

*Liber abaci*

CAPITOLUM TERTIUM DECIMUM

incipit

pars I

pars II

PARS PRIMA

## XIII.2.1

### *Incipit pars prima.*

Qvidam habuit monetam, que erat ad uncias tres 3; et aliam monetam, que erat ad uncias 6; et uoluit ex eis facere libram 15 monete, que essent ad uncias 5; et queritur, quantum de una quaque moneta in predicto consolamine mittere debuit. Quia in libra monete, quam uoluit facere, oportuit habere uncias 5 argenti; ergo in libris 15 oportuit habere quindecies, quam in una libra, scilicet uncias 75: quibus ex parte seruatis, pone ad libitum de minori moneta, ut sint in ipso consolamine libre 3, in quibus sunt uncie argenti 9. Reliquas uero libras 12, que sunt ab ipsis tribus libris usque in 15, pone ut essent de maiori moneta, in quibus sunt uncie 72 argenti. Quibus additis cum unciis 9 inuentis, reddunt uncias 81 argenti in summa illius consolaminis, ex quibus superauit uncias 6; cum non debeant esse, nisi tantum 75; et sic errauimus in unciis 6 additis: quare pones in secunda positione libras 4 minoris monete, scilicet libram 1, plus quam in prima positione; in quibus libris 4 sunt uncie 12. In reliquis uero libris 11, que sunt ab ipsis libris 4 usque in 15, sunt uncie argenti 66: quibus additis cum unciis 12 argenti, que sunt in 4 libris minoris monete, faciunt uncias 78 pro argento totius consolaminis. In quibus supersunt uncie 3; cum non debeant esse nisi tantum 75; et sic errauimus | adhuc cum unciis 3 additis. In prima enim positione superfuerunt uncie 6; in secunda 3: ergo per 1 libram, quam accreuimus de minori moneta in secunda positione, adpropinquauimus ueritati uncias 3, scilicet differentiam, que est ab ipsis 6 unciis usque in ipsis unciis 3, que supersunt de secunda positione: ergo dices: secundum primum modum libra una, quam creui in secunda positione, adpropinquauimus ueritati uncias 3 argenti; quid adcrecam super ipsam secundam positionem, ut adpropinquem alias 3 uncias, que desunt adpropinquandum: multiplica ergo 1 per 3, et diuides per 3, exhibit libra 1; qua addita cum libris 4 secunde positionis, faciunt libre 5; et tantum oportuit eum mittere de minori moneta. Reliquas uero, scilicet libras 10, de maiori, in quibus sunt argenti uncie 75 inter utramque monetam, ut oportet.

| Uncie | libre |
|-------|-------|
| 3     | 1     |
| 3     | 1     |

|           |
|-----------|
| De minori |
| 5         |
| de maiori |
| 10        |



*De eodem.*

Rvrsum quidam habet monetam, in cuius libra sunt uncie 2 argenti; et monetam, in cuius libra sunt uncie 3; et monetam, in cuius libra sunt uncie 6; et monetam, in cuius libra sunt uncie 7 argenti; et vult ex ipsis quattuor monetis consolare libras 20 ad uncias  $\frac{1}{2}$  4: multiplica primum libras 20 per uncias  $\frac{1}{2}$  4, et habebis uncias 90, que debent esse in illis libris 20: deinde mittes de minori moneta in prescripto consolamine quantum vis, ut ponamus libras 4, in quibus sunt uncie argenti 8; et extrahe ipsas libras 4 de ipsis libris 20, et ipsas uncias 8 de suprascriptis unciis 90, remanebunt libre 16 ad consolandum de reliquis tribus monetis. In quibus debent esse uncie 82 argenti, scilicet 8, minus de unciis 90: post hec ponas in eodem consolamine ad libitum de maiori moneta, ut dicamus libram 1, in qua sunt uncie 7 argenti, remanent libras (*sic*) 15 de duabus reliquis monetis ad consolandum ad uncias 75 argenti inter utramque, hoc est ad uncias 5 argenti per libram; que consolacio per elchataieym in antecedenti questione consistit: quam consolationem etiam per secundum modum inuenies, si multiplicaueris errorem primum per positionem secundam, scilicet 6 per libras 4; et ex ipsa multiplicatione, que est 24, extraxeris multiplicationem secunde (*sic*) erroris in positionem primam, scilicet 9; et residuum, scilicet 15, diuiseris per differentiam errorum, que est 3, exhibunt similiter libre 5 minoris monete. Relique libre 10 mittentur de maiori, ut prediximus.

|       |
|-------|
| libre |
| 4     |
| uncie |
| 2     |
| libre |
| 5     |
| uncie |
| 3     |
| libre |
| 10    |
| uncie |
| 6     |
| libre |
| 1     |
| uncie |
| 7     |



*De laboratore, questio notabilis.*

Qvidam laborator (*sic*) erat recepturus bizantios 7 in mense si laboraret; et si non, debebat reddere bizantios 4 domino operis ad rationem unius mensis: qui quandoque laboravit quandoque non; ita quod, expleto mense, debuit recipere a domino operis bizantium 1; queritur, quot diebus ex ipso mense laboravit. Pone quidem, ut ipse laboraret diebus 20; et quod in reliquis diebus 10 non laboraret. Vnde pro ipsis 20 diebus debuit habere duas tercias de bizantijs 7, scilicet bizantios  $\frac{2}{3} \cdot 7$ . Cum dies 20 sint  $\frac{2}{3}$  totius mensis; et pro illis diebus 10, in quibus non laboravit, debuit reddere domino operis bizantium  $\frac{1}{3} \cdot 7$ , scilicet tertiam partem de bizantijs 7; quo bizantio  $\frac{1}{3} \cdot 7$  extracto de bizantijs  $\frac{2}{3} \cdot 7$  lucri, remanent pro lucro bizantij  $\frac{1}{3} \cdot 7$ ; qui uellent tantum esse bizantium 1, uidelicet ipsum, quem lucratus fuit. Vnde ex hac prima positione errauimus in bizantijs  $\frac{1}{3} \cdot 2$  | additis. Quare mutabis aliam positionem, in qua pones ad libitum, quod laboraret diebus 15, scilicet 5, minus quam in prima positione; et remanebunt alii dies 15, in quibus non laborauerit. Vnde pro ipsis 15 diebus, in quibus laboravit, debuit habere bizantios  $\frac{1}{2} \cdot 7$ , scilicet dimidium de bizantijs 7. Cum ipsi dies 15 sint dimidium mensis; et pro reliquis diebus 15, quibus non laboravit, debuit reddere bizantios 2: quare debuit recipere tantum bizantium  $\frac{1}{2} \cdot 1$ : ergo in hac secunda positione super nobis (*sic*) bizantij  $\frac{1}{2}$ ; et in prima superauerat bizanti  $\frac{1}{2} \cdot 2$ . Quare si per secundum modum operari uis, multiplica errorem primum per positionem secundam, scilicet  $\frac{1}{2} \cdot 2$  per 15, erunt dies 35. Similiter multiplica errorem secundum per positionem primam, scilicet  $\frac{1}{2}$  per 20, erunt dies 10; quos extrahe de 35, remanent dies 25; quos diuide per  $\frac{5}{7} \cdot 1$ , scilicet per differentiam errorum, que est a  $\frac{1}{2}$  usque in  $\frac{1}{2} \cdot 2$ , exhibunt dies  $\frac{7}{11} \cdot 13$ , in quibus laboravit; quos extrahe de diebus 30, scilicet de mense, remanent dies  $\frac{4}{11} \cdot 16$ , in quibus non laboravit. Et sic potes per elchataieym omnes questiones undecimi capituli soluere.

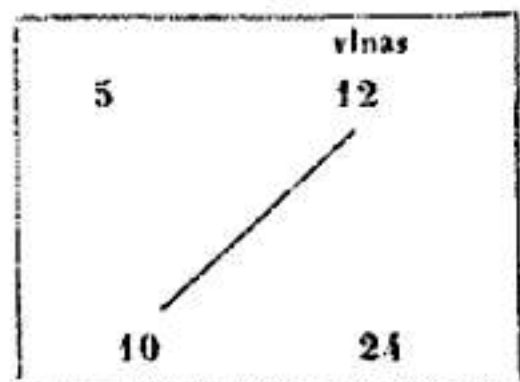
|                       |                        |
|-----------------------|------------------------|
| bizantij              | dies                   |
| $\frac{5}{6} \cdot 1$ | 5                      |
| $\frac{1}{2}$         | $\frac{1}{11} \cdot 1$ |

|                         |
|-------------------------|
| dies operis             |
| $\frac{7}{11} \cdot 13$ |
| dies uacationis         |
| 16                      |



*De arbore.*

Est arbor, cuius  $\frac{1}{4}$   $\frac{1}{2}$  latet sub terra; et super terram sunt ex ipsa ulne 20. Pone quidem, ut longitudo ipsius arboris sit aliqua numeri quantitas; quem numerum, quamuis ad libitum ponere possis, tamen considerare debes, ut ponas eum talem, in quo reperias  $\frac{1}{4}$   $\frac{1}{2}$ . Et hoc idem intelligas de omnibus positionibus aliarum questionum, ut semper ponas eorum numeros ita, ut in ipsis inueniantur rupti, qui necessarii sunt in qualibet questione. Quod nos in sequentibus questionibus, ponendo ipsos numeros, demonstrabimus. Pone ergo, ut illa arbor sit longitudine duodecim ulmarum; ex quibus cum  $\frac{1}{4}$   $\frac{1}{2}$  sit sub terra, scilicet ulne 7, remanent super terram ulne 5; que uellent esse 20: quare per hanc positionem deuiamus a ueritate ulnas 15: quare in secunda positione pones pro longitudine ipsius arboris ulnas 24, scilicet ulnas 12, plus quam in prima positione. Ex quibus, extracta  $\frac{1}{4}$   $\frac{1}{2}$  ipsarum, scilicet 14, que sunt sub terra, remanent super terram hulse 10; que cum uellent esse 20, sumus longe a ueritate ulnis 10. In prima enim positione fuimus longe a ueritate ulnis 15. In secunda 10: ergo per ulnas 12, quas creuimus in secunda positione, adpropinquauimus ulnas 5; et remanent ad adpropinquandum ulne 10: quare multiplicabis 10 per 12, et diuides per 5, exhibunt ulne 24; quas adde cum ulnis 24 secunde positionis, reddent 48 pro longitudine totius arboris. Potes enim proportionem similium questionum scribere, secundum modum negociacionum, quem in octauo huius libri capitulo demonstraui, ut cognoscas melius, quos numeros multiplicare, et per quem diuidere debes: uerbi gratia: pone in unam lineam ulnas 12, quas in secunda positione super longitudinem arboris creuimus; et ulnas 5, quas per ipsas ulnas 12 adpropinquauimus ueritati; et ulnas 10, que restant ad adpropinquandum, pones sub ulnis 5, scilicet ad adpropinquanda sub adpropinquanda, ut sit similis res sub simile re, ut hic ostenditur. Vnde cognoscitur, quod debes multiplicare 12 per 10, quia sunt ex aduerso; et debes diuidere per 5, ut prediximus: et nos semper in sequentibus ponemus proportionem in | hunc modum, ut ad tramite ueritatis possis nullatenus deuiare.

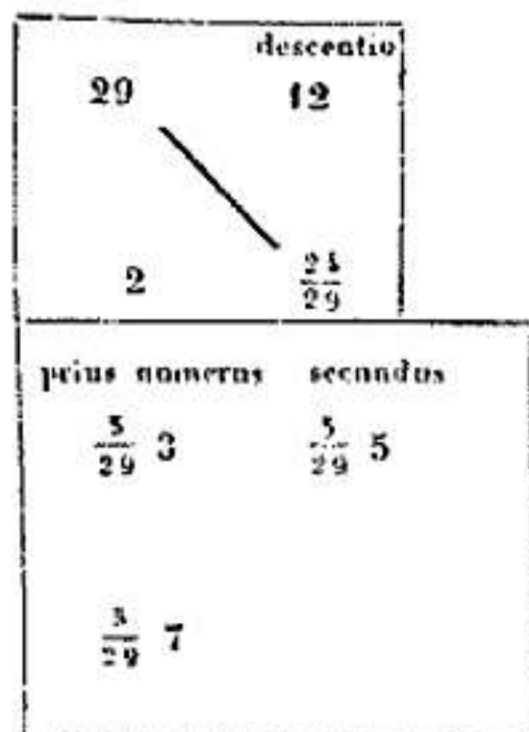




## XIII.2.5

### *De homine retento in obsequio.*

Qvidam retinuit quemdam in obsequium, cui debebat dare in mense tres numeros, quibus esset per ordinem unus maior alio 2; et insuper denarios 10 pro benedictione: qui cum laborasset diebus 6, dedit illi dominus operis dimidium primi numeri, et terciam secundi, et quartam tertij; et sic recte persolutus fuit. Qveritur, quid numeri fuerunt illi: studeas quidem ponere tres numeros per ordinem, quorum unus sit maior alio 2; et primus possit diuidi integraliter per 2; secundus per 3; tercius per 4, secundum hoc, quod dominus persoluit eum. Sintque 16, et 18, et 20; et accipe dimidium primi numeri, scilicet 8; et tercium secundi, scilicet 6; et quartam tertij, scilicet 5; et adde insimul, erunt denarij 19; et tot recepisset ille, si 16, et 18, et 20 essent illi numeri, quos dominus ei dare promiserat: quare uides, quot denarij acciderunt illi de ipsis tribus numeris, et denarijs 10 in illis 6 diebus: quod sic uidendum est: quia dies 6 sunt quinta pars mensis. Accipe quintam de 64, que sunt summa illorum .iiii.<sup>or</sup> numerorum, exhibunt  $\frac{4}{5}$  12, pro quibus habuimus denarios 19; et sic cum prima positione errauimus cum  $\frac{4}{5}$  6 additis, hoc est cum quintis 31: quare secunda positio minor ponenda est, in qua tres alios numeros ad hoc aptos, quorum unus sit maior alio 2, ponere studeas; eruntque 4, et 6, et 8: deinde accipe dimidium primi numeri, scilicet 2; et terciam secundi, scilicet 2; et quartam tertij, scilicet 2; et erunt 6; et tot recepisset ille pro quinta parte de 28, que sunt summa de 4, et de 8, et de 6, et de 10; que quinta pars sunt  $\frac{4}{5}$  5: a quibus usque in 6 remanent  $\frac{2}{5}$  addite pro secundo errore. Quare multiplica 31, scilicet primum errorem, per 4, silicet per primum numerum secunde positionis, erunt 124; et multiplica 2 pro errore secundo per 16, silicet per primum numerum prime posicionis, erunt 32; et que extrahende 124, remanet 92; et que diuide per differentiam errorum, scilicet per 29, que sunt ad 2 usque in 31, et habebis  $\frac{5}{29}$  3 pro primo numero. Quare secundus est  $\frac{5}{29}$  5; tercius  $\frac{5}{29}$  7.





*De duobus hominibus habentibus denarios.*

Dvo homines habebant denarios; quorum primus querit secundo 7, et proponit se habere quinques tantum quam ipse. Et secundus querit primo 5, et proponit se habere septies tantum quam ipse. Queritur quantitas denariorum uniuscuiusque: pone quidem, ut primus habeat 8, cum quibus additis 7, quos querit secundo, faciunt 15; que 15 deberent esse quincuplum de denariis, qui remanent secundo: quare secundo remaneat 3, datis illis 7 denarijs primo: ergo oportet, quod ipse habeat 10; qui cum acceperit 5 ex denarijs primi, qui habent 8, habebit secundus 15; et primo remanebunt 3; que 15 deberent esse 21, scilicet septuplum de denarijs 3, qui remanent primo homini: ergo in hac positione secundus homo habet denarios 6, minus quam debeat: quare pones in secunda positione alium talem numerum; cum quo, cum additi fuerint denarij 7, faciant numerum, qui diuidatur per 5 integraliter; sintque 13, que sunt 5, plus prime positionis: cum quibus additis denariis 7, quos petit secundo, erunt 20; quinta quorum pars, scilicet 4, oportet, quod remaneat secundo; cum quibus additis denariis 7, quos dedit primo, reddunt 11 pro denariis secundi hominis; cum quibus additis denariis 5, quos petit primo, qui habet 13, et primo remanebunt 8; et secundus habebit 16; que 16 debent esse 56, scilicet septuplum de denarijs 8, qui remanent primo homini. Unde in hac secunda positione secundus habet 40, minus quam debeat: et quia prima positio fuit propius ueritati quam secunda, facies de secunda positione primam, et de prima secundam, ut semper sit secunda positio propior ueritati; et tunc in prima positione secundus habebit 40, minus quam debeat; et in secunda 6: ergo per 5, quos minui in secunda positione, adpropinquauit ueritati 34, et restant adpropinquandum 6: quare multiplica 6 per 5, et diuides per 34, hoc est secundum euitationis modum 3 per 5; et diuides per 17, exhibunt  $\frac{15}{17}$ ; quos extrahe de denarijs 8 secunde positionis, remanent  $\frac{2}{17}$  7 pro denarijs primi hominis: deinde, ut habeas denarios secundi, adde 7, quos primus petit secundo, super  $\frac{2}{17}$  7, erunt denarij 14, et  $\frac{2}{17}$ , et tunc super quintam partem eorum, quod est  $\frac{14}{17}$  2, adde ipsos denarios 7, erunt denarij  $\frac{14}{17}$  9; et tot habuit secundus.

|    |                 |
|----|-----------------|
|    | minus           |
| 34 | 5               |
| 6  | $\frac{15}{17}$ |

|                   |
|-------------------|
| primi             |
| $\frac{2}{17}$ 7  |
| Secundi           |
| $\frac{14}{17}$ 9 |



### XIII.2.7

Nam si ignoraueris, qualiter quintam de denarijs  $\frac{2}{17}$  14 prescriptis accipere debeas, dupliciter tibi facere doceo: primum quidem, ut facias septimas decimas de denarijs  $\frac{2}{17}$  14, hoc est multiplica 14 per suam uirgulam, scilicet per 17, et addas 2, erunt septime decime 240; de quibus accipe quintam, erunt septime decime 48; ex quibus 48 fac integra, erunt  $\frac{14}{17}$  2. Vel aliter: accipe quintam de 10, erunt 2; et de  $\frac{2}{17}$  4, que remanent, fac septimas decimas, erunt 70; quorum quinta pars est 14; et sic habebis  $\frac{14}{17}$  2 pro quinta parte de  $\frac{2}{17}$  14: et sic potes superscripto modo soluere questiones, que sunt in tertia parte duodecimi capituli.



*De quatuor hominibus, qui inuenerunt bursam.*

Quatuor homines denarios habentes inuenerunt bursam denariorum; ex quibus primus dixit, quod si haberet denarios burse, haberet bis tantum secundo. Secundus, si haberet bursam, haberet ter tantum tercio; et tertius, si eam haberet, haberet quater tanto (*sic*) quarto. Quartus quinquies tantum primo: queritur quot denarios habeat unusquisque. Pone quidem, quod primus habeat denarios 9; et in bursa sint denarij 21: ergo si primus habuit bursam, habebit 30. Vnde cum habet duplum secundo, oportet, quod secundus habeat dimidium ipsius, scilicet 15: cum quibus additis denarijs burse, scilicet 21, faciunt 36; quorum terciam partem, scilicet 12, habebit tertius; cum secundus cum bursa habeat triplum ipsius, cum quibus 12, addita bursa, faciunt 33; quorum quartam partem, scilicet  $\frac{1}{4}$  8, habet quartus; cum quibus, habita bursa, scilicet 21, faciunt denarios  $\frac{1}{4}$  29; qui debent esse 45, scilicet quincuplum denariorum primi hominis: ergo quarto homini minuit  $\frac{3}{4}$  15, scilicet differentia, que est a  $\frac{1}{4}$  29 usque in 45: quare in secunda positione augebis denarios burse, aut minues denarios primi hominis: augeamus itaque denarios burse; et ponamus, quod inuenti sunt in ea denarij 27, scilicet 6, plus quam in prima positione: quibus additis cum denarijs primi hominis, scilicet cum 9, faciunt 36; quorum medium, scilicet 18, habet secundus: cum quibus addita bursa, faciunt 45; quorum terciam partem, scilicet 15, habet tertius; cum quibus addita bursa, faciunt 42; quorum quartam partem habet quartus, scilicet  $\frac{1}{2}$  10; cum quibus addita bursa, erunt denarij  $\frac{1}{2}$  37; quid debent esse 45, scilicet quincuplum primi hominis. Vnde in hac secunda positione minuit quarto  $\frac{1}{2}$  7, scilicet differentia, que est a  $\frac{1}{2}$  37 usque in 45: in prima uero positione minuunt  $\frac{3}{4}$  15; ergo per sex, quos creuimus in secunda positione | burse, adpropinquauimus ueritati  $\frac{1}{4}$  8, scilicet differentiam, que est a  $\frac{3}{4}$  15 usque in  $\frac{1}{2}$  7; et restant ad adpropinquandum ipsi denarios  $\frac{1}{2}$  7: quare multiplica  $\frac{1}{2}$  7 per 6, et diuides per  $\frac{1}{4}$  8, ut in descriptione ostenditur, exigunt denarij  $\frac{5}{11}$  5; quibus additis cum denarijs 27, scilicet sunt secundam positionem (*sic*), erunt  $\frac{5}{11}$  32; et tot sunt reperti in bursa, si primus habeat 9:

|                 |                  |
|-----------------|------------------|
| $\frac{1}{4}$ 8 | creui<br>6       |
| $\frac{1}{2}$ 7 | $\frac{5}{11}$ 5 |

|         |
|---------|
| bursa   |
| 119     |
| primi   |
| 33      |
| Secundi |
| 76      |
| tercij  |
| 65      |
| quarti  |
| 46      |



## XIII.2.9

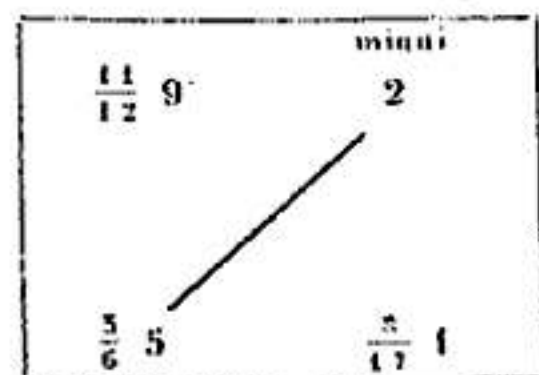
nam ut

habeamus in integrum denarios burse et hominum, multiplica per 11 denarios burse, et primi hominis; et habebis pro denarijs burse 357; et pro denarijs primi hominis habebis 99; qui 357, et 99, cum habeant ad inuicem comunem regulam, scilicet tertium, diuidatur unusquisque eorum per 3, ut habeas in minoribus numeris numerum eorum; quod senper in omnibus similibus facere studere debes; et sic habebis pro denarijs burse 119; et pro denarijs primi hominis 33: quibus insimul iunctis, faciunt 152; quorum medium, scilicet 76, est quantitas denariorum secundi hominis: quibus additis cum denariis burse, scilicet cum 119, faciunt 195; quorum tertia pars est quantitas denariorum terciij, scilicet 65; cum quibus additis iterum denarijs burse, facient 184; quorum quarta pars, scilicet 46 sunt quantitas quarti hominis: cum quibus additis denarijs burse, faciunt 155, qui est quincuplum denariorum primi hominis, ut oportet.



## XIII.2.10

Nam si per minutionem denariorum primi hominis hoc idem reperire desideras, pone ut in secunda positione in bursa reperiuntur sunt denarii 21, ut in prima positione positione (*sic*) posuisti; et pone, quod primus homo habet denarios 7, scilicet denarios 2, minus quam in prima positione; quibus additis cum denarijs burse, scilicet cum 21, faciunt 28; dimidium quorum, scilicet 14, habet secundus: quibus additis cum 21 burse, scilicet burse, faciunt 35; quorum terciam, scilicet  $\frac{2}{3}$  11, habet tercius: cum quibus additis 21, erunt  $\frac{2}{3}$  32; quorum quartam, scilicet  $\frac{1}{4}$  8, habet quartus; qui iuncti cum 21, faciunt  $\frac{1}{4}$  29; qui debent esse 35, scilicet quincuplum denariorum 7 primi hominis. Vnde quartus homo habet, minus quam debeat, denarios  $\frac{5}{6}$  5, scilicet differentiam, que est a  $\frac{1}{4}$  29 usque in 35; et in prima positione habuit ipse quartus homo minus, denarios  $\frac{3}{4}$  15: ergo per 2, quos minuimus de denarijs primi, adpropinquauimus ueritati  $\frac{11}{12}$  9, scilicet differentiam, que est a  $\frac{3}{4}$  15 usque in  $\frac{5}{6}$  5; et restant adpropinquandum ipsi  $\frac{5}{6}$  5: quare multiplica  $\frac{5}{6}$  5 per 2, et diuides per  $\frac{11}{12}$  9, exhibit denarius  $\frac{2}{17}$  1; quo extracto de denarijs 7, remanebunt denarij  $\frac{11}{17}$  5; et tot habuit primus.





## XIII.2.11

Vel si per secundum modum operari-  
nis, reddige errores ad similia, scilicet  $\frac{3}{4}$  15, et  $\frac{5}{6}$  5, scilicet multiplica eos per 12; cum  
in ipso numero reperiantur fractiones eorum, et habebis pro primo errore 189 dimi-  
nuta; et pro secundo 70 similiter diminuta. Quare multiplicationem de 70 in 9, scilicet  
secundi erroris in positionem primam, extrahe ex multiplicatione primi erroris in po-  
sitionem secundam, scilicet de 189 in 7. Et quod residuum fuerit, diuide per diffe-  
rentiam errorum, scilicet per 119, exhibunt similiter pro denarijs primi hominis  $\frac{44}{17}$  5.  
Et si in integrum denarios primi hominis reducere uolueris, multiplica  $\frac{44}{17}$  5 per ru-  
ptum sue uirgule, scilicet per 17, erunt 99; et multiplica denarios 21, scilicet burse,  
per eundem 17, erunt 357, ut superius inuenimus: quibus scilicet 99, et 357 diuisis  
per 3, suprascripta ratione reddunt similiter pro denariis primi hominis 33; et pro  
denariis burse 119.



*De quinque hominibus, qui inuenerunt equum.*

Quinque homines bizantios habentes equum emere uoluerunt; ex quibus primis (*sic*) petit secundo dimidium suorum bizantium; et secundus petit tercio terciam; et tercius petit quarto quartam; et quartus petit quinto | quintam; et quintus similiter petit primo sextam suorum bizantium. Et sic unus quisque proponit ipsum equum emere. Queritur, quot bizantios unus que uisque (*sic*) habuit; et quod fuit pretium equi: pone quidem, ut primus habeat bizantios 13; et equus ualeat bizantios 20. Quare secundus habebit 14, scilicet duplum differentie, que est a 13 in 20; quia si ex ipsis 14 primus haberet dimidium, scilicet 7, sicuti petit secundo, cum suis bizantijs 13 haberet pretium equi, scilicet bizantios 20: propter eadem ergo tercius habebit 18, scilicet triplum differentie, que est a 14 usque in 20; et quartus habebit 24, scilicet quadruplum differentie, que est a 18 usque in 20; et quintus habebit 60, scilicet quincuplum differentie, que est ab 8 usque in 20: cum quibus bizantijs 60, si addideris sextam partem bizantium primi hominis, scilicet de 13, habebis bizantios  $\frac{1}{6}$  62; qui deberent esse 20, scilicet precium equi. Quare in hac prima positione superat quinto homini bizantij  $\frac{1}{6}$  42. Vnde oportet in secunda positione aut mutare pretium equi, aut bizantios primi hominis. Mutemus primum pretium equi; et ponamus ipsum 21, scilicet bizantium 1, plus quam in prima positione. Vnde cum primus habet bizantios 13; secundus habebit 16. Quare et tercius habebit 19; et quartus habebit 24, scilicet 3, plus pretio equi. Quare oportet, ut quintus homo habeat debitum, ex quo quartus homo petit quintum, hoc est quod poterit emere equum, et reddere quinto homini bizantios 3 pro quinta parte sui debiti: ergo quintus habet debitum bizantium 15; de quibus extractis bizantijs  $\frac{1}{6}$  2, scilicet sexta parte bizantium primi hominis, remanebit eidem quarto homini debitum bizantium  $\frac{5}{6}$  12: ergo, ut ipse habet pretium equi, minuunt ei bizantij  $\frac{5}{6}$  12, et insuper pretium equi, qui sunt in summa bizantij  $\frac{5}{6}$  33. Im (*sic*) prima ergo positione superauerunt quinto homini bizantij  $\frac{1}{6}$  42. In secunda minuunt ei bizantij  $\frac{5}{6}$  33. Vnde cognoscitur, quod uerum pretium equi est inter utramque positionem, scilicet inter 20, et 21. Quare dices: pro 1, quem creui super pretium equi, minui quinto homini bizantios  $\frac{1}{6}$  42, qui superauerunt ei in prima positione; et bizantios  $\frac{5}{6}$  33, qui superauerunt ei in secunda, hoc est in summa bizantios 76; quid superaddam prime positioni, ut tantum minuatur bizantij  $\frac{1}{6}$  42. Vel quid extraham de secunda positione, ut augeantur ipsi quinto homini bizantij  $\frac{5}{6}$  33, qui minuunt ei in secunda positione.



### XIII.2.13

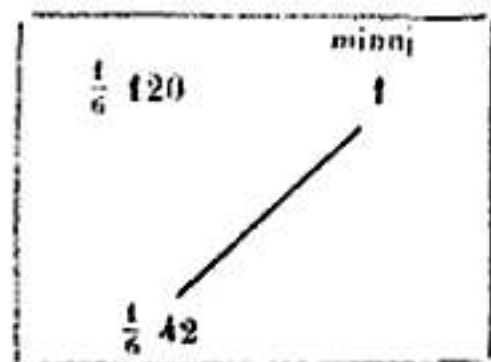
Quare si multiplicaueris  $\frac{1}{6}$  42 per 1, et diuides per 76, oportebit, ut hoc, quod inde colligeris, addas super bizantios 20 prime positionis; et si multiplicaueris bizantios  $\frac{5}{6}$  33, per eundem 1, et diuides per 76, oportebit, ut hoc quod inde exierit, extrahatur de bizantijs 21 secunde positionis. Vel multiplica errorem primum per 21 positionem secundam, scilicet  $\frac{1}{6}$  42; et errorem secundum per positionem primi, scilicet  $\frac{5}{6}$  33 per 20; et adde has multiplicationes in unum, erunt  $\frac{1}{6}$  1572; que diuide per coniunctum ex erroribus, scilicet per 76; et sic habebis pretium equi per qualem uolueris modum; quod pretium est bizantij  $\frac{142}{676}$  20: quod pretium, si integrum habere uolueris, multiplica 20 per suam uirgulam, scilicet per 76, et adde 42; que per 6, et adde 1, erunt 9373; et tantum ualeret equus: ergo si multiplicabis bizantios 13 primi hominis per eandem uirgulam, scilicet per 76, et per 6, habebis bizantios primi hominis. Sed cum 9373 integraliter per 13 diuidatur, diuide ipsa per 13, exhibunt pro pretio equi bizantij 721; et multiplica tantum ter decimam partem ex ipsis bizantijs 13, scilicet 1, per suprascriptas 76, et per 6; | et habebis 456 pro bizantijs primi hominis. Vnde secundus habet 530; tercius 573; quartus 529; quintus 645.

|          |     |
|----------|-----|
| primus   | 456 |
| Secundus | 530 |
| tercius  | 573 |
| Quartus  | 529 |
| quintus  | 645 |
| equus    | 721 |



## XIII.2.14

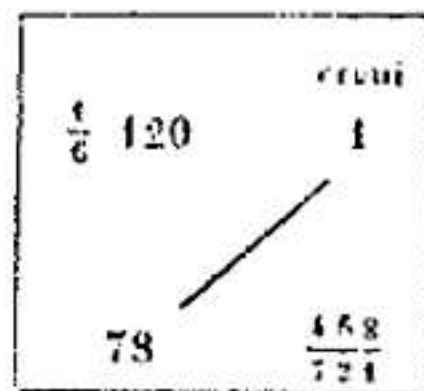
Nam si per mutationem primi hominis hoc idem reperire uolueris, serua  $\frac{1}{6}$  42, qui superant quinto homini in prima positione; et pone, quod primus habeat bizantios 12, scilicet 1, minus quam in prima positione; a quibus usque in pretium equi, scilicet 20, desunt 8; quorum duplum habet secundus, scilicet 16: quare tertius habet 12, et quartus habet 32; qui cum habeat 12, plus pretio equi, oportet, ut ipsi bizantij 12 sint quintam debiti quinti hominis: ergo quintus homo habet debitum bizantium 60; de quibus extractis bizantijs 2, scilicet sexta parte bizantium primi hominis, quos querit, remanet ei debitum bizantium 58: ergo in hac secunda positione minuunt quinto homini ipsi bizantij 58, et insuper pretium equi, scilicet in summa bizantij 78: ergo pro uno, quod minuimus in secunda positione primo homini, minuerunt quinto homini bizantij  $\frac{1}{6}$  42, qui superant ei in prima positione, et insuper bizantij 78, qui minuunt ei in secunda, hoc est in summa bizantij  $\frac{1}{6}$  120: quare dices: pro uno, quod minui in secunda positione primo homini, minuitur quinto homini  $\frac{1}{6}$  120; quid minuat ex eadem prima positione, ut tantum minuantur quinto homini  $\frac{1}{6}$  42: multiplica  $\frac{1}{6}$  42 per 1, et diuides per  $\frac{1}{6}$  120; et hoc quod exierit, extrahes de bizantijs 13 prime positionis: residuum uero erit quantitas bizantium primi hominis:





## XIII.2.15

uel dices: pro uno, quod creui  
 in secunda positione, creuerunt quinto homini bizantij  $\frac{1}{6}$  120; quid acrescam super se-  
 cundam positionem, ut tantum augeantur quinto homini bizantij 78, quid minuunt  
 ei in secunda positione: multiplica ergo 78 per 1, et diuides per  $\frac{1}{6}$  120, exhibunt  $\frac{468}{721}$ ;  
 quibus additis cum bizantijs 12 secunde positionis, reddunt bizantios  $\frac{468}{721}$  12 pro quan-  
 titate bizantium primi hominis, cum pretium equi fuerit bizantij 20. Nam ut redi-  
 gamus eos in integrum, multiplica bizantios primi hominis per 721; et sic habebis  
 pro quantitate primi hominis bizantios 9120, qui exeunt ex multiplicatione de 12 in  
 721 cum additione de 468, que sunt super uirgulam; et pro pretio equi habebis bi-  
 zantios 14420; qui numeri, scilicet 9120, et 14420, cum habeant ad inuicem uintesimam,  
 diuidatur uterque numerus per 20; et sic habebis pro quantitate primi hominis bizantios  
 456; et pro pretio equi bizantios 721, ut superius inuentum est.

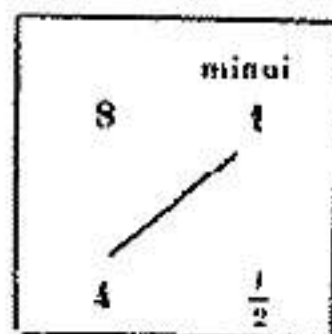




## XIII.2.16

### *De homine, qui iuit negociando lucam.*

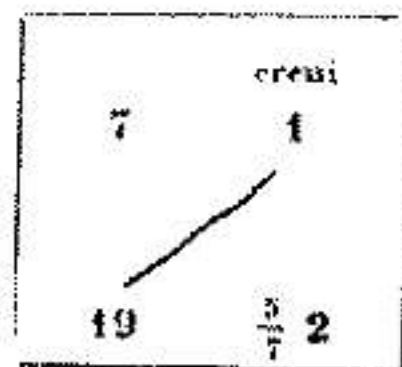
Quidam iuit negociando lucam, deinde florentiam, et reuersus est pisas; et fecit in unaquaque ciuitate duplum, et in unaquaque expendidit denarios 12; et in fine nil remansit ei. Queritur, quot in principio habuit. Pone quidem, ut ipse habet denarios 12, cum quibus in primo uiagio fecit duplum; et sic habuit denarios 24, ex quibus expendidit denarios 12, et remanserunt ei alii denarij 12; cum quibus, cum faceret duplum in reliquis duobus uiagijs, et expenderet in unoquoque denarios 12, remanserunt ei in fine denarij 12. Quare in hac positione errasti in 12 additis: ergo pones, quod ipse haberet denarios 11; cum quibus, cum faceret duplum in ipsis tribus uiagijs, et expenderet in unoquoque denarios 12, remanent ei in fine denarij 4, scilicet 8, minus quam in prima positione. Quare et hec positio maior est. Vnde dices: per 1, quod minui de capitale ipsius, adpropinquauit 8; quid minuam iterum, ut adpropinquem 4: multiplica ergo 4 per 1, et diuides per 8, exhibit  $\frac{1}{2}$  unius denarij: quo de 11 denarijs extracto, remanent pro capitale ipsius denarij  $\frac{1}{2}$  10. Vel ex multiplicatione erroris primi in positionem secundam, scilicet de 132 extrahe 48, que proueniunt ex errore secundo in positionem primam, remanet 84; quibus diuisis per differentiam errorum, ueniunt  $\frac{4}{3}$  10.





### XIII.2.17

Nam si proponatur, quod ipse habeat denarios 12, cum quibus tria fecit uiagia; et queratur, quot in unoquoque expenderet, cum in fine ei nichil remanserit. Pone, quod expensum sit denarij 10; et duplica ter 12 suprascripta, extraendo semper denarios 10; et sic remanebunt denarij 26: quare hec positio minor est ueritate 26. Vnde pro expensio ipsius pones 11 in secunda positione; et cum operaberis ut decet, inuenies, quod remanebunt ei denarij 19, scilicet 7, minus quam in prima positione. Vnde dices: pro 1, quod creui in expensio ipsius, adpropinquaui ueritati 7. Quid rursus adcrecam, ut adpropinquem ipsos denarios 19, qui restant ad adpropinquandum in secunda positione. Multiplica ergo 1 per 19, et diuides per 7, exhibunt denarij  $\frac{5}{7}$  2; quibus additis cum denarijs 11 secunde positionis, reddent denarios  $\frac{5}{7}$  13 pro expensio ipsius: uel ex ductis 26 in 11 extrahe ductum ex 10 in 10, remanent 16; que diuide per differentiam errorum, exhibunt similiter denarij  $\frac{5}{7}$  13.

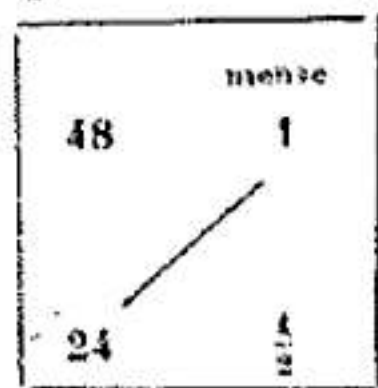




## XIII.2.18

### *De homine, qui dabat pensionem.*

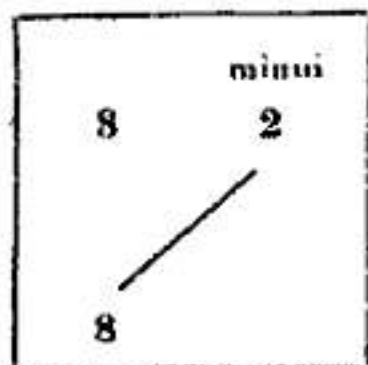
Quidam dabat pensionem in anno libras 30, hoc est soldos 50 in mense, qui prestavit domino domus libras 6 super ipsam pensionem ad usuras 4 denariorum per libram in mense. Queritur, quot mensibus ipse debuit tenere domum pro ipsis libris 6, et eorum usuris: pone, ut ipse teneret ipsam domum mensibus 4; in quibus expedierat eum dare pro pensione libras 10; et usura illarum 6 librarum in illis 4 mensibus est soldi.8. Ergo debuit recipere libras 6, et soldos 8 in illis 4 mensibus; et debuit dare pro pensione libras 10, scilicet soldos 72, plus quam recipere debuit: quare pones, ut ipse tenet domum in secunda positione mensibus 3, in quibus debuit recipere libram 6, et soldos 6 inter capitale, et usuram; et debuit dare pro pensione libras  $\frac{1}{2}$  7, scilicet soldos 24, plus quam hoc, quod debuit recipere. Nam in prima positione fuerunt plus soldi 72. Quare pro uno mense, quem minuimus, adpropinquauimus soldos 48, scilicet differentiam, que est a soldis 72 usque in soldis 24; et restant nobis ad adpropinquandum ipsi soldi 24. Quare multiplica 1 per 24, et diuides per 48, exhibit  $\frac{1}{2}$  unius mensis: quo extracto de mensibus 3 secunde positionis, remanent menses  $\frac{1}{2}$  2; et tantum debuit ipse tenere domum pro ipsis libris 6. Verbi gratia: usura de libris 6 in illis mensibus  $\frac{1}{2}$  2 sunt soldi 5; cum quibus iunctis illis libris 6, faciunt libras 6, et soldos 5, scilicet quantitatem pensionis ex illis mensibus  $\frac{1}{2}$  2; et hoc uolumus.





## XIII.2.19

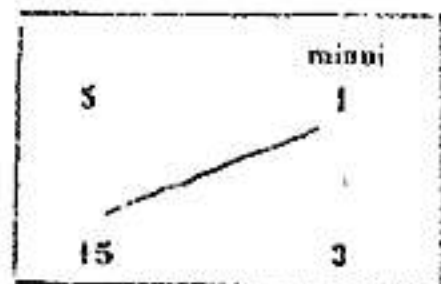
Quidam duxi in quadam naui ad naulum fasces 11 equali pretio; ex quibus dedit nauclerio fascium 1 pro instituto naulo; et nauclerius reddidit ei soldos 14 pro hoc, quod fascis ualebat plus naulo. Quidam uero, qui duxerat in eadem naui fasces 15 eiusdem pretij, dedit similiter nauclerio pro suo naulo fascium 1; et nauclerius reddidit ei soldos 6. Queritur pretium uniuscuiusque fascis; et quid de unoquoque fascio daretur naulum. Pone ergo, quod naulus unius fascis esset soldj 6. Quare primus homo debuit dare naulum de suis 11 fascibus soldos 66; cum quibus additis soldis 14, quos nauclerius reddit ei, reddunt soldos 80 pro pretio uniuscuiusque fascis. Secundus uero debuit dare naulum ex suis 15 fasciis soldos 90 suprascripta ratione; quibus additis cum soldis 6, quos nauclerius ei reddidit, reddunt soldos 96 pro pretio uniuscuiusque suorum fascium, qui sunt soldi 16, plus pretio fascis primi hominis. Quare minuatur naulum in secunda positione; | et ponatur, quod sit soldi 4; qua ratione naulum de 11 fascibus primi hominis est soldi 44; cum quibus additis soldis 14 suprascriptis, reddunt pro pretio fascis soldos 58. Naulum uero de fasciis 15 secundi hominis est soldi 60; cum quibus additis soldis 6, quos nauclerius reddidit ei, reddunt pro pretio sui fascis soldos 66, scilicet soldos 8, plus pretio fascii primi hominis: ergo in secunda positione pro illis soldis 2, quos minuimus de naulo cuiuslibet fascis, adpropinquauimus differentiam, que est a soldis 16 usque in soldis 8; que differentia est soldi 8; et restant nobis ad adpropinquandum alii soldi 8. Quare multiplicabis suprascriptos soldos 2 per soldos 8, qui restant ad adpropinquandum; et diuides per soldos 8 adpropinquatos, exhibunt alii soldi 2: quibus extractis de soldis 4 secunde positionis, remanent soldi 2 pro naulo uniuscuiusque fascis; quos multiplica per fasces 11 primi, et superadde multiplicationem de soldis 14, quos nauclerius reddidit ei, reddunt soldos 36 pro pretio cuiuslibet fascii. Verbi gratia: naulum de 15 fasciis secundi hominis est soldi 30; cum quibus additis soldis 6 ei a nauclerio redditus, reddunt similiter soldos 36 pro pretio uniuscuiusque suorum fascium, ut oportet.





### XIII.2.20

Sex homines habebant denarios; ex quibus quinque per ordinem sine primo habebant denarios 75; sine secundo denarios 70; sine tercio denarios 67; sine quarto denarios 64; sine quinto denarios 54; sine ultimo denarios 50; queritur, quot unusquisque habuit: pone, ut ipsi habeant denarios 80; ex quibus extractis sex numeris per ordinem prescriptis, remanent primo homini denarii 5; secundo 10; tercio 13; quarto 16; quinto 26; sexto 30; quibus insimul iunctis, faciunt denarijs 100, scilicet denarios 20, plus posita summa. Vnde cognoscimus, ipsam summam esse nimis magnam: quare ponamus eam in secunda positione 1 minus, scilicet 79; ex quibus extractis sex numeris prescriptis, scilicet 75, et 70, et reliquis, remanebunt primo homini 4; secundo 9; tercio 13; quarto 15; quinto 25; sexto 29; quibus insimul iunctis, cum faciant 94, scilicet 15, plus posita summa in secunda positione, cognoscimus iterum, ipsam summam adhuc maiorem esse ueritate. In prima positione fuimus longe 20; in secunda 15: ergo per unum denarium, quem minuimus, adpropinquauimus ueritati denarios 5; qua ratione uolumus adpropinquare ipsos denarios 15, qui restant ad adpropinquandum. Vnde multiplica 1 per 15, et diuides per 5, exhibunt denarii 3; quibus diminutis de denarijs 79 secunde positionis, remanent pro summa denariorum illorum 6 hominum 76; de qua extractis per ordinem sex numeris suprascriptis, remanet primo homini denarius 1; secundo 6; tercio 9; quarto 12; quinto 22; sexto 26; quibus insimul iunctis, reddunt ipsam, et eandem summam 76, ut oportet.

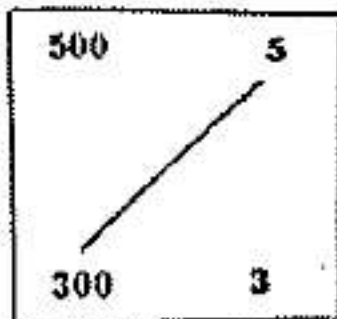


|         |
|---------|
| primi   |
| 1       |
| secundi |
| 6       |
| tertij  |
| 9       |
| quarti  |
| 12      |
| quinti  |
| 22      |
| Sexti   |
| 26      |



*De duabus auibus.*

Dve aues erant super altitudinem duarum turrium; quarum una erat alta passibus 40, altera 30; et distabant in solo passibus 50; et uno ictu descenderunt pari uolatu ad centrum cuiusdam fontis; et pariter uno momento ad ipsum deuenerunt, qui erat inter utramque turrim. Quod uno momento mouerunt, et uno momento iunxerunt: nichil aliud est, nisi quod recte linee, que descendunt a summitatibus turrium usque centrum fontis, sunt ad inuicem equales: quare, sicut in geometria aperte monstratur, multiplicatio longitudinis cuiuslibet illarum turrium in se ipsa addita cum multiplicatione spatii soli, quod est ab ipsa turri usque ad centrum fontis, in se ipsum, faciunt quantum multiplicatio recte linee in se ipsa, que ascendit a centro fontis | usque ad altitudinem ipsius turris: his itaque cognitis, pone, ut centrum fontis distet a maiori turri passibus quilibet, ut dicamus 10; et multiplica 10 in se, erunt 100; que adde cum multiplicatione altitudinis maioris turris in se ipsa, scilicet cum 1600, erunt 1700, que serua; et multiplica residuum spatii, scilicet 40 in se ipsa, cum sint differentia centri illius a minori turri, erunt 1600; que adde cum multiplicatione minoris turris in se, scilicet cum 900, facit 2500, quam debent esse 1700, sicut fuerunt alie due multiplicationes: ergo in hac positione sumus longe a ueritate 800, scilicet distantia, que est a 1700 usque in 2500: quare elongabis centrum fontis a maiori turri: elongetur quidem passibus 5 ultra primam positionem, scilicet passibus 15 longe ab ipsa maiori turri; et multiplica 15 in se, erunt 225; que adde cum multiplicatione maioris turris, scilicet cum 1600, erunt 1825. Similiter multiplica 35 per se, que sunt distantia centri fontis a minori turri, faciunt 1225; quibus additis cum 900, scilicet cum multiplicatione altitudinis maioris turris, faciunt 2125, que deberent esse 1825 suprascripta ratione. Quare in hac secunda positione sumus longe a ueritate 300; in prima enim fuimus longe 800: ergo dices: pro quinque passibus, quos elongauimus centrum fontis a maiori turri, adpropinquauimus 500 ueritati; quantum enim elongabimus ipsum centrum ab eadem maiori turri, ut adpropinquemus 300 restant ad adpropinquandum; multiplica 5 per 300, et diuides per 500, exhibunt passi 3; quibus additis cum passibus 15, reddunt passus 18; et tantum distat fons a maiori turri. Residuum uero spatij, scilicet 32, distat a minori turri. Verbi gratia: multiplicatio de 18 in se ipsa, addita cum multiplicatione de 40 in se ipsum, faciunt quantum multiplicatio de 32 in se ipsa, addita cum multiplicatione de 30 in se ipsum, ut oportet.

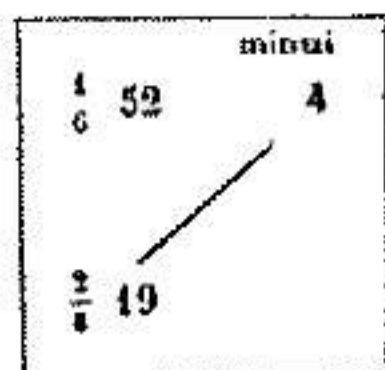


|                   |
|-------------------|
| distantia maioris |
| 18                |
| minoris           |
| 32                |



*De tribus hominibus habentibus denarios.*

Tres homines habent denarios; quorum primus dixit reliquis: si dares mihi 7 ex uestris denarijs, haberem utique quater tantum quam uos: secundus petit reliquis 9; et proponit se habere quinquies tantum quam ipsi: tercius uero querit reliquis 11; et proponit se habere seties tantum quam ipsi. Queritur, quantum unusquisque habeat: pone quidem, ut primus habeat denarios 13; cum quibus adde denarios 7, quos petit reliquis, faciunt 20; quorum quarta pars, scilicet 5, remanent inter secundum, et tertium hominem, datis illis denarijs 7 primo: ergo inter utrumque habent denarios 12; quibus additis cum 13 primi hominis, reddunt denarios 25 pro summa illorum trium hominum: ex quibus oportet, ut secundus habeat  $\frac{5}{6}$ , habitis 9 denarijs, quos petit reliquis; et alia sexta pars remaneat reliquis; et sic habebit quinquies tantum quam ipsi. Quare accipe  $\frac{5}{6}$  de denarijs 25, erunt  $\frac{5}{6}$  20. Residuum uero, scilicet  $\frac{1}{6}$  4, remanet primo, et tercio homini; cum quibus adde 9, quos dant secundo homini, reddunt  $\frac{1}{6}$  13 pro summa tertij, et primi hominis: ex quibus cum primus habeat 13, remanet tercio homini tantum  $\frac{1}{6}$  unius denarij: ergo reliqui duo habent  $\frac{5}{6}$  24, scilicet residuum, quod est a sexto usque in 25. Ex quibus, si dederint tercio homini 11, remanebunt eis denarij  $\frac{5}{6}$  13: et tercius homini habebit  $\frac{1}{6}$  11, qui debent esse 83, scilicet sextuplum de denarijs  $\frac{5}{6}$  13, qui remanent primo, et secundo homini: quare in hac prima positione minuit tercio homini  $\frac{5}{6}$  71, scilicet differentia, que est ab  $\frac{1}{6}$  11 | usque in 83. Quare pone in secunda positione, ut primus homo habeat denarios 9, scilicet 4, minus quam in prima positione; cum quibus additis denarijs 7, quos petit reliquis, faciunt 16; qui cum habeat tunc quater tantum quam reliqui, oportet, ut quartam eorum partem, scilicet 4, habeant ipsi; cum quibus additis denarijs 7, quos dant primo, faciunt denarios 11; et tot habent inter secundum, et tertium hominem: quibus additis cum denarijs 9 primi hominis, reddunt denarios 20 pro summa illorum trium hominum: ex quibus quinque sextas, scilicet  $\frac{2}{3}$  16, oportet ut secundus habeat, habitis 9 denarijs, quos petit reliquis: reliqua uero pars, scilicet sexta, remanet tercio, et primo homini, que est  $\frac{1}{3}$  3; cum quibus additis 9, quos dant secundo, reddunt pro summa eorum denarios  $\frac{1}{3}$  12: ex quibus cum primus habeat 9, remanent tercio denarij  $\frac{1}{3}$  3: a quibus usque in 20, remanent  $\frac{2}{3}$  16 secundo, et primo homini; ex quibus extractis 11, quos dant tercio, remanet eis  $\frac{2}{3}$  5; et tercius homo habet, habitis ipsis 11 denarijs,  $\frac{1}{3}$  14; qui deberent esse denarij 34, scilicet sextuplum de denarijs  $\frac{2}{3}$  5, qui remanet primo, et secundo homini. Quare in hac secunda positione minuunt tercio homini denarij  $\frac{2}{3}$  19, scilicet differentia, que est ab  $\frac{1}{3}$  14 usque in 34:





## XIII.2.23

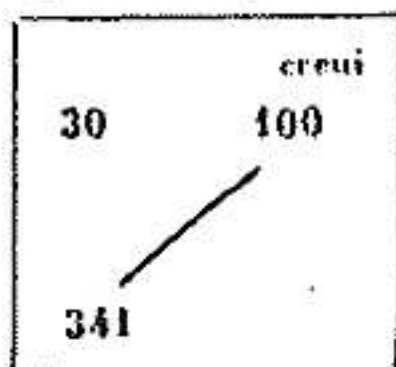
in prima enim positione minuunt ei denarij  $\frac{5}{6}$  71 : ergo per denarios 4, quos minuimus primo homini in secunda positione, adpropinquauimus  $\frac{4}{6}$  52, scilicet differentiam, que est a  $\frac{5}{6}$  71 usque in  $\frac{4}{6}$  19, et restant ad appropinquandum ipsi denarij  $\frac{2}{3}$  19: quare multiplica  $\frac{2}{3}$  19 per 4, et diuides per  $\frac{4}{6}$  52, exhibit  $\frac{159}{312}$  1; quo extracto de denarijs 9 secunde positionis, remanent primo homini denarij  $\frac{454}{312}$  7; cum quibus adde 7, quos petit reliquis, erunt  $\frac{454}{312}$  14. Quorum quarta pars, scilicet  $\frac{195}{312}$  3, remanet reliquis; quibus additis cum ipsis denarijs 7, quos dant primo homini, reddunt pro eorum summa denarios  $\frac{495}{312}$  10 : quibus additis cum denarijs  $\frac{454}{312}$  7 primi hominis, reddunt pro summa tot illorum trium hominum denarios  $\frac{26}{312}$  18. Ex quibus cum secundus habeat quinque sextas, habitis 9 denarijs, quos petit reliquis, accipe  $\frac{5}{6}$  de denarijs  $\frac{26}{312}$  18, qui sunt denarij  $\frac{30}{312}$  15; et extrahe inde denarios 9, quos secundus petit reliquis, remanebunt secundo homini denarij  $\frac{30}{312}$  6. Quos adde cum denarijs  $\frac{454}{312}$  7, quos habet primus, erunt denarij  $\frac{484}{312}$  13: a quibus usque in summa trium hominum, scilicet  $\frac{6}{312}$  desunt  $\frac{165}{312}$  4; et tot habet tertius homo.

|          |                     |
|----------|---------------------|
| primus   | $\frac{454}{312}$ 7 |
| Secundus | $\frac{10}{312}$ 6  |
| tertius  | $\frac{165}{312}$ 4 |



*De quatuor hominibus, qui inuenerunt bursam.*

Quattuor homines denarios habentes inuenerunt unam bursam denariorum; ex quibus primus dixit ceteris; quod si haberet ipsam bursam, haberet cum suis denarijs tertantum quam reliqui; secundus quater tantum; tertius quinquies tantum. Quartus quoque sexies tantum quam reliqui, se habita bursa habere affirmat. Queritur, quot denarios unusquisque habuit; et quot in bursa reperierunt. Considera quidem primum, quas partes unusquisque habeat cum bursa ex summa denariorum quattuor hominum, et burse. Nam cum primus habeat cum bursa tertantum quam reliqui; oportet, ut si primus cum bursa habuerit 3, quod reliqui tres habent 1; ergo inter omnes cum bursa habent 4; ex quibus primus cum bursa habet 3, scilicet  $\frac{3}{4}$  totius summe suprascripte: propter eadem ergo secundus eiusdem summe cum bursa habet  $\frac{1}{4}$ ; tertius quoque cum bursa  $\frac{5}{4}$ ; quartus uero cum bursa  $\frac{6}{4}$  eiusdem summe, scilicet 4 hominum, et burse habere necesse est: que summa sit 420, cum in ipso reperiantur suprascripte partes; quas accipe per ordinem 7, et inuenies, quod primus cum bursa habet denarios 315; secundus cum bursa 336; tertius 350; quartus cum bursa 360, scilicet  $\frac{6}{7}$  de 420: his itaque peractis, pone ut in bursa reperti sint denarij 100; quos extrahe per ordinem ex suprascriptis numeris, remanebunt pro denarijs primi hominis 215; pro denarijs secundi 236; pro denarijs tercii 250; pro denarijs quarti 260; quorum quattuor numerorum summam adde cum denarijs burse, scilicet cum 100, erunt 1061, qui deberent esse 420: quare in hac prima positione superat distantia, que est a 420 usque in 1061, scilicet 641: quare pones in secunda positione, ut reperti sint in ipsa denarij 200, scilicet 400, plus quam in prima positione; quos denarios 200 extrahe ex suprascriptis 315, et 336, et de 350, et de 360, remanent primo denarij 115; secundo 136; tercio 150, et quarto 160; qui insimul iuncti cum denarijs 200 burse, faciunt 761, qui debent esse 420. Quare in hac secunda positione superant adhuc 341; in prima suprauerunt 641: ergo pro ipsis 100 denarijs, quos creuimus burse, adpropinquauimus denarios 300; et restant nobis ad adpropinquandum denarij 341: quare multiplica 100 per 341, et diuides per 300, exhibunt  $\frac{2}{3}$  113; quibus additis cum denarijs 200 burse, reddunt pro summa burse denariorum  $\frac{2}{3}$  313; quibus extractis per ordinem ex suprascriptis .iiii.<sup>or</sup> numeris per ordinem, remanet primo homini denarius  $\frac{1}{3}$  1; secundo  $\frac{1}{3}$  22; tercio  $\frac{1}{3}$  36; quarto  $\frac{1}{3}$  46; quos numeros si in integrum habere uolueris, multiplica unumquemque ipsorum per 3, et habebis pro denarijs burse 941; et primus habebit 4; secundus 67; tertius 109; quartus 239, ut in quarta parte duodecimi capituli propriam regulam inuenimus.



|          |
|----------|
| bursa    |
| 941      |
| primus   |
| 4        |
| Secundus |
| 67       |
| tercius  |
| 109      |
| Quartus  |
| 239      |



### XIII.2.25

#### *De quatuor hominibus equum emere uolentibus,*

Quatuor homines bizantios habentes equum emere uoluerunt; ex quibus primus petit reliquis  $\frac{1}{2}$  suorum bizantium, et cum suis bizantijs quos habet, proponit se ipsum equum emere: secundus petit reliquis  $\frac{1}{3}$ ; tercius  $\frac{1}{4}$ . Quartus similiter petit reliquis  $\frac{1}{5}$  suorum bizantium, et poterit ipsum equum emere. Queritur, quot denarios unusquisque habuit; et quot equus uendebatur. Pone quidem, ut primus habeat bizantios 6; et equus ualeat bizantios 30; et sic oportebit, ut reliqui tres habeant bizantios 48: ideo quia primus petit reliquis  $\frac{1}{2}$  suorum bizantium, scilicet 24; cum quibus, cum ipse habeat bizantios 6, habebit pretium equi, scilicet 30: ergo summa bizantium quattuor hominum erit 54; ex qua oportet tantum dari secundo, ut cum ipse habuerit terciam residui, habeat 30. Quod per positionem alterius elchataieym inueniri potest. Vnde in hac questione etiam et in similibus plures elchataieym necessarii sunt, in quibus non modicum considerandum est. In hac enim, et similibus questionibus in ipsa prima positione primam uniuersalem appellabis.



## XIII.2.26

Secunda uero, cum qua questio soluetur, secunda uniuersalis appellabitur: positiones uero reliquorum elchataicym, per quas positiones bizantij uniuscuiusque hominis reperientur, particulares nuncupantur: deinde pone, ut secundus ex ipsis bizantijs 54 habeat bizantios 12 in hac prima particulari positione, et remanent reliquis tribus bizantijs 42; ex quibus, cum ipse petat eis terciam partem, scilicet 14, cum suis bizantijs 12 habebit bizantios 26, qui uellent esse bizantij 30, scilicet pretium equi: ergo in hac prima particulari positione minuunt secundo homini bizantij 4; quare in secunda particulari positione pone, ut secundus habeat bizantios 15 ex suprascriptis bizantijs 54, scilicet bizantios 3, plus quam in prima particulari positione; cum quibus adde terciam partem residuorum, scilicet de bizantijs 39, faciunt bizantios 28, qui debent esse 30; quare in hac secunda particulari positione minuerint eidem secundo homini bizantij 2; in prima positione enim minuerant ei bizantij 4: ergo per 3, quos creuimus ei, adpropinquauit ueritati 2, et restant ad adpropinquandum alii bizantij 2: quare multiplicabis 2 per 3, et diuides per 2, exhibunt alii bizantij 3; quos adde cum bizantijs 15 | suprascriptis, erunt 18; et tot habet secundus:



### XIII.2.27

aliter sine elchataieym bizantios secundi hominis reperire potes: summa enim 4 hominum est bizantij 54; ex quibus secundus habet bizantios 30, habita tertia parte de bizantijs trium reliquorum hominum: ergo remanet eis tribus residuum, quod est a bizantijs 30 usque in bizantijs 54, scilicet bizantij 24; qui bizantij 24 due tencie summe eorum trium hominum esse necesse est, cum ipsi tres homines dederint secundo aliam tenciam partem: quare inueniendus est numerus, ex quo 24 sint  $\frac{2}{3}$ ; qui numerus sic inuenitur. Multiplica 3 per 24, et diuides per 2, exhibunt bizantij 36 pro quesito numero: ergo tot habent ipsi tres: residuum uero, quod est ab ipsis bizantijs 36 usque in bizantijs 54, scilicet bizantios 18, habet secundus, ut per elchataieym modo inuenimus:



## XIII.2.28

deinde accedes ad tertium hominem, cui ex suprascriptis bizantijs 54 tot oportet dare, ut cum supra suos bizantios habuerit quartam partem reliquorum, habeat et ipse similiter bizantios 30, scilicet pretium equi; quod per elchataieym, uel per alium modum, per quem bizantios secundi hominis modo inuenimus, reperire potes. Vnde qualitercumque hoc feceris, inuenies, quod tertius homo habebit bizantios 22 ex ipsis bizantijs 54; quibus bizantijs 22 additis cum bizantijs 18 secundi hominis, et cum 6 primi, faciunt bizantios 46; a quibus usque in bizantijs 54 desunt bizantij 8; et tot habet quartus homo: cum quibus 8 si addideris quintam partem de bizantijs 46, quos habent reliqui tres homines, faciunt bizantios  $\frac{4}{5}$  47, qui uellent esse bizantij 30: quare prima uniuersalis positio falsa est, in qua quarto homini minuunt bizantij  $\frac{4}{5}$  12, qui desunt ab ipsis bizantijs  $\frac{4}{5}$  47 usque in 30:



### XIII.2.29

quare in secunda uniuersali positione augebis pretium equi, uel minues bizantios primi hominis: augeatur quidem pretium equi; sitque bizantij 36, ex quibus primus habet bizantios 6: quare desunt ei bizantij 30, ut habeat ipsum pretium equi; qui bizantij 30 dimidium de bizantijs reliquorum trium hominum esse necesse est. Quare reliqui tres homines habent duplum ex ipsis bizantijs 30, scilicet 60: quibus additis cum bizantijs 6 primi hominis, reddunt bizantios 66 pro summa illorum .iiii.<sup>or</sup> hominum; ex qua oportet, ut secundus habeat 21, et tercius 36, ut unusquisque illorum suum possit adimplere propositum; quorum unusquisque reperitur per elchataieym, uel per alium modum superius demonstratum; per quem leuius, quam per elchataieym, ipsos posse reperiri cognoscas: quibus numeris inuentis, adde eos cum bizantijs primi hominis, erunt bizantij 53; et tot habent inter primum, et tertium, et secundum; a quibus bizantijs 53 usque in bizantios 66, scilicet in summa .iiii.<sup>or</sup> hominum, sunt bizantij 13; et tot habet quartus homo; cum quibus adde quintam partem de bizantijs 53, erunt bizantij  $\frac{2}{3}$  23, qui debent esse 36, scilicet pretium equi: ergo in hac secunda uniuersali positione minuunt quarto homini bizantij  $\frac{2}{3}$  12, qui sunt quinte 62.



### XIII.2.30

In

prima uero uniuersali positione minuerant ei bizantij  $\frac{1}{5}$  12, scilicet quinte 64 : ergo pro bizantijs 6, quos creuimus pretio equi, adpropinquauimus ueritati quintas 2; et restant ad adpropinquandum quinte 62: quare multiplicabis 6 per 62, et diuides per 2, hoc est 3, per 62, et diuides per 1, exhibunt bizantij 186; quos adde cum bizantijs 36, scilicet cum pretio equi secunde positiones, erunt bizantij 222. Vel secundum regulam augmenti et diminutionis, multiplica 64 per 36; extrahe inde 62 uicibus 30; et que superfuerint diuide per differentiam errorum, scilicet per 2, exhibunt similiter bizantij 222, qui sunt pretium equi: qui bizantij 222, cum habeant comunem regulam cum bizantijs 6 primi hominis, scilicet  $\frac{1}{6}$ , diuide unumquemque ipsorum | numerorum per 6; et sic habebis 1 pro bizantijs primi hominis, et 37 pro precio equi; cum quibus, si sciueris inuenire bizantios reliquorum trium hominum per elchataym, uel per alium modum, per quem superius ipsos inuenire demonstrauius, inuenies, quod secundus habet bizantios 19; tercius bizancios 25. Quartus bizantios 29; ut in quinta parte duodecimi capituli per primam regulam demonstrauius.

| quinte | bizantij |
|--------|----------|
| 2      | 6        |
| 62     |          |



Tres homines habebant libras nescio quot sterlinguorum; quarum medietas erat primi; tertia erat secundi; sexta erat terti; quis cum uellent in loco tuciori habere, quilibet eorum sumpsit fortituitu(*sic*) ex eis; et cum ad tutum deuenissent locum, primus posuit in comune  $\frac{1}{2}$  ex his que sumpserat; secundus  $\frac{1}{3}$ ; tercius  $\frac{1}{6}$ ; ex quorum trium positionum summa, cum unusquisque caperet terciam partem, quilibet ipsorum suam portionem habuisse proponitur: pone itaque summam sterlingorum totam fuisse 12; et quod ex his posuerint in comune 3; de quibus pro tertia parte unusquisque habuit 1; cum quo 1, cum primus habuisset  $\frac{1}{2}$  totius summe, scilicet 6; ergo habebat ipse tunc 5; que 5 remanserant ei, cum posuerat  $\frac{1}{2}$  in comune ex his, que sumpserat a principio. Quare a principio sumpserat 10; quorum dimidium, cum poneret in commune, remanserunt ei 5. Simili quoque modo secundus cum ipso 1, quod euenit ei ex 3 positis in commune, habuit terciam summe, scilicet 4; de quibus, extracto ipso 1, remanent 3; et tot habuit secundus, postquam posuit  $\frac{1}{3}$  ex his, que sumpserat a principio: ergo 3 fuerunt  $\frac{2}{3}$  sumptionis secundi. Quare totum id, quod cepit, fuit  $\frac{1}{3}$  4, que proueniunt ex addita medietate de 3 super 3, uel ex multiplicatione de 3 in 3, diuisa per 2. Rursus de  $\frac{1}{6}$  de 12, scilicet de 2, extrahe 1, quod tercius habuit ex predictis 3, remanet 1; pro quo inuenias numerum, de quo extracta  $\frac{1}{6}$ , remaneat 1; eritque  $\frac{1}{3}$  1, que adde cum  $\frac{1}{3}$  4, et cum 10 inuenta, erunt  $\frac{7}{10}$  15, que deberent esse 12; et sic errauimus in  $\frac{7}{10}$  3 additis, scilicet in decimis 37: pone ergo 37 addita sub 12, scilicet sub prima positione. Et pone 6 pro summa omnium sterlinguorum in secunda positione; de quibus cunctingunt primo 3; et secundo 2; et tercius 1: ergo 1, quod primus habuit ex supradictis 3 positis in commune, extrahende 3, scilicet de portione ipsius primi, remanent 2; que duplica, erunt 4. Similiter extracto 1 de portione secundi, remanet 1; cui adde dimidium eius, erit  $\frac{1}{2}$  1; que adde cum 4, erunt  $\frac{1}{2}$  5. Post hec extrahe 1 de portione terti hominis, remanet 0; super quod adde quintam, ueniet 0; quod adde cum  $\frac{1}{2}$  5, erunt  $\frac{1}{2}$  5; que cum deberent esse 6, scimus in hac secunda positione errasse cum  $\frac{3}{10}$  diminutis. Quare pones 5 diminuta sub secunda positione, scilicet sub 6, et multiplica errorem primum per positionem secundam, scilicet 37 per 6, et errorem secundum per positionem primam, scilicet 5 per 12, et diuide summam per coniunctum ex erroribus, scilicet per 42. Et ut euites, multiplica 37 per  $\frac{1}{6}$  de 6, et 5 per  $\frac{1}{6}$  de 12, erunt 47; que diuide per  $\frac{1}{6}$  de 42, scilicet per 7, exhibunt  $\frac{5}{7}$  6 pro summa omnium sterlinguorum. Set ut hec habeas in integra, multiplica  $\frac{5}{7}$  6 et 3, que posuerunt in comuni per 7, et habebis pro summa omnium sterlinguorum marcas 47, et marcas 21 pro his, que posuerunt in comuni: quarum tertia pars, scilicet 7, extrahe de medietate summe, scilicet de  $\frac{1}{2}$  23, remanent  $\frac{1}{2}$  16; quibus duplicatis, reddunt 33 pro his, que | sumpsit primus homo. Item extrahe 7 ex tertia parte summe, scilicet de  $\frac{2}{3}$  15, remanent  $\frac{2}{3}$  8 pro  $\frac{2}{3}$  sumptionis secundi; quibus superaddita dimidia eorum, reddent marcas 13 pro sumptione secundi; quibus additis cum marcis 33, faciunt 46; quibus extractis de tota summa, scilicet de 47, remanet marca una, quam sumpsit primus homo. Vel extrahe 7 de  $\frac{1}{6}$  de 47, remanent  $\frac{5}{6}$ ; quibus adde quinta eorum, ueniet 1 pro sumptione terti hominis, ut prediximus: potuimus itaque 3, que posuimus, posuisse in commune habere pro positione prima, et mutare ea, tenendo 12 pro summa in utraque positione.