habundauerit, describat habundantiam super ipsam figuram. Et multiplicet eamdem positam figuram per primam eiusdem primi numeri, scilicet diuisoris, et multiplicationem de copulatione dicte super habundantie et penultime figure extrahat, et residuum si fuerit numerus dvarum figurarum, hoc est quod sit amplius de 10, ponat primum gradum ipsius numeri super penultimam figuram, et ultimum super ultimam. Si autem primi gradus ipsum superfluum extiterit, scilicet minus 10, ponat figuram ipsius super penultimam, et copulet ipsum superfluum cum tertia figura ab ultima. Et sub ipsa tertia figura ponat arbitrio talem figuram, que multiplicata per eundem diuisorem, faciat numerum dicte copulationis, uel fere: quod arbitrium qualiter ex arte habeatur; in sequentibus diuisionibus, secundum differentiam ipsorum, ostendere procurabo.

V.25

Et tunc multiplicet ipsam positam figuram sub tertia per ultimam diuisoris, et summam extrahat, si possibile fuerit, ex ultimo gradu dicti superhabundantis et coniuncti numeri. Sin autem extrahet eam de copulatione ultime et sequentis, et superfluum ponat super eundem gradum. Et multiplicet iterum ipsam per primam diuisoris, et summam extrahat de remanenti numero, et superfluum ponat desuper. Et sic semper copulando superflua cum figuris per gradus sequentes, et sub ipsis gradibus figuras ponendo arbitrio, et secundum prescriptum ordinem multiplicando usquequo ad finem numerideuenerit, procedere studeat.

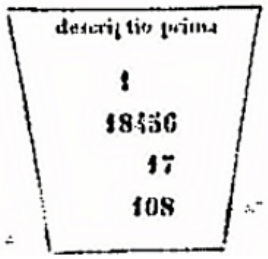
V.26

Verum cum sepe contigerit quod de copulatione superflui et antecedentis figure numerus diuisor extrahi non poterit, tunc scribendum erit zephyrum sub eadem antecedente figura, et copulabit eos, scilicet antecedenti uel sequenti, et superfluo aliam, uel sequentem antecedentem figuram, et sub ipsa ponat illam figuram, que multiplicata per divisorem numerum faciat numerum illarum dictarum trium figurarum, scilicet ipsarum que exibunt ex copulatione superhabundantis figure, et duarum antecedentium, uel sequentium figurarum. Vnde si due ultime figure | diuidendi numeri minorem numerum diuisore, ut prediximus, fecerit, incipiendus erit ultimus gradus exeuntis numeri sub tertia figura ab ultima; et ita quoslibet numeros per predictos primos numeros diuidere poteris. Et ut intelligibilius que dicta sunt intelligantur, ea cum numeris ostendantur.

V.27

Diuisio de 18456 *per* 17.

Si quis uoluerit diuidere 18456 per 17, describat 17 sub 56 de 18456, et accipiat $\frac{1}{17}$ de 18 que sunt ultime due figure diuidendi numeri que est 1, et remaneat $1\frac{1}{17}$ et ponat 1 sub 8 de ipsis 18, et remanens 1 ponat super 8, ut in prima descriptione ostenditur. Et copulet ipsum 1 cum antecedente figura, scilicet cum 4, facient 14 que 14 cum minus sint diuisore numero, scilicet de 17, ponet 0 sub ipsis 4, scilicet antepositum 1 sub 8 et copulabis ipsa 14 cum antecedente figura, scilicet cum 5, facient 145: ponet itaque sub dictis 5 talem figuram arbitrio, que per 17 multiplicata, faciat fere dicta 145:



V.28

nam ut ipsum arbitrium ex arte habeatur, uideatur de diuisore numero, scilicet de 17 cui decenario numero propinquior est : est enim propinquior 20: diuidat ergo dicta 145 per 20 quod sic fit: de 20 reliquat primam figuram, scilicet zephyrum, remanebunt 2 de ipsis 20; et relinquat iterum primam figuram de 145, scilicet 5, remanebunt 14, que diuidat per dicta 2, exibunt 7; et talis debet esse figura quam debet ponere sub 5 uel 1 amplius, scilicet 8 et hic contigit, quia 17 minus sunt de 20: unde maior pars est $\frac{1}{17}$ de 145 quam $\frac{1}{20}$.

V.29

Ponat itaque 8 sub 5 de 145, quia hic itaque opportet et multiplicet ipsa 8 per 17 et extrahet multiplicationem ipsorum de 145 quod sic fit: multiplicabis itaque 8 per ultimam figuram de 17, scilicet per unum, erunt 8, que extrahat de 14, remanebunt 6 que ponat super 4 de 14 et copulet ipsa 6 cum antecedente 5, facient 65, de quibus extrahat multiplicationem eorumdem 8 in aliam figuram de 17 , scilicet in 7 que multiplicatio est 56, remanent 9 et tot remanet de 145, extracta inde multiplicatione de 8 in 17, ut in secunda descriptione ostenditur:

V.30

ponat itaque 9 super 15 et copulet ipsa cum antecedente figura, scilicet cum 6, facient que restant diuidenda per 17, 96, et ponat sub 6. Iterum talem figuram que multiplicata per 17 faciet proprius quam poterit de 96. Vnde ut sciat qualis sit illa figura, relinquat 6 de 96 et remanentia 9 diuidat per 2, sicut antea fecimus, de 14, exibunt $\frac{1}{2}$ 4: quare ponat 5, hoc est amplius de $\frac{1}{2}$ 4 sub 6, hoc est in primo gradu exeuntis numeri, et multiplicabis ipsa 5 per 1 de 17, scilicet per ultimam figuram ipsorum, facient 5, que extrahat de 9 que posita sunt super 5, remanent 4, que ponat super ipsis 9 et copulabis ipsa 4 cum antecedentibus 6, scilicet cum quibus antea copulauimus 9, facient 46, de quibus extrahet multiplicationem de eisdem 5 in 7, hoc est 35, remanebunt 11 remanebunt (*sic*), que ponat super 17 ex parte seruatis sub uirga, et exeuntem numerum, scilicet 1085, ponet ante ipsam; et sic habebis $\frac{11}{17}$ 1085 pro quesita diuisione, ut in hac ultima descriptione ostenditur.

Descriptio Vltima

6
1 4 9
1 8 4 5 6
1 7
1 0 8 5
$\frac{11}{17}$ 1 0 8 5

V.31

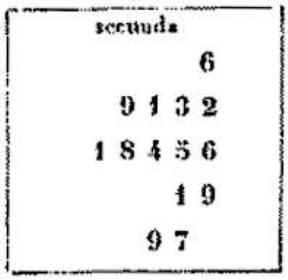
Rvrsus si eadem 18456 per 19 diuidere uoluerit, describat 19 sub 56 de 18456. Et ponet sub 4 de 184 talem figuram que multiplicata in 19 faciat fere ipsa 184, que qualis sit, eodem modo quod 17 diximus, cognoscitur, hoc est quod relinquat 4 de ipsis 184, remanent 18 que diuidat per 2, exibunt 9; et talis debet esse figura ponenda, scilicet 9: quare ponat 9 sub 4, scilicet sub tertio gradu, et multiplicet 9 per 1 de 19, erunt 9, que extrahat de 18, remanent 9, que ponat super 8 et copulet ipsa 9 cum 4, facient 94, de quibus extrahat multiplicationem de eisdem 9 in 9 de 19 que est 81, remanent 13: ponet ipsa 13 super 94, scilicet 1 super 9 et 3 super 4, ut in prima descriptione ostenditur.

Descriptio prima

9 1 3
1 8 4 5 6
1 9
9

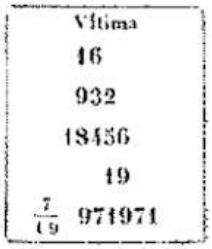
V.32

Et copulabis 13 cum antecedente figura, scilicet cum 5, erunt 135. Et ponet sub 5 talem figuram que multiplicata per 19 faciat 135 uel fere, eritque 7: quia si relinquantur 5 de 135, remanebunt 13 que si per 2 diuiserit, exibunt 6 et amplius: unde ponet 7 sub 5 et multiplicabis 7 per 1 de 19, erunt 7, que extrahet de 13, remanent 6, que ponat super 3 de 13 et copulabis 6 cum 5, facient 65, de quibus extrahet multiplicationem de 7 in 9, scilicet 63, remanebunt 2, que pones super 5, ut in secunda descriptione ostenditur.



V.33

Et copulabis 2 cum antecedente figura, scilicet cum 6 que sunt in primo gradu, facient 26, que diuidet per 19, ut ita dicamus, exibit 1 et remanent 7: ponet 1 in primo gradu exeuntis numeri, scilicet sub 6, et remanentia 7 ponat super uirgulam de 19, que debent ex parte seruari; et exeuntem | numerum, scilicet 971, ponet ante ipsam uirgulam; et sic habebit pro quesita diuisione $\frac{7}{19}$ 971, ut in hac ultima descriptione ostenditur.



V.34

Demonstrata quidem materia in habendo arbitrium in positione figurarum, cum per 17 et per 19 numeros diuidimus; nunc uero ostendimus qualiter habeatur arbitrium in ponendis figuris, cum per reliquos asam qui sunt infra centum diuidere uoluerimus. Et hic est modus; quia sicut cum diuidimus per 17 uel per 19, accipimus medietatem ex diuidendis numeris, prima figura relicta et quinque, uno amplius: ideo quia 17 et 19 minus sunt de 20, ut prediximus; ita cum diuiserimus per 23, accipiemus medietatem, uel quinque, uno minus, quia 23 plus sunt de 20; et sic cum diuiserimus per 29, debemus accipere tertiam et quinque, 1 plus: ideo quia 29 minus sunt de 30, quibus propriora sunt quam aliis decenariis. Et cum diuiserimus per 31, debemus accipere tertiam, et quinque, uno minus. Et sic eodem modo cum diuiserimus per 37, debemus accipere quartam et quinque, 1 plus. Et cum per 41 uel per 43, debemus accipere quartam uel quinque minus. Et cum diuiserimus per 47, debemus accipere quintam et quinque, 1 plus. Et cum per 53, quintam et quinque, 1 minus; et cum per 59, sextam uel plus. Et cum per 61, sextam uel uno minus. Cum per 67, septimam uel uno plus. Cum per 71 uel per 73, septimam uel uno minus. Et cum per 79, debemus accipere octauam, uel plus. Et cum per 83, octauam uel minus. Et cum per 89, debemus accipere nonam, uel plus. Et cum per 97 diuiserimus, debemus accipere decimam diuidendorum numerorum, una figura relicta, uel quinque, uno plus. Vnde cum quis diuiserit quoslibet numeros per quemlibet prescriptorum numerorum; et ignorauerit utrum debeat dare plus uel minus quam diximus, ponat ipsam partem que ei superius declaratur, et multiplicet ipsam partem per numerum diuisorem; et si multiplicatio maior fuerit diuidendi numeri, detur unum minus. Et si minor ultra quam debeat fit multiplicatio, detur unum plus; et sic poterit quemlibet numerum per predictos numeros diuidere. Tamen nos in quibusdam diuisionibus hoc idem declarabimus.

V.35

Diuisio de 13976 *per* 23.

Item si 13976 per 23 quis diuidere uoluerit, ponat 23 sub 76; et cum 23 sint plus quam 13, silicet de numero duarum ultimarum figurarum diuidendi numeri, accipiende sunt tres ipse ultime figure, quarum numerus est 139. Vnde incipiendus est ultimus gradus exeuntis numeri sub eisdem 9; ponat ibi 6, que sic inueniuntur per materiam dicti arbitrii, scilicet quod debemus relinquere primam figuram de 139, scilicet 9, remanent 13, que debemus diuidere per 2: quia 23 proprior est 20 quam alio decenario numero, exibunt 6 et semis. Vnde cum debeamus ponere minus, cum 23 sint plus 20, relinquimus ipsum semis, et ponemus 6 sub 9, ut diximus; et multiplicet ipsa 6 per 2 de 23, erunt 12, que extrahat de 13, remanet 1, quod ponat super 3 et copulet ipsum cum 9, erunt 19. Et multiplicet 6 per 3 que sunt in 23, erunt 18, que extrahat de 19, remanet 1, quod ponat super 9, ut in prima descriptione cernitur.

Descriptio prima

1
1 3 9 7 6
2 3
6

V.36

Et copulet ipsum 1 cum 7 que antecedit eum in numeris, erunt 17; et cum ipsa 17 minus sint quam 23, ponendum est zephirum sub ipsa 7 et 6 que sunt in primo gradu numeri sunt cum ipsis 17, copulanda erunt 176: post hec ponat sub dicta 6 talem figuram, que multiplicata in 23 faciat fere 176; eritque 7 prescripta ratione, hoc est minus medietate de 17: multiplicet itaque ipsa 7 per 2 que sunt in 23, erunt 14, que extrahat de 17, remanent 3, que ponat super 7 et copulet ipsa cum 6 primi gradus, erunt 36, ex quibus extrahat multiplicationem de 7 in 3 de 23, remanent 15, que ponat super uirgulam de 23 ex parte seruatis, ut in hac ultima descriptione describitur.

Vltima

3
1 1 7
1 3 9 7 6
2 3
6 0 7
$\frac{15}{23}$ 6 0 7

V.37

Probatio suprascripte diuisionis.

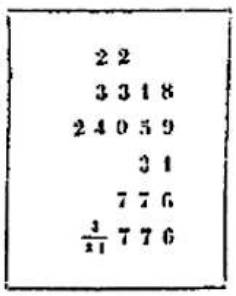
Uerum si prescriptam diuisionem per pensam nouenarii probare uoluerit, accipiat pensam de 13976 que sunt 8, et seruet eam ex parte. Et iterum accipiat pensam exeuntis numeri, scilicet de 607 que sunt 4, et multiplicet eam per pensam de 23 que sunt 5, erunt 20; de quibus accipiat pensam, que sunt 2 et addat eam cum 15 que sunt super uirgulam de 23, erunt 17, quorum pensa sunt 8, sicuti superius ex parte seruauimus. Verbi gratia: quoniam ex diuisore ducto in exeuntem numerum prouenit diuisus numerus; ergo si multiplicamus probam diuisoris per probam exeuntis, ueniet proba diuisi numeri: sed ex diuiso numero per 23, remanserunt 15, quibus extractis de 13976, remanent 13961, quibus diuisis per 23, ueniunt 607. Ergo ex multiplicatione de 23 in 607 proueniunt 13961. Quare si multiplicatur proba de 607 que est 4 per probam de 23 que est 5, ueniunt 20, quorum proba, scilicet 2, est proba de 13961, quibus additur proba de 15 que super sunt que est | 6, faciunt 8, scilicet proba de 13976, et hoc uolui demonstrare.

V.38

Possunt enim multiplicationes, addictationes, minutiones seu diuisiones numerorum aliter per alias quasdam pensas probari, scilicet per eam de 7 et de omnibus numeris asam existentibus, ut per 11 uel per 13 et deinceps. Quam doctrinam, secundum quod nobis uidebitur congruum, in sequentibus demonstrabimus.

V.39

Item si uoluerit diuidere 24039 per 31, describat 31 sub 2459 et ponat sub zephirum 7: ideo quia 3 sunt circa 30 et sunt plus. Vnde si acceperimus $\frac{1}{3}$ de 21, scilicet, extracta prima figura de 240, habebimus pro tertia parte 8 que sunt plusquam 7. Vnde ponemus, ut diximus, 7 sub zephyro; et secundum prescriptum ordinem multiplicet ipsa 7 per 3 de 31, erunt 21 que extrahat de 24, remanent 3, que ponat super 4 et multiplicet eadem 7 per 1 de 31, erunt 7, que extrahat de 30, remanent 23; que ponat super 30 et dampnet ipsa 3, si uult; uel si non uult, eas in corde habeat pro dampnatis. Item copulet ipsa 32 cum 5, erunt 235, et ponat iterum prescripta ratione 7 sub 5, scilicet minus tertia parte de 23 et multiplicet ipsa per 3, erunt 21 que extrahat de 23, remanent 2: ponat 2 super 3 et dampnet ipsa 23 et copulet ipsa cum 5, faciunt 25; et semper intelligat antecedentium cum consequentibus copulationes, et multiplicet eadem 7 per 1, erunt 7, que extrahat de 25, remanent 18: ponat ipsa super 25 et dampnet ipsa 25. Post hec accipiat $\frac{1}{3}$ de 18, suprascripta ratione, erunt 6. Vnde ponat 6 sub 9 et sub 1 de 31, quibus positis, multiplicet ipsa per 3 de 31, erunt 18, per que dampnet super posita 18 et multiplicet eadem 6 per 1, erunt 6, que extrahat de 9, remanet 3, que ponat super uirgula de 31 ex parte descripta. Et sic habebis pro quesita diuisione $\frac{3}{31}$ 776, ut in hac descriptione cernitur.

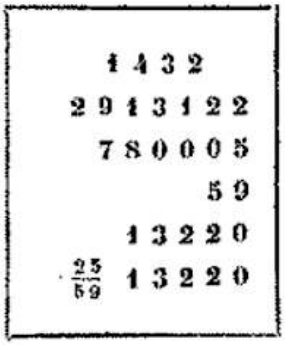


Volo demonstrare unde hic modus diuidendi proueniat: posuimus quidem sub tertio gradu numeri diuidendi, quam multiplicauimus per 3 que sunt in ultimo gradu diuisoris, et occupant secundum gradum; cum sint sub secundo gradu diuidendi numeri; et ex ipsa multiplicatione prouenit numerus terminans in quarto gradu: quare tertius gradus quencumque gradum multiplicat, tertium gradum facit ab ipso quem multiplicat, uel facit numerum terminantem in ipso. Nam quartus gradus, tertius est a secundo. Et ideo extraximus multiplicationem de 7 in 3, scilicet 21 de 24 .que terminantur in quarto gradu; et posuimus 3 super eundem quartum gradum, scilicet super 4, et intelleximus copulationem 3 cum 0 que est in tertio gradu numeri diuidendi, que copulatio est 30: et multiplicamus rursus eadem 7 per 1 quod est in ipso gradu diuisoris; et quia in hac multiplicatione multiplicamus tertium gradum per primum, quod est idem quod multiplicare primum per tertium. Et ideo multiplicationem de 7 in 1, scilicet 7 extraximus de 30, que 30 terminantur in tertio gradu: quare ex multiplicatione tertii gradus in primum, uel primi in tertium prouenit numerus tertii gradus, uel terminans in ipso gradu: et posuimus 23 super 30 uel in loco eorum, et copulauimus ipsa 23 cum 5 que sunt in secundo gradu, et habuimus 235; que terminantur in secundo gradu; et posuimus in secundo gradu alia 7 que multiplicamus iterum per 3 diuisoris, hoc est secundum gradum per secundum, ex qua multiplicatione prouenit numerus tertii gradus, uel terminans in ipso; et ideo extraximus 21 de 23; cum ambo terminentur in tertio gradu, et 2 que remanserunt posuimus super 3, et intelleximus copulationem eorum cum 5 sequentibus, que copulatio est 25 et terminantur in secundo gradu, quibus extraximus multiplicationem de 7 in 1, scilicet secundi gradus in primum, ex qua multiplicatione prouenit numerus secundi gradus, uel terminans in ipso, remanserunt 18 in eisdem gradibus, in quibus sunt 25, scilicet in tertio gradu et 8 in secundo; et copulauimus ipsa 18 cum 9 primi gradus, fuerunt 189, et posuimus 6 in primo gradu exeuntis numeri et multiplicauimus ea per 3, scilicet primum gradum per secundum, ex qua multiplicatione prouenit numerus terminans in secundo gradu, que multiplicatio fuit 18, pro quibus deleri fecimus supradicta 18, cum terminentur in secundo gradu: et multiplicauimus eadem 6 per 1, et fuerunt 6 in ipso gradu, que extraximus de 9 que sunt in eodem gradu, remanserunt 3, quibus diuisis per 31, proueniunt $\frac{3}{31}$; et sic habuimus $\frac{3}{31}$ 776: et secundum hoc intelligas in similibus diuisionibus.

V.41

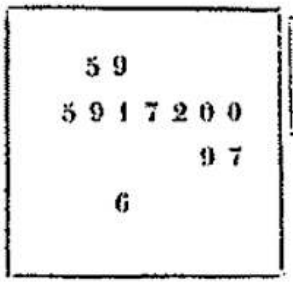
Nam si prescripte diuisionis probam per pensam de 7 cognoscere cupit, accipiat pensam per 7 de 24039, hoc est superfluum eiusdem numeri in 7 diuisi, quod superfluum sic erit accipiendum: dicatur de $\frac{1}{7}$ de 24, remanent 3 de 30, eundo, scilicet copulando, remanent 2; de 23 remanent 4; de 49 remanet 0 pro quesito superfluo, quod habeatur pro pensa: eodemque | modo accipiat pensam de 776 que sunt 6, et multiplicet ipsa per pensam de 31 que sunt sub uirgula, hoc est per 3, erunt 18 que diuidat per 7, remanent 4, que addat cum 3 que sunt super uirgulam de 31, erunt 7, que diuidat per 7, remanet 0, ut oportebat pro pensa remanere.

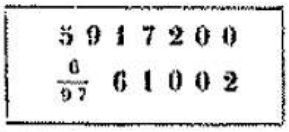
hec diuidenda sunt 130 per 59, et danda 2 supradicta ratione pro ea diuisione et sub zephiro tertii gradus ponenda sunt ipsa 2, que 2 in 59 multiplicata et de 130 extracta, remanent 12; quod idem est si multiplicentur dicta 2 per 5, et extrahentur de 13, et multiplicarentur per 9, et extraherentur de 30: deleat itaque 13 et ponat 1 in loco ubi erat 3 de 13, et 2 ponat super 0 tertii gradus. Post hoc ponat 2 sub 0 secundi gradus, et multiplicet ipsa per 59, et extrahat de 120, remanent 2 super 0; et deleat in animo suo 120 que superfuerant de preterita diuisione, et que delere figuras dicitur uel dapnare sunt sicut eas deletas intelligere uel dapnatas: post hec copulet ipsa cum 5 que sunt in primo gradu numeri, faciunt 25, que cum sint minus 59, ponat 0 sub 5 primi gradus, et 25 super uirgulam de 59 ex parte descripta, ut in hac descriptione manifeste designatur.



V.43

Et ut que de diuisionibus dicta sunt lucidius initescant, quendam numerum per 97 diuidamus: sitque 5917200, positis 97 sub utroque zephyro, diuidat numerum trium ultimarum figurarum numeri diuidendi, silicet 591 per 97, pro qua diuisione eueniunt 6; ideo quia 97 propriora sunt 100 quam ab alio decenario numero. Vnde debemus diuidere 59, scilicet numerum duarum figurarum ultimarum per 10, ex qua diuisione proueniunt fere 6, scilicet decima minus; et cum 97 minus sint de 100, debemus accipere quinque amplius deciem. Vnde contingunt 6: ponat ipsa 6 sub primo gradu numeri ipsarum trium figurarum, hoc est sub 1 quod est in quinto gradu totius numeri; et multiplicet ipsa 6 per 9 de 97, erunt 54, que extrahat de 59, scilicet ex numero duarum ultimarum figurarum, remanet 5 que ponat super 9; et multiplicet eadem 6 per 7 de 97, erunt 42, que extrahat de 51, scilicet de copulatione 5 super positarum cum 1 antecedente, remanent 9, que ponat super 1 et posita 5 uel dapnet, uel deleat in corde. Et predicta 9 que posita sunt super 1 remanent ex diuisione de 591 in 97; quibus 9 copulatis cum figura antecedente in gradibus, scilicet cum 7, que sunt in quarto gradu numeri, faciunt 97, que diuidat per 97, scilicet per diuisorem, exibit 1: ponat 1 sub 7 et multiplicet ideo per 9 de 97, erunt 9, pro quibus deleat 9 que superfuerant de 591, et multiplicet eundem 1 per 7, erunt 7 , pro quibus relinquat 7 cum quibus 9 fuerat copulata ; et cum nihil remaneat de ipsis 7 ad copulandum cum 2 antecedentia sibi, et ipsa 2 minus sint de 97, ponat 0 sub ipsis 2 et copulet ipsa 2 cum 0 ei antecedentem, et erunt 20. Item cum ipsa 20 minus sint de 97, ponendus erit 0 sub dicto 0 cum 2 copulatis , scilicet sub ipso quod est in secundo gradu numeri: post hec copulet ipsa 20 cum 0 ei antecedenti, scilicet cum illo quod est in primo gradu, facient 200, que diuidenda restant per 97, pro qua diuisione ponenda sunt 2 sub 0 primi gradus prescripta ratione; et multiplicet ipsa per 9, et extrahat de 20 superius copulatis, remanent 2,que ponat super 0 secundi gradus; et intelligat copulationem ipsarum cum 0 antecedente quod est in primo gradu que sunt 20, de quibus extrahat multiplicationem eorundem 2 in 7, remanebunt 6, que ponat super uirgulam de 97 ex parte descripta; et habebit pro quesita diuisione $\frac{6}{97}$ 61002.





Cvm satis de diuisione numerorum in numeris duarum figurarum qui sunt sine regulis, idest asam, dictum esse uideatur, nunc uero eorumdem diuisiones in eis qûe sunt compositi, idest cum regulis, ostendantur: et quamuis per conpositos numeros tanquam per | primos omnes numeros diuidere, multiplicamus tamen leuius et subtilius, in sequenti ostendit doctrina, scilicet ut reperiantur ipsorum regule. Scilicet numeri ex quibus componuntur, et ponantur sub quadam uirgula, ut semper minores sequantur maiores uersus sinistram, ut supra in hoc eodem capitulo edocetur: post hoc diuidat numerum quem diuidere per minorem ex componentibus diuisorem, hoc est per minorem numerum; uel figura que fuerit sub uirgula; et si aliquid super habundauerit, ponat ipsum super eadem figura uel numerum et exiens numerus ex diuisione diuidatur per antecedentem numerum, uel figuram in uirgula, et superfluum, si fuerit, ponat super ipsum antecedentem numerum uel figuram. Et sic semper per ordinem per antecedentes conponentes numeros exeuntes ex diuisione, donec ad finem ipsarum deuenerit, diuidere studeat; et superflua super eas ponenda, et exeuntem numerum ex diuisione ultime compositionis, idest ultimi numeri, sub uirgula existentis ante ipsam ponere consuescat. Et sic habebit diuisionem quorumlibet numerorum factam per quemlibet compositum numerum quorumlibet graduum. Nam ante quam hoc demostrationibus declaretur, compositiones compositorum numerorum inuenire, nec non et eorum que sunt sine regulis cognoscere , demonstrare duximus necessarium. Et cum numeri duarum figurarum, qui sunt sine regulis, in quadam tabula superius sint demonstrati, compositorum regule duarum similiter figurarum singulariter sub uirgulis ostendantur; aliorum uero graduum compositiones per regulam reperire ostendemus.

COMPOSITIONES NUMERORUM DUARUM FIGURARUM HEC QUE CUM II^abus FIGURIS SCRIBUNTUR.

12	1 0 / 2 6	44	1 0 / 4 11	74	1 0 / 2 37
14	1 0 / 2 7	45	1 0 / 5 9	75	1 0 0 / 3 5 5
15	1 0 / 3 5	46	1 0 / 2 23	76	1 0 / 4 19
16	1 0 / 2 8	48	1 0 / 6 8	77	1 0 / 7 11
18	1 0 / 2 9	49	1 0 / 7 7	78	1 0 / 6 12
20	1 0 / 2 10	50	1 0 / 5 10	80	1 0 / 8 10
21	1 0 / 3 7	51	1 0 / 3 17	84	0 0 / 9 9
22	1 0 / 2 11	52	1 0 / 4 13	82	1 0 / 2 41
24	1 0 / 3 8	54	1 0 / 6 9	84	1 0 0 / 2 6 7
25	1 0 / 5 5	55	1 0 / 5 11	85	1 0 / 5 17
26	1 0 / 2 13	56	1 0 / 7 8	86	1 0 / 2 43
27	1 0 / 3 9	57	1 0 / 3 19	87	1 0 / 3 29
28	1 0 / 4 7	58	1 0 / 2 29	88	1 0 / 8 11
30	1 0 / 3 10	60	1 0 / 6 10	90	1 0 / 9 10
32	1 0 / 4 8	62	1 0 / 3 31	94	1 0 / 7 13
33	1 0 / 3 11	63	1 0 / 7 9	92	1 0 / 4 23
34	1 0 / 2 17	64	1 0 / 8 8	93	1 0 / 3 31
35	1 0 / 5 7	65	1 0 / 5 13	94	1 0 / 2 47
36	1 0 / 4 9	66	1 0 / 6 11	95	1 0 / 5 19
38	1 0 / 2 19	68	1 0 / 4 17	96	1 0 0 / 2 6 8
39	1 0 / 3 13	69	1 0 / 3 23	98	1 0 0 / 2 7 7
40	1 0 / 4 10	70	1 0 / 7 10	99	1 0 / 9 11
42	1 0 / 6 7	72	1 0 / 8 9	100	1 0 / 10 10

V.46

Regula uniuersalis de reperiendis compositionibus imparium numerorum.

Cvm autem regulas prescriptorum numerorum in tabulis ex frequenti usu quis sciverit, et uoluerit regulas, idest compositiones cuiuslibet numeri aliorum numerorum trium uel plurium figurarum reperire, uel qui primus numerus, idest secundum regulam extiterit, cognoscere uoluerit, describat numerum in tabula, et descripto prouideat si numerus par fuerit uel impar. Nam si par fuerit, ipsum compositum esse cognoscat. Si impar autem compositus, aut primus erit. Sunt enim numeri pares compositi aut ex paribus et imparibus, aut ex paribus tantum. Quare regule ipsorum primo inuestigande sunt a paribus numeris, ut in suo demonstrabitur loco. Inpares uero numeri componuntur ex imparibus tantum. Vnde componentes ipsos per impares tantum inuestigatur, a quibus sumamus initium.

V.47

Cum itaque figura primi gradus cuiuslibet imparis numeri 5 extiterit numerus, a 5 compositum esse cognoscat, hoc est quod per 5 integraliter diuidetur. Si autem alia figura impar in primo gradu extiterit que facit totum numerum esse imparem, accipiat siquidem pensam ipsius per nouenarium, que si fuerit zephyrum, tunc $\frac{1}{9}$, et si 3 uel 6 pensa fuerit, tunc $\frac{1}{3}$ in sua erit compositione: si autem pensa nulla istarum extiterit, diuidat ipsum per 7; et si aliquid inde superfuerit, diuidat iterum numerum per 11; et si aliquid superfuerit, diuidet ipsum per 13 et semper eat diuidendo per primos numeros ordinate, secundum quod scribuntur in tabula superius descripta, donec aliquem primum numerum inuenerit, per quem propositum numerum absque aliqua superatione possit diuidere, uel donec ad eiusdem uenerit radicem: si per nullum ipsorum diuidi potuerit, tunc ipsum primum esse iudicabit. Si autem per aliquem predictorum primorum numerorum ipsum diuidere absque superatione potuerit, quod ex diuisione prouenerit, diuidat iterum per ipsum; et numerus qui ex diuisione extiterit, iterum per eumdem primum numerum diuidat, hoc est quod ab eodem incipiet querere componentes ipsius per ordinem per reliquos primos numeros usque ad ipsius radicem, si ipse non habuerit compositionem: et sic semper faciendo egrediatur, donec omnes ipsum habuit componentes. Quibus perfecte habitis, ipsas sub quadam uirgula minores per maiores summo studio studeat collocare. Et sic habebit regulam, idest compositionem cuiuslibet imparis numeri.

V.48

Verbi gratia:

sit numerus 805, cuius regula queratur: cum prima ipsius figura sit 5, nimirum $\frac{1}{5}$ in sua erit compositione. Quare diuidat eum numerum per 5, exient 161, quorum pensa accepta, que est 8, ostendit ipsa 161, nec per 3, nec per 9 posse diuidi integraliter. Vnde diuidat eum per 7, exient 23, qui numerus est sine regula: aptet repertos componentes, scilicet 5 et 5 et 7 et 23 sub quadam uirgula, et habebit $\frac{100}{5723}$ pro 805 compositione, hoc est quintam septime unius xx^{e} tertie partis que est una octingentesima quinta : quare ducta multiplicatione de quinque in septem, scilicet xxxii. in xx.^{ti} tria, surgit in 805.

V.49

Item si regulam de 957 inuenire quesierit, diuidat ipsa per 3; ideo quia 3 est pensa ipsius numeri, exibunt 319, que per 3 iterum diuidenda non sunt, cum pensa ipsorum sit 4: et si diuiserit eam per 7, superabunt 4 per 11: itaque diuiduntur et est eorum xi^{a} pars 29, qui numerus primus est: collocata itaque reperta regula sub uirgula pro compositionibus 957 habebitur $\frac{1}{3}\ \frac{0}{11}\ \frac{0}{29}$, ut hic ostenditur.

V.50

De regula de 951 *reperienda.*

Uerum si regulam de 951 reperire uoluerit, diuidat ipsa per 3; ideo quia pensa ipsorum est 6, exibunt 317, quibus aliam regulam inuenire est impossibile, cum integraliter non possit diuidi per 7, nec per 11, nec per 13, nec per 17. Et pro ipsorum regula amplius querendum non est; quare si diuisa fuerit per 19 exiret primo numerus quam 19 ex diuisione: ergo regula de 951 est $\frac{10}{3317}$. Item si eam de 873 habere uoluerit, cum pensa ipsius numeri sit 0, diuidat eum per 9, exibunt 97, qui numerus 97 superius in tabula primus esse monstratur. Qua regula inuenta, si sub uirgula fuerit collocata, erit $\frac{1}{9}$ de $\frac{1}{97}$.

V.51

Regulæ de 1469 *inuentio.*

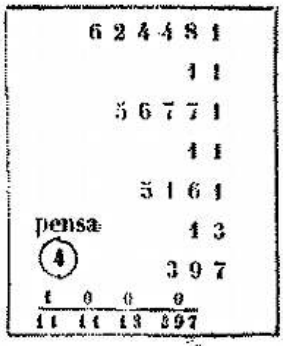
Nam si regulam de 1469 habere uoluerit, accepta ipsius numeri pensa, que est 2, demonstrat ipsum carere regula ternarii et nouenarii. Nam si per 7 eum diuiserit, superant 6; si per 11, remanent similiter .6.; per 13 uero si eum diuiserit, exibunt 113, pro quibus non oportet amplius querere per aliquem sequentium primorum numerorum uel per eadem 13; cum sit plus ipsorum radice; unde ex primis numeris fore cognoscuntur. Est ergo regula de 1469, ut hic ostenditur $\frac{1}{13}$, $\frac{0}{13}$.

V.52

De regula de 2543 *reperienda.*

Item si eam de 2543 habere uoluerit, accepta ipsius numeri pensa, que est 5, demonstrat ipsum nec 3 nec 9 in sua regula posse habere. Nam ea diuisa per septenarium remanet 2. Et per 11, remanent 2, et per 13, superant 8. Et sic inueniet, quia nec per 17, uel per 19, aut per 23 seu per 29, uel per 31, nec per 37 aut per 41, nec etiam per 47 uel per 53 potest diuidi, et ultra quam per 53 non est querendum: quare 53 sunt plus radice ipsius. Et si possibile esset 2543 in sua compositione aliquem maiorem primum numerum quem 53 habere posse; ergo ipse maior numerus in quemlibet alium multiplicatur, faceret eundem 2543 quam oporteret esse minus de 53 quod est impossibile: ideo quia usque in 53 ipsius regulam querendo eum non inuenimus; ergo est sine regula.

Item si eadem 624481 reperire uoluerit, ipsum numerum nec 3, nec 9, nec 7 habere dictis dispositionibus esse cognoscet: per 11 uero diuiditur cuius pars, uidelicet undecima, est 56771, que iterum per 11 diuidat, scilicet ut sciat si iterum $\frac{1}{11}$ habuerit: nam per eos numeri qui sunt minores de 11, scilicet per 9 et per 7 et per 3, non opportet ut diuidantur; ideo quia in 624481 reperti non fuerunt. Nec etiam in isto, scilicet in 56771, cum sit de ipsius compositione aliquo modo poterit reperiri. Ex qua uero diuisione, scilicet per 11, exibunt 5161, quibus iterum per 11 diuisis, remanet 2. Quare ipsa $\frac{1}{11}$ iterum habere est impossibile: post hec uidendum est si habeant $\frac{1}{13}$, scilicet diuidat ea per 13, ex qua diuisione exeunt 397, quibus nec $\frac{1}{13}$, nec $\frac{1}{17}$, aut $\frac{1}{19}$ reperiri poterint. Vnde ipsa 397 esse asam cognoscimus; quare inter 19 et ipsius radicem non est aliquis primus numerus, idest sine regula, nec ultra ipsius radicem, ut prediximus, erit querendum: est enim compositio, idest regula de 624481, ut hic ostenditur $\frac{1}{11}\ \frac{0}{11}\ \frac{0}{13}\ \frac{0}{397}$.



V.54

Probatio suprascripte regule.

Nam si inuentam regulam per pensam de 7 probare uoluerit, accipiat pensam de 624481 per 7 que est 4, et seruet eam ex parte ; et sumat pensam de 11 primo positis sub uirgula, que est 4 ; et multiplicet eam per 4 , scilicet per pensam de aliis 11, erunt 16, que diuidat per 7, remanent 2, que multiplicet per 6, scilicet per pensam de 13, erunt 12, de quibus demat 7, remanent 5, que multiplicet per 5, scilicet per pensam de 397, erunt 25, que diuidat per 7, remanent 4, ut pro pensa seruata sunt.

V.55

De regula parium numerorum reperiendis modus uniuersalis.

Si uero ex aliquo numero pari quis regulam inuenire uoluerit, accipiat similiter pensam eius per 9, que si fuerit 0, habebit $\frac{1}{9}$. Et si fuerit 3 uel 6 habebit $\frac{1}{6}$ in sua compositione. Si autem pensa nulla istarum extiterit, prouideat diuidendo per 8 numerum duarum figurarum que sunt in primo et secundo gradu quale fuerit superfluum: quod si fuerit 0, et figure tertii gradus par extiterit, uel 2 uel 4 uel 6 aut 8, uel 0, totum numerum cuiuslibet gradus per 8 diuidi posse cognoscat. Si autem ipsa tertia figura impar extiterit, ut 1 uel 3 uel 5 uel 7 aut 9, numerus ipse $\frac{1}{4}$ in sua compositione recipiet. Si uero illud superfluum 4 extiterit, et figura tertii gradus fuerit impar, totus numerus per 8 similiter diuidetur. Et si par extiterit, tantum $\frac{1}{4}$ in sua habebit compositione. Si autem illud superfluum 2, uel 6 extiterit, numerus tantum per 2 ex paribus numeris diuiditur.

V.56

Et secundum hoc accipiat pares compositiones de paribus numeris, donec habeat regulam ipsius, uel ad aliquem imparem numerum occurrat: de quo impari, secundum suprascriptum imparium ordinem regulam, studeat inuenire. Nam si in ipso gradu aliquorum parium numerorum zephyrum extiterit, dematur ipsum, et pro ipso habeatur $\frac{1}{10}$ in compositione illius numeri. Et si aliud 0 in capite numeri remanserit, dematur iterum ipsum de numero; et iterum $\frac{1}{10}$ in eiusdem numeri compositione habeatur. Et sic semper, donec 0 in capite numerorum extiterit, debet intelligere. Et ut que dicta sunt de parium numerorum regularum inuentione lucidius deprehendantur, ea cum numerorum demostrationibus ostendantur.

V.57

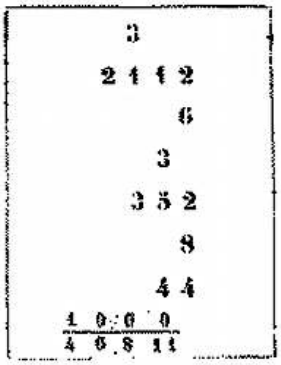
De regula de 126 *reperienda.*

Ut si queratur regula de 126, quorum pensa cum sit 0, ostendit nonam eorum partem integram esse: quare 126 diuidat per 9, exibunt 14, quorum regula superius in tabula regularum compositorum numerorum duarum figurarum secundi gradus $\frac{10}{21}$ esse utique demonstratur: unde pro regula de 126 habetur $\frac{100}{279}$, ut hic ostenditur.

Item si queratur regula de 156, ipsorum pensa que est 3 demostrat quod per 6 possunt diuidi, quibus in 6 diuisis, exeunt 26, quorum regula est $\frac{1\ 0}{2\ 13}$; et sic habebitur pro regula de 156, ut hic notatur $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 6\ 13}$.

V.58

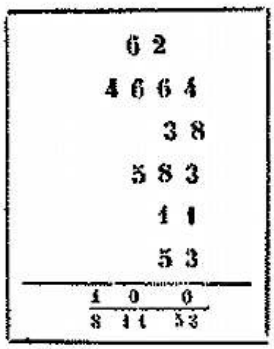
Si uero ea de 2112 reperire uoluerit, cum ipsarum pensa que est 6 ostendat ipsa per 6 posse diuidi. Diuidantur ergo 2112 per 6, exibunt 352, de quibus, accepta pensa que est 1, ostendit quod nec per 6 nec per 9 possunt diuidi: unde diuidenda sunt 32 per 8, scilicet numerus duarum figurarum, de qua diuisione remanet 4: ex qua remansione, et ex eo quod figura | tertii gradus numeri, scilicet 3 in prima existit, ostenditur 352 per 8 posse diuidi; diuidanturque per 8, exibunt 44, cuius regula est $\frac{1\ 0}{4\ 11}$: unde habentur pro regula de 2112, ut hic ostenditur $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{4\ 6\ 8\ 11}$. Nam cum $\frac{10}{46}$ que in eadem uirgula continetur sint regula de 24, que laudabiliorem regulam habere in tabula compositionum numerorum reperiuntur, scilicet $\frac{10}{88}$; ideo quia maior figura est in ea quam in $\frac{10}{46}$, quia maior est 8 quam 6: quare semper sumende sunt regule numerorum extreme, que regule sunt composite ex numeris qui sunt a binario usque in 10, ut in sequentibus demonstrabitur. Vnde coattanda est regula inuenta, scilicet $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{4\ 6\ 8\ 11}$ in $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{8\ 8\ 8\ 11}$.



V.59

De regula de 4644 reperienda.

Uerum si regula de 4644 reperire uoluerit, ipsorum pensa, que est 2, nec $\frac{1}{6}$ nec $\frac{1}{9}$ habere posse ostendit. Et quia ex numero duarum figurarum in capite existentium, scilicet 64 in 8 diuiso, remanet 0; et figura que est in tertio gradu, scilicet 6, est par; ideo 4664 habere $\frac{1}{2}$ cognoscet: quare si ea per 8 diuiserit, 583 nimirum ex diuisione egredietur; quorum regula, si per doctrinam supradictam imparium numerorum quesierit $\frac{1\ 0}{11\ 53}$, ipsam esse reperiet: unde pro regula de 4664 habetur $\frac{1\ 0\ 9}{8\ 11\ 53}$.



V.60

Nam si eamdem 13652 reperire uoluerit, pensa ipsorum que est 8, ea $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{9}$ carere demonstrat. Nam si numerum duarum figurarum in eorum capite existentium per 8 diuiserit, 4 remanebunt. Vnde cum figura tertii gradus, idest 6, par existit, $\frac{1}{4}$ in ipsorum regula indicant esse: quare 13652 per 4 diuiserit, 3413 innascitur; que cum regula careant, habetur pro regula de 13652, ut hic denotatur, $\frac{1\ 0}{4\ 3413}$.

V.61

De regula de 15560 *reperienda.*

Itaque si ipsam de 15560 reperire uoluerit, cum sit zephyrum in primo gradu, dematur ipsum, et pro ipso habeatur $\frac{1}{10}$ in regula prescripti numeri: deinceps studeat reperire regulam remanentis numeri, scilicet eam de 1556, quorum pensa que est 8, ostendit ipsa carere $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{9}$. Et quia ex numero duarum figurarum ipsorum capitis, idest 56 in 8 diuiso, remanet 0. Et quia figura tertii gradus, idest 5, impar existit, nullam regulam de paribus numeris posse haberi maiorem quam 4 ostenditur. Denique 1556 per 4 diuisis, exeunt 389, que regula carere predictis ostensionibus reperiuntur. Vnde habetur pro regula de 15560, ut hic denotatur, $\frac{1\ 0\ 0}{4\ 10\ 389}$.

V.62

Item si regulam de 32600 reperire uoluerit, cum in ipsorum primo gradu sit 0, debet in ipsorum regulam pro eodem zephyro $\frac{1}{10}$ habere. Et ipso 0 de numero dempto, remanet 3260. In quorum primo gradu similiter est 0, pro quo habendum est iterum $\frac{1}{10}$. Et dempto ipso de numero, remanent 326, quorum pensa, que est 2, negat ipsa $\frac{1}{6}$ uel $\frac{1}{9}$ in suam habere posse compositionem. Nam 26, que sunt numerus duarum figurarum capitis de 326, si per 8 diuidatur, remanent 2: quare 326 per aliquem parem numerum, preterquam per binarium, non posse diuidi cognoscimus. Vnde ipsis 326 diuisis per 2 exeunt 163, que cum careant regula pro ipsa de 32600, habetur $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{2\ 10\ 10\ 163}$.

V.63

Et si eam de 7546000 reperire uoluerit, demptis de ipso numero tribus zephyris, et pro ipsis habita $\frac{1\ 0\ 0}{10\ 10\ 10}$, remanet 7546. Quorum pensa que est 4 negat ipsa posse habere $\frac{1}{6}$ uel $\frac{1}{9}$ in sua compositione. Nam si 46, qui sunt in capite de 7546, per 8 diuiserit, remanent 6; quare nullum alium parem numerum, preter 2, post se habere cognoscetur: que scilicet 7546, si per 2 diuiserit, exibunt 3773. Quorum regula, si secundum parium numerorum doctrinam reperire studuerit, ipsam $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{7\ 7\ 7\ 11}$ fore reperiet. Quam si cum reperta superius regula, scilicet cum $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{2\ 10\ 10\ 10}$ optime in uirgula coaptauerit pro regula de 7546000, habebitur $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0}{2\ 7\ 7\ 10\ 10\ 10\ 11}$.

V.64

Diuisio de 749 *per* 75.

Nota siquidem regularum numerorum inuentione 5 uoluerit quis diuidere 749 per 75, reperta regula de 75, que est $\frac{100}{855}$, diuidat 749 per 3, exibunt 240, et remanent 2; que 2 ponat super 3 de uirgula in parte seruata, et diuidat 240 per 5, per ea scilicet que antecedunt 3 in uirgula, exeunt 49 et remanent 4; que 4 ponat super eadem 5, et 49 diuidat iterum per 5, per ea que sunt in fine uirgule, exeunt 9 et remanent 4; que 4 ponat super ipsa 5, et 9 ponat ante ipsam uirgulam; et sic habebit ex quesita diuisione, ut hic ostenditur, $\frac{244}{3559}$.

V.65

Diuisio de 67898 *per* 1760.

Uerum si 67898 per 1760 diuidere uoluerit, reperta regula de 1760, que est $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{2\ 8\ 10\ 11}$, diuidat 67898 per 2, exibunt 33949, et remanet 0; quod 0 ponat super 2, et diuidat 33949 per 8, exibunt 4243, et | remanet 5; que 5 ponat super 8 de uirgula, et diuidat 4243 per 10, exibunt 424 et remanet 3, hoc est ut dematur figura primi gradus de 4243; que 424 diuidat per 11, exibunt 38 et remanent 6, que 6 ponat super 11 de uirgula, et 38 ponat ante uirgulam; et sic habebit pro quesita diuisione $\frac{0\ 3\ 8\ 6}{2\ 8\ 10\ 11}$ 38.

V.66

Probatio suprascripte diuisionis.

Qvam diuisionem, si per pensam de 13 probare uoluerit, diuidat prescripta 67898 per 13, remanent 12, que habeantur pro pensa. Post hec diuidat 38 ante uirgam posita per 13, remanent 12, que multiplicet per 11 de uirgula, et de super addat 6, que sunt super 11, erunt 138; que diuidat per 13, remanent 8; que multiplicet per 10 de uirgula, et de super addat 3 que sunt super 10, erunt 83; que diuidat per 13, remanent 5; que multiplicet per 8 de uirgula, et de super addat 5, que sunt per 8, erunt 45; que diuidat per 13, remanent 6; que multiplicet per 2 de uirgula, erunt 12, ut superius pro pensa seruatum est. Et cauendum est nequis aliquam diuisionem per aliquam pensam alicuius numeri existentis sub uirgula diuisionis nunquam probare consuescat: ideo quia leuiter per eam posset esse deceptus; quare in hac diuisione prohibetur per 11 probare; quia superfluo quod remaneret de 38, uel ex quolibet alio numero in 11, que sunt sub uirgula multiplicato, et per 11 de pensa diuiso, nil superaret: unde si ipsa 38 recta non essent, non possent per probationem de 11 cognosci.

V.67

Et sciat quia in diuisionibus numerorum alia restat doctrina, scilicet cum numerus diuidendus aliquam habet comunitatem cum diuisore, scilicet quod diuidendus numerus diuidatur integraliter per aliquem numerum, uel numeros qui sint ex regula diuisoris. Tunc primum diuidatur numerus per numerum compositionis quam in uirgule diuisoris ipse diuidendus habuerit, siue maior in uirgula sit, uel minor: ideo quia cum ipsum per ipsum diuiserit, nihil ex diuisione remanebit. Et ut hec apertius intelligantur, ea cum numeris in sequentibus demonstrentur.

V.68

Diuisio de 81540 *per* 8190.

Ut si 81540 per 8190 diuidere uoluerit, reperiatur diuisoris regula, que est $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{7\ 9\ 10\ 13}$; et cum in regula de 81540 sit $\frac{1}{10}$, propter 0 quod est in primo gradu ipsorum, quamuis $\frac{1}{10}$ non sit in capite uirgule; tamen per 10 primitus 81540 sunt diuidenda, hoc est quod dematur 0 de ipso numero, remanebunt 8154 que restant diuidendam, extracto $\frac{1}{10}$ de uirgula, per $\frac{1\ 0\ 0}{7\ 9\ 13}$.

Item 8154 per 9 diuiditur, ideo quia 0 est pensa ipsorum per nouenarium. Vnde diuidat ipsa per 9 de uirga, exibunt 906, que restant diuidenda per $\frac{1\ 0}{7\ 13}$: uerum 906 per 7 diuisis, exeunt 129 et remanent 3; que 3 ponat super 7. Et 129 per 13 diuidat, exeunt 9 et remanent 12, que 12 ponat super 13, et exeuntia 9 ponat ante uirgam, et habebit pro quesita diuisione $\frac{3\ 12}{7\ 13}9$.

V.69

Nam si prescripta diuisione probare uoluerit, ponenda erunt 10 et 9 que extracta fuerunt de uirga sub eadem uirga post 7, et super ipsa ponenda sunt zephyra, ut in hac uirgula cernitur, $\frac{0\ 0\ 3\ 12}{10\ 9\ 7\ 13}$: postea poterit ea probare secundum prescriptum probandi ordinem. Vel aliter habeantur 906 pro numero diuiso et $\frac{1\ 0}{7\ 13}$ pro diuisore, et secundum hec probare studeas per modum supradictum. Satis enim de diuisionibus numerorum per compositos numeros dictum esse uideretur, nisi in eorum compositionibus numerum trium figurarum uel plurium existerent. Sed ut in hoc opusculo expleta doctrina diuidendi contineatur, numeros diuidere in eis, qui sunt trium figurarum uel plurium, in sequentibus ostendantur.

Diuisio numerorum per numeros asham tertii gradus.

Cvm autem quemlibet numerum cuiuslibet gradus per quemlibet numerum trium figurarum, hoc est tertii gradus, quis diuidere uoluerit, ponat similem gradum ipsius numeri trium figurarum sub simili gradu diuidendi numeri, et prouideat si numerus trium figurarum ultimarum diuidendi numeri maior diuisore existerit : si enim maior uel equalis fuerit, incipiendus erit ultimus gradus exeuntis numeri sub tertia figura ab ultima; et si minor, incipiendus erit sub antecedente, hoc est sub quarta ab ultima. Et posita figura sub qualibet predictarum quam talem esse conuenit, quod multiplicata ipsa in numerum diuisorem, scilicet in eum, in quo numerus maior diuiditur, faciant numerum trium figurarum, uel quattuor ultimarum, uel ita fere, ut non remaneat inde numerus diuisoris uel ultra. Et tunc multiplicet eam per ultimam figuram diuisoris numeri. Et multiplicationem de numero ultime figure, si poteris, extrahat. Et si non, eam extrahat de numero duarum figurarum ultimarum, et superfluum ponat super eundem gradum de quo superfuerit. Et multiplicet iterum eandem positam figuram per antecedentem | ultime diuisoris numeri, scilicet per eam que est in ipsius secundo gradu; et uenientem summam extrahat de suprascripto superfluo cum antecedente figura in maiori numero copulato : et si superfluum fuerit, ponat primum gradum ipsius super eandem antecendentem figurarum, et reliquos uero post ipsos delendo scilicet, uel dampnando aliud primum positum superfluum. Et adhuc multiplicet eandem positam figuram per figuram primi gradus eiusdem diuisoris numeri, et summam multiplicationis extrahat de copulatione secundi superflui cum antecedente figura maioris numeri ; et primum gradum ipsius superflui ponat super ipsam antecedentem figuram; reliquos uero post ipsum delendo, scilicet uel dampnando alium secundum dictum superfluum. Post hec studeat ponere aliam talem figuram sub alia antecedente figura maioris numeri, idest ante primam positam figuram, que multiplicata in prescriptum diuisorem numerum, faciat copulationem tertii superflui, et antecedentis figure uel fere, cum qua uadat multiplicando per ordinem per figuras diuisoris numeri, sicut in prima posita figura docetur, semper superflua per ordinem super ponendo; et deinceps in reliquis figuris, usque ad finem procedendo, similiter studeat operari. Si uero ex aliquo superfluorum supradictorum et antecedente figura procreabitur numerus minor diuisore, tunc ponat zephyrum sub ipsa antecedente figura; et copulabit eidem antecedenti figure, et superfluo aliam antecedentem figuram, sub qua ante predictum zephyrum erit utique ponenda figura : et si iterum numerus cupulationis superflui, et duarum antecedentium figurarum, minor diuisore fuerit, erit iterum ante predictum zephyrum aliud o ponendum, et copulabis dicto superfluo, et dictis duabus figuris aliam eis antecedentem figuram sub qua ponat talem figuram, que multiplicata in diuisori numero faciat fere numerum copulationis superflui, et trium ei antecedentium figurarum; et habebis quorumlibet similium diuisiones: et ut que dicta sunt liquidius exponantur, ea cum numeris ostendantur.

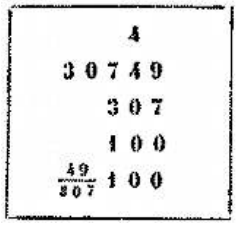
V.71

Ut si uoluerit diuidere 1349 per 257, describat 257 sub 349 de 1349. Et qua numerus trium figurarum ultimarum diuidendi numeri, idest 134, minor est de 257., scilicet de diuisore numero, ideo sub quarta figura ipsius diuidendi numeri, que primum occupat gradum, idest sub 9, figura exeuntis numeri erit ponenda; et talis que multiplicata in 257, faciat fere 1349 que erit 5; quibus positis sub 9, multiplicet ipsam per ultimam figuram diuisoris numeri, scilicet per 2, erunt 10, que extrahat de 13, scilicet de numero duarum ultimarum figurarum numeri diuidendi; cum non possint ea de numero ultime figure extrahere, remanent 3, que copulanda sunt cum antecedentibus 4, faciunt 34; de quibus extrahat multiplicationem positorum 5 in 5 diuisoris numeri, remanent 9, que ponat super 4 et multiplicet eadem posita 5 per 7, erunt 35, que extrahat de 99, scilicet de copulatione 9 primi gradus diuidendi numeri, remanent 64; que ponat super uirgam supradictorum 9 cum de 257 seorsum descriptam. Et exuntia 5 ponat ante ipsam uirgam, et habebit pro quesita diuisione $\frac{64}{257}$ 5.

V.72

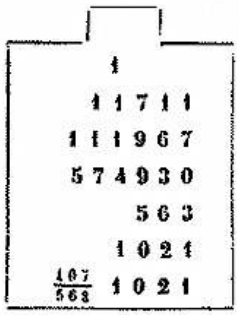
Diuisio de 30749 *per* 307.

Uerum si 30749 per 307 diuidere uoluerit, describat 307 sub 749; et quia 307, qui est numerus trium figurarum ultimarum diuidendi numeri, equalis est diuisori numero, ponendum est 1 sub primo gradu numeri predictarum trium figurarum, scilicet sub 7 que sunt in tertio gradu diuidendi numeri; et multiplicet ipsum 1 per 3 diuisoris, faciunt 3, pro quibus reliquantur 3 que sunt in ultimo gradu diuidendi; et multiplicet iterum eundem 1 per 0 diuisoris, faciet 0; pro quo relinquat ipsum 0 quod est indiuidendi numero; et iterum multiplicet eundem 1 per 7, faciunt 7, pro quibus relinquat ipsa 7 que sunt indiuidendi numero. Nam tertius gradus quemcumque gradum multiplicat, tertium gradum facit ab ipso quem multiplicat. Ergo cum multiplicat tertium, quintum gradum facit; et cum multiplicat secundum, facit quartum; et cum multiplicat primum, facit tertium. Et quia 4, que antecedunt 7 indiuidendi numero, minus sunt de 307, scilicet diuisore, ponendum est 0 sub ipsis 4; et iterum quia 49 eiusdem diuidendi numeri minus sunt eisdem 307, ponendum erit 0 sub 9, scilicet in primo gradu exeuntis numeri; et predicta 49 ponat super uirgulam de 307 ex parte seruata, et exeuntia 100 ponat ante uirgulam; et habebis $\frac{49}{307}$ 100 pro quesite diuisioni (*sic*).



V.73

Item si proposuerit diuidere 574930 per 563, positis 563 sub 930, ponat prescriptis dispositionibus 1 sub 4, scilicet in quarto gradu, et multiplicet ipsum per 5 diuisoris numeri, fiunt 5, pro quibus relinquat 5 que sunt in ultimo gradu diuidendi numeri: quia cum quartus gradus multiplicat tertium, sextum gradum facit, hoc est quartum ab ipso quem multiplicat; et multiplicet eundem 1 per 6 diuisoris, fiunt 6, que extrahat de 7, remanet 1, quod ponat super eadem 7: nam cum quartus gradus multiplicat secundum, quintum gradum facit; et iterum multiplicet 1 per 3 diuisoris, fient 3; que extrahat de 4, hoc est de 14, propter 1 quod | remansit super 7: nam cum quartus gradus multiplicat primum, quartum gradum facit uel terminante in ipso. Et ideo predicta 3 sunt extrahenda de 4, que sunt in quarto gradu, hoc est de 14 que terminant in ipso, remanebunt 11, scilicet 1 super quintum gradum et aliud super quartum; cum quibus 11 copulet 9 fiunt 119, que cum sint minus de 563, scilicet diuisore, ponendum est 0 sub ipsis 9; et copulet 3 que sunt in secundo gradu diuidendi numeri cum 119, fient 1193. Quare ponat in secundo gradu, arbitrio exeuntis, talem figuram que multiplicata per 563 faciat fere 1193, que figura erit 2, que multiplicet per 5 diuisoris, fiunt 10, que extrahat de 11 prescriptis, remanet 1: pro quo relinquat ipsum 1 quod fuerat positum super 4, et deleat aliud 1 quod est super 7, et multiplicet 2 per 6 diuisoris fiunt 12; que extrahat de 19, remanent 7 que ponat super 9 et deleat 1 quod est super 4; et multiplicet 2 per 3 diuisoris fiunt 6; que extrahat de 73, remanent 67: deleat 7 que erant super 9 et ponat 67 super 93, ut in descriptione habetur. Et copulet ipsa 67 cum 0, fiunt 670; pro quibus dictis dispositis ponat 1 sub 0, et multiplicet ipsum per 5 diuisoris, fiunt 5, que extrahat de 6, remanet 1: deleat ipsa 6 et ponat ibidem 1; et multiplicet 1 per 6, fiunt 6; que extrahat de 7 remanet 1: deleat 7 et ponat ibi ipsum 1; et multiplicet 1 per 3 diuisoris, fiunt 3, que extrahat de 110, remanent 107, que ponat super uirgulam de 563 et ante ipsam ponat exeuntia 1021, ut in hac descriptione describitur.



V.74

Probatio suprascripte.

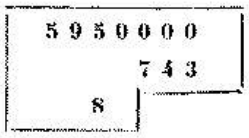
Qvam diuisionem si per pensam de 11 probare uoluerit, diuidat 574930 per 11, remanent 4, que serues pro pensa; et diuidat exeuntia 1021 similiter per 11, remanent 9, que multiplicet per 2 que remanent ex diuisis 563 per 11, erunt 18; quibus addat pensam numeri remanentis super uirgam, scilicet de 107, que pensa est 8: quia diuisis 107 per 11, remanent 8; et sic habebit 26, quibus diuisis per 11, remanent 4, ut pro pensa oportet remanere.

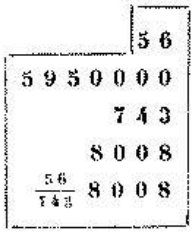
V.75

Ad habendum itaque arbitrium in ponendis figuris in exeuntibus numeris, cum numeri trium figurarum uel plurium diuiduntur per numeros trium figurarum, tale tradimus magisterium, ut considerét si diuisor numerus prope fuerit alicui numero centenario, siue plus, siue minus sit eo: et aspiciat contra quot figuras sit ponenda figura in numero exeunte, et ex illis figuris relinquat duas que sunt in secundo et in primo gradu earum. Residuum uero numeros diuidat per numerum centenariorum, cui diuisor proprior extiterit; et quot ex diuisione peruenerit, erit ponenda figura, uel parum plus si diuisor erit minus numero predicto centenariorum, uel parum minus, si diuisor fuerit plus eodem numero centenariorum. Verbi gratia: uolumus diuidere 1247 per 421, relinquamus 4 et diuidemus 12 que remanent per 4; cum 421 sint proprior 400 quam alio centenario numero, uenient 3; sed dandum erit minus, quia 421 sunt plus de 400: et si esset minus ut 379, dandum esset plus; et sic intelligas in reliquis. Et si diuisor numerus esset proprior alicui centenario, et dimidio ut 150, uel ducentis quinquaginta, et ceteris similibus: tunc, relictis duabus figuris predictis, reliquum numerum dupplicet, et dupplicatam summam per duplum centenariorum, et dimidium diuidat, et habebit arbitrium ponende figure. Verbi gratia: uolumus diuidere 2137 per 563, diuidimus 21 per $\frac{1}{2}$ 5, hoc est duplum de 21, scilicet 42, per duplum de $\frac{1}{2}$ 5, hoc est per 11, exibunt 3 et plus; et hoc modo accipiatur arbitrium in similibus.

V.76

Item si 5950000 per 743 diuidere noluerit, descriptis numeris, ponat 8 supradictis dispositis sub 0 quarti gradus, scilicet quia relictis 50 de 5945, remanent 59; quorum duplum si diuidatur per duplum de $\frac{1}{2}$ 7, propter diuisorem qui est prope 750, fere 8 ueniet ex diuisione; et multiplicet 8 per 7 diuisoris, erunt 56, que extrahat de 59, remanent 3; que ponat super 9. Et 8 per 4, fiunt 32, que extrahat de 35, remanent 3; que ponat super 5, et dapnet ipsa 3 que fuerunt posita super 9. Et 8 per 3 diuisoris fiunt 24, que extrahat de 30, remanent 6; que ponat super 0, et deleat 3 que fuerunt super 5; et sic semper multiplicata posita figura, singulariter per figuras diuisoris numeri, incipiendo scilicet ab ultima usque ad primam ueniendo, semper opportet diuisionem remanere in ipsa figura; sub qua figura poni precipitur, ut in prima huius diuisionis descriptione | demonstratur. Post hec ponat duo zephyra sub duobus zephyris tertii et secundi gradus, ideo quod utraque zephyra copulata cum 6 minorem faciunt numerum quam 743. Vnde summenda sunt 6 cum tribus zephyris, scilicet 6000 et in 743 diuidenda, pro qua diuisione ponenda sunt 8 in primo gradu exeuntis numeri, scilicet sub 0 primi gradus: quare diuiso duplo de 60 per duplum de $\frac{1}{2}$ 7, ueniunt 8; quibus 8 in 7 multiplicatis, et de 60 extractis, remanent 4; que 4 ponat super 0 tertii gradus, et dapnet 6 que sunt super 0 quarti gradus; et iterum 8 in 4 diuisoris multiplicatis, et de 40 extractis, remanent 8 : nam sicut multiplicatio prescriptorum 8 per ordinem de gradu mutatur in gradu in diuisori numero; ita eorum multiplicationes in diuidendi numero de gradu in gradu mutari debent. Ponat siquidem remanentia 8 super 0 secundi gradus, et deleat ipsa 4 que fuerunt posita super 0 tertii gradus; et multiplicet 8 per 3, fiunt 24, que extrahat de 80, remanent 56; que ponat super uirgulam de 743, et ante ipsam ponat 8008; et habebit proposite diuisionis quantitatem. Et cum per ea que de diuisionibus dicta sunt plenum magisterium haberi possit in diuidendis numeris per numeros m^{or} figurarum et plurium; tamen, ut melius intelligantur, predictas diuisiones per aliquot numeros quattuor figurarum demonstrentur.





Diuisio de 17849 *per* 1973.

Ut si proponatur diuidere 17849 per 1973, describatur diuisor sub diuidendo, scilicet 1973 sub 7849 de 17849; et cum numerus quattuor ultimarum figurarum diuidendi numeri, idest 1784, minor sit diuisore, positio figure exeuntis numeri sub primo gradu diuidendi numeri fieri necesse est. Vnde ponat 9 sub primo gradu utrorumque numerorum; ideo quia ducto nouenario in diuisore, facit fere diuidendum numerum; uel quia diuisor est prope 20 centenariis, diuidenda sunt 17 per 2, et relinquende tres figure numeri diuidendi, scilicet 849: et tunc multiplicet ipsa 9 per 1 diuisoris, et extrahat de 17, remanent 8 que ponat super 7, et multiplicet 9 per 8 diuisoris, et extrahat de 88, remanent 7, que ponat super 8, et dapnet posita 8. Et iterum multiplicet 9 per 7 diuisoris, et extrahat de 74, remanent 11, que ponat super 74, et multiplicet 9 per 3 diuisoris numeri, et extrahat de 119, remanent 92, que ponat super uirgulam de 1973, et ante ipsam ponat 9; et habebit proposite diuisionis quantitatem.

V.78

Diuisio de 1235689 *per* 4007.

Item si uoluerit diuidere 1235689 per 4007, descriptis numeris, ponat 3 sub tertio gradu numerorum, prescriptis scilicet dispositis; et multiplicet ipsa 3 per 4, fiunt 12, pro quibus relinquat 12 que sunt numerus duarum ultimarum figurarum diuidendi numeri. Et multiplicet 3 per 0, quod est in tertio gradu diuisoris, faciet 0; quod extrahat de 3, que sunt in diuidendi numero, remanet ipsa 3. Et iterum multiplicet 3 per 0 secundi gradus diuisoris, faciet 0. Quod extrahat de 35, remanent iterum ipsa 35. Et 3 per 7 faciunt 21, que extrahat de 356, remanent 335, que ponat super 356. Nam cum 3358 que sunt copulatio remanentis numeri; cum ei antecedente figura minus sint de 4007, ponendum est 0 ante posita 3, scilicet sub secundo gradu numerorum, et copulanda sunt 3358 cum antecedente figura, idest cum 9, sub quibus ponat 8 in exeunti numeri. Et multiplicet ipsam per 4, et extrahat de 33, remanet 1, quod ponat super 3 primi gradus de 33, et dapnet 33. Et 8 per 0 tertii gradus, et extrahat de 15, remanet 15. Et iterum multiplicet 8 per 0 secundi gradus diuisoris numeri, et extrahat de 158, remanet ipsa 158. Et 8 per 7 faciunt 56, que extrahat de 1589, remanent 1533, que ponat super uirgulam de 4007, et ante ipsam ponat 308; et habebit quesite diuisionis quantitatem, ut in hac denotatur descriptione.

V.79

Uerum si eam, uel quamlibet aliam diuisionem aliter quam per pensas probare noluerit, multiplicet exeuntem numerum per diuisorem, et uenienti summe addat remanentem numerum ex diuisione, scilicet ipsum qui super uirgulam poni precipitur. Vt in hac multiplicet 308 per 4007, et multiplicationi super addat 1533 que sunt super uirgulam; et si collecta summa fecerit diuisum numerum, ipsam diuisionem rectam fore cognoscat.