CAPITOLUM TERTIUM DECIMUM

incipit pars I pars II

INCIPIT

XIII.1.1

Incipit capitulum 13 de regulis elchatayn, qualiter per ipsam fere omnes questiones abaci soluuntur.

Elchataieym quidem arabice, latine duarum falsarum posicionum regula interpretatur, per quas fere omnium questionum solutio inuenitur; ex quibus una est illa, per quam in tercia parte duodecimi capituli regulas arborum, et similium soluere docuimus. In quibus totum elchataieym, scilicet duas positiones, ponere non opportet, cum per unam earum ipse questiones solui possint: et tamen qualiter ipse, et multe alie questiones per elchataieym solui debeant, uolumus demonstrare. Ponuntur enim ipse due false posiciones fortuitu. Vnde occurrunt quandoque ambe minores ueritate, quandoque maiores, quandoque una maior, et altera minor: et inuenitur solutionum ueritas secundum proporcionem differentie unius positionis ad aliam, hoc est quod cadit in regula quarte proportionis, in qua tres numeri sunt noti; per quos quartus ignotus, scilicet solutionis ueritas, reperitur; quorum primus numerus est differencia numeri unius false posicionis ad aliam. Secundus est adpropinquacio, que fit ueritati per ipsam differenciam. Tercius est residuum, quod est ad adpropinquandum ueritati. Que, qualiter fiant, primum in regula cantarii demonstrare uolumus, ut ipsis tribus differentiis subtiliter in cantario demonstratis, aliarum questionum solutiones per elchataieym subtiliter ualeas intelligere.

XIII.1.2

UAleat enim cantare, scilicet Rotuli 100, libras 13; et queratur quantum ualeat Rotulus 1: ponimus fortuitu, quod Rotulus 1 ualeat soldum 1; ergo Rotuli 100, scilicet cantare, ualebit ea ratione soldos 100, scilicet liber (*sic*) 5: set quia precium cantarij est libre 13, ideo hec prima posicio falsa est; et distat ad ueritate libre 8, scilicet differentia , que est a liber 5 usque ad liber 13. Vnde pro precio ipsius Rotuli ponamus soldos 2, scilicet soldum 1, plus prima posicione, quam racione cantare ualebit soldos 200, scilicet libras 10; et hec similiter posicio falsa est, et longe a ueritate libre 3, scilicet differencia, que est a libris 10 usque in libris 13. Nam in prima posicione fuimus longe a ueritate libre 8. In secunda libre 3. Ergo per differencia , que est a prima posicione in secunda, scilicet per soldum 1, appropinquauimus ueritati libris 5, scilicet differentia, que est a libris 8 usque in libris 3 ; et desunt adhuc adpropinquandum libre 3: quare dices : per denarios 12, quos addidi precio Rotuli unius, appropinquaui precio cantarii libris 5; quid superaddam ergo precio eiusdem Rotuli, ut adpropinquem libris 3, que desunt supra secundam posicionem a precio eiusdem cantarij: multiplica ergo extremos numeros, et diuides per medium, secundum quod in regulis arborum et similium demonstrauimus, uidelicet 12 per 3 ; et diuides per 5, qui est medius numerus, exibunt denarij $\frac{1}{5}$ 7; quibus additis super soldos 2, qui positi fuerunt in secunda positione, habebis pro precio unius Rotuli soldos 2, et denarios $\frac{1}{5}$ 7: fuerunt enim iste due posiciones minores ueritate.

libre	soldi
5	1
3	$\frac{3}{5}$

XIII.1.3

Nunc ergo preponamus, que sint ambe maiores: ponatur ergo fortuitu, quod Rotulus 1 ualeat soldos 4; qua racione totum cantare ualent libras 20, scilicet libras 7, plus quam debeat: ergo hec posicio falsa est: ponatur ergo in secunda posicione soldi 3 pro precio ipsius Rotuli, scilicet denarij 12, minus quam in prima posicione; qua ratione totum cantare ualerent libras 15, scilicet libras 2, magis quam debeat. Vnde et hec similiter falsa est. Nam pro denarijs 12, quos minuimus in secunda posicione de precio unius Rotuli, adpropinquauimus libris 5, scilicet differentia, que est a libris 7 usque in 2, remanent ipse due libre adhuc adpropinquandum. Vnde dices: pro denarijs 12, quos minui de precio Rotuli, adpropinquaui ueritati libris 5; quid minuam de secunda posicione, ut adpropinquem libris 2: multiplica ergo extremos, scilicet 12, per 2, et diuides per medium, scilicet per 5, exibunt denarij $\frac{4}{5}$ 4; quibus extractis de soldis 3 secunde posicionis, remanebunt similiter pro precio illius Rotuli soldi 2, et denarij $\frac{1}{5}$ 7.

XIII.1.4

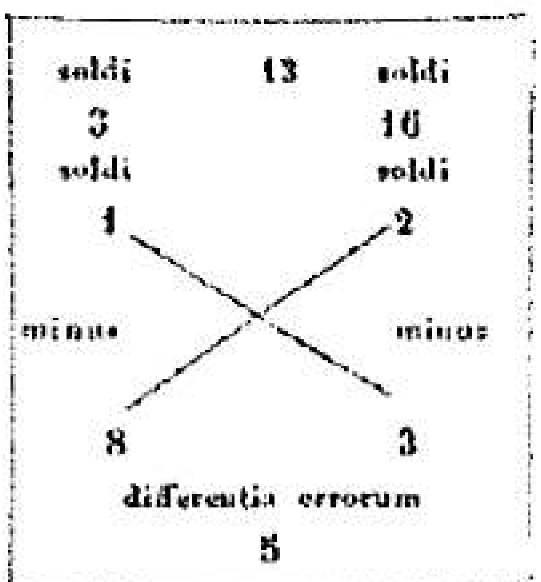
Item ut una posicio sit maior, et altera minor, ponamus pro precio illius Rotuli soldos 3; qua ratione cantare ualeret libras 15, scilicet libras 2, magis quam debeat: et ponamus in secunda posicione pro precio Rotuli soldos 2; qua ratione cantare ualeret libras 10, quod est 3, minus quam debeat: ergo pro denarijs 12, quos minuimus in secunda posicione, minuimus libras 2, que in prima positione superant; et libre 3, que in secunda posicione minuunt: ergo pro ipsis denarijs 12 minuimus libras 5 a prima posicione in secunda, cum non restarent ad minuendum nisi libre 2; uel creuimus libras 5 a secunda posicione in primam, cum non restarent ad crescendum nisi tantum libre 3; quare hoc dupliciter discere potes: primum quidem dic: per denarios 12, quos minuimus de prima posicione, minuimus libras 5; quid minuemus ex eadem, ut minuamus tantum libras 2: multiplica 12 per 2, et diuides per 5, exibunt denarij $\frac{4}{5}$ 4; quibus extractis de soldis 3 prime posicionis, remanent soldj 2, et denarij $\frac{1}{5}$ 7 pro precio illius Rotuli. Vel dic: pro denarijs 12, quos creui a secunda posicione in prima, creui libras 5; quid adcrescam super ipsam secundam posicionem, ut adcrescatur libre 3: multiplica ergo 12 per 3, et diuides per 5, exibunt denarij $\frac{1}{5}$ 7; quibus additis cum soldis 2 secunde posicionis, habebis similiter pro precio illius Rotuli soldos 2, et denarios $\frac{1}{5}$ 7.

XIII.1.5

Est enim alius modus elchataym; qui regula augmenti, et diminucionis appellatur, in quo ponuntur errores sub posicionibus suis; et multiplicatur error primus per positionem secundam; et error secundus per positionem primam. Et si erores fuerint ambo diminuti, uel ambo additi, extraitur minor summa predictarum multiplicationum de maiori; et residuum diuiditur per differentiam errorum; et sic inuenitur solucio questionum: et si unus fuerit error additus, et alter diminutus, tunc adduntur insimul ambe multiplicaciones, et summa diuiditur per errorum cumiunctionem.

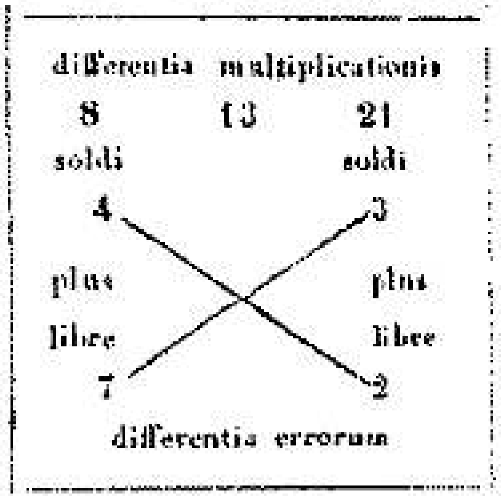
XIII.1.6

Verbi gratia: posuimus superius proporcio (*sic*) unius Rotuli soldum 1, cum quo errauimus in libris 8 diminutis; quare pones 8 sub 1; et notabis minus super 8, cum sint diminuta: deinde quia in secunda posicione posuimus soldos 2 pro precio eiusdem Rotuli, et errauimus adhuc in libris 3 diminutis, pones soldos 2 ante primam posicionem ; et sub ipsis pone errorem eorum, scilicet libras 3; super quas notabis iterum minus, cum sint iterum deficientes; et multiplicabis soldos 2 per numerum primi erroris, erunt soldi 16 ; et soldus 1 per numerum erroris secundi, erunt soldi 3. Et quia ambo errores fuerunt diminuti, extrahe minorem multiplicationem de maiori, scilicet 3 , de 16, remanent | soldi 13; quibus diuisis per differenciam errorum, scilicet per 5 , ueniunt soldi $\frac{3}{5}$ 2, ut superius inuenimus.



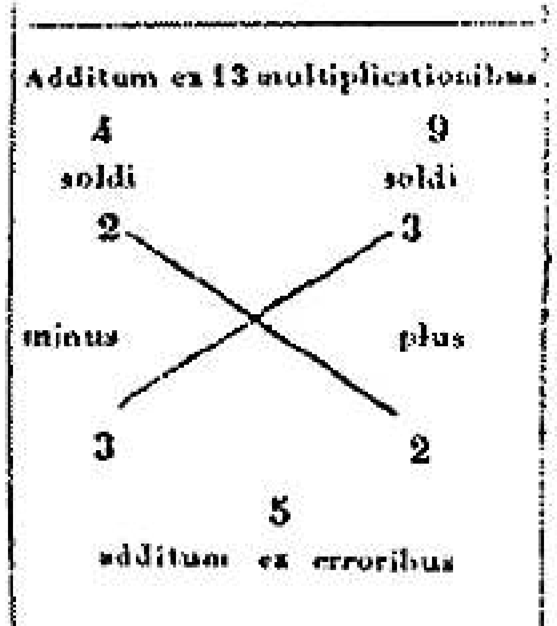
XIII.1.7

Rursus cum superius fecimus uenire errores ambo addentes, posuimus in prima possicione soldos 4, et errauimus cum libris 7 additis; et in secunda posicione posuimus soldos 3, et errauimus iterum cum libris 2 additis, ut in hac alia patet descriptione. Qvare multiplicabis posicionem secundam per numerum erroris primi, scilicet per 3, erunt soldi 21; et 2 per 4, erunt soldi 8: et quia ambo errores fuerunt super habundantes, diuide differentiam multiplicacionum per differenciam errorum, scilicet 13 per 5, et habebis similiter soldos $\frac{3}{7}$ 2.



XIII.1.8

Rursus cum fecimus primum eorum deſſicere, et alium super habundare, posuimus precio unius Rotuli in prima posicione soldos 2, et in secunda soldos 3; et primus error fuit 3 diminuta, et secundus 2 addita, ut in hac alia cernitur descriptione. Quare multiplicabis 3 per 3, et 2 per 2, erunt soldi 9, et soldi 4; quos adde insimul, cum unus ex erroribus sit diminutus, et alter additus, erunt soldi 13; quos diuide per cumiunctum ex erroribus, hoc est per 5, exibunt similiter soldi $\frac{3}{5}$ 2; et hoc est soldi 2, et denarii $\frac{1}{5}$ 7, ut superius inuenimus.



XIII.1.9

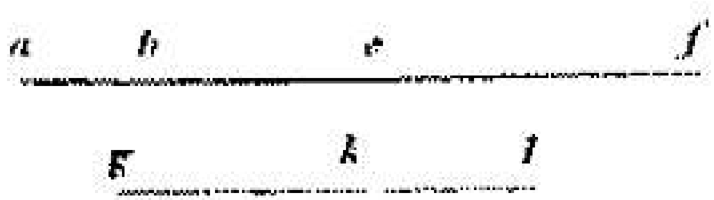
Nam ut unde hec proueniant demonstrentur: Adiaceat ignotus numerus *.a. b.*, silicet uera solucio alicuius questionis, que solui possint per elchataieym; ex quo numero sumatur numerus *.a.g.* notus pro prima posicione, cuius error sit numerus *.e z.* deficiens ; et pro secunda posicione sumatur iterum ex numero *a b* numerus *a d* similiter notus , cuius error sit numerus *.I z* similiter deficiens; et est notus unusquisque numerorum *e z I z*. Quare differencia, que est inter utrunque errorem, scilicet numerus *e I* est notus: similiter *g d* numerus, qui est inter utramque posicionem est notus, cum numeri porcionum, scilicet *.a.g.* et *.a.d.*, sint noti: sed numerus *.b. d.* restat ignotus, cum totus *.a. b.* sit ignotus; opportet itaque, si questio fuerit solubilis per elchataieym, ut sit sicut *.e I* notus ad *I z* notum , ita *g d* notus ad *a b* ignotus. Quare secundum primum modum multiplicauimus *I z* per *g d* , et diuidimus per *e I* , silicet multiplicauimus errorem secundum per differenciam eorum, et habemus notum numerum *.d. b.*, quem addimus super secundam posicionem, scilicet super *.a. d.*; et sic habemus notum numerum *.a. b.*, scilicet solucionem posite questionis.

XIII.1.10

Sed secundum alium modum multiplicamus errorem primum per posicionem secundam, scilicet *.e.z.* per *.a.d.*; et extraximus multiplicacionem erroris secundi in posicionem primam, scilicet numeri *.I. z.* in numerum *.a. g.*; et diuidimus residuum per numerum *.e. I.*, et habemus totum numerum *.a. b.*; et hoc prouenit, quia cum multiplicatur numerus *.e. z.* in numerum *.a. d.*, tunc multiplicantur numeri *.e. I.I.z.* in numerum *.a. d.*: sed cum multiplicatur numerus *.I. z.* in numerum *.a. d.*, tunc multiplicatur numerus *.I. z.* in numeros *.a. g.* et *.g. d.*: ergo multiplicatur numerus *.e.z.* in numerum *.a.d.*; tunc multiplicatur numerus *.e. I.* in numerum *.a. d.*, et numerus *.I. z.* in numeros *.a. g.*, et *.g. d.*: set multiplicacio *I. z.* in *.g. d.* est sicut multiplicacio *.e. I.* in *.d. b.*, cum sit sicut *.e.* ad *.I.z.*, ita *.g.* ad *.d. b*. Quare cum multiplicatur *.e. z.* in *.a. d.*, tunc multiplicatur *.e. I.* in numeros *.a. d.* et *.d. b.*, hoc est in totum numerum *.a.b.*, et numerus *.I. z.* in numerum *.a. g.* Vnde si ex multiplicatione numeri |*.e. z.* in *.a. d.*, silicet erroris primi in posicionem secundam, auferatur multiplicationum *.I. z.* in numerum *.a. g.*, silicet erroris secundi in positionem primam, remanet multiplicatio numeri *.e. I.* in numerum *.a. b.*; que multiplicatio si diuidatur per eundem *.e. I.*, silicet per differentiam errorum, nimirum numerum *.a. b.* prouenire necesse est; quod opportebat ostendere.

XIII.1.11

Rursus sit numerus *.a. b.* ignotus uera solutio alicuius questionis, que solui possit per elchataieym, et sit numerus *.a. f.* positio prima, et numerus *.a. c.* secunda; et sunt ambo positiones maiores numeri *.a.b.* : quare errores earum erunt addentes; et sit numerus *.g.I.* error prime positionis, et *.g.k.* secunde. Oportet itaque, ut sit sicut *.I.k.* ad *.k.g.*, ita *.c.f.* notus ad *.c.b.* ignotum. Quare superius in primo modo multiplicamus *.k.g.*, silicet errorem secundum, per *.c.f.*, silicet per differentiam positionum, et diuidimus summam per numerum *.I.k.*, silicet per differentiam errorum, et habemus numerum *.b.c.*; quem extraximus ex *.a.c.*, silicet ex positione secunda, et remanet numerus *.a.b.* : set secundum alium modum multiplicamus numerum *.g.I.* per numerum *.a.c.*, silicet errorem primum per positionem secundam: et extrahimus inde multiplicationem numeri *.k.g.* in numerum *.a.f.*, silicet erroris secundi in positionem primam; et quod remanet diuidimus per numerum *.I.k.*, silicet per differentiam errorum, et habemus similiter notum numerum *.a.b.*, qui erat ignotus; et hoc fuit, quia cum multiplicatur numerus *.g.I.* in numerum *.a.c.*, silicet error primus in positionem secundam, tunc multiplicantur numeri *.g.k.*, et *.k.I.* in numerum *.a.c.*: set cum multiplicatur numerus *.k.I.* in numerum *.a.c.* , tunc multiplicatur numerus *.k.i.* in numeros *.a.b.*, et *.b. c.* Nam multiplicatio *.k. I.* in *.b. c.* equatur multiplicationi *.g.k.* in *.e.f.*; cum sit sicut *.I.k.* ad *.k.g.*, ita *.f.c.* ad *.c.b.* : ergo cum multiplicatur numerus *.g.I.* in numerum *.a.c.* , tunc multiplicatur numerus *.g.k.* in numeros *.a.c.*, et *.c.f.*, hoc est in totum numerum *.a.f.*; et numerus *.k.I.* in numerum *.a.b.* Quare si ex ductu *.g.I.* in *.a.c.*, silicet primi erroris in positionem secundam, auferatur multiplicatio *.g.k.* in *.a.f.*, silicet erroris secundi in positionem primam, remanebit multiplicatio numeri *.k.I.* in numerum *.a.b.*; que multiplicatio cum diuiditur per *.k.I.*, silicet per differentiam errorem (*sic*), prouenit numerus *.a.b.* , silicet solucio questionem ; et hoc uolui demonstrare.



XIII.1.12

Iterum adiaceat numerus .*a.b.* ignotus, qui sit solutio alicuius questionis, que solui possit per elchataieym; et ex ipso accipiatur numerus .*a.g.* notus pro portione prima, cuius error sit numerus .*e.z.* defitiens; et pro portione secunda habeatur numerus .*a.d.* notus, qui est maior numerus .*a.b.*, cuius error sit numerus .*z.I.* Oportet itaque, ut si questio solui poterit per elchataieym , ut sit sicut .*g.d.* ad .*b.g.*, ita .*e.I.* ad .*e.z.*, hoc est quod sit sicut differentia, que est inter positiones ad differentiam, que est a prima positione in numerum quesitum, ita cuniunctum ex erroribus ad errorem primum. Et quia ita fuit superius, cum pro primum modum (*sic*) operati fuimus, multiplicauimus errorem primum per differentiam positionum, silicet .*e.z.* per .*g.d.*, et diuissimus summam per cuniunctum ex erroribus, scilicet per numerum .*g.b.*, quem addidimus per positionem primam, silicet super .*a.g.* ; et fuit notus numerus .*a.b.* , qui fuerat ignotus.

XIII.1.13

Vel quia fuit sicut *.g. d.* ad *.b. d.*, ita *.e.I.* ad *.z.I.* Ideo multiplicauimus *.z.I.* per *.g.d.*, silicet ad errorem secundum per differentiam | positionum, et diuidimus summam per numerum *.e.I.*, silicet per cuniunctum ex erroribus, et habuimus *.b.d.*; quem extraximus ex numero *.a.d.* , scilicet ex positione secunda, et remansit numerus *.a.b.*, scilicet solutio: per secundum uero modum multiplicauimus errorem primum per positionem secundam, scilicet *.e.z.* per *.a.d.*, et errorem secundum per positionem primam, scilicet *.z.I.* per *.a.g.*; quos (*sic*) multiplicationes congregauimus, et eorum summam diuissimus per coniunctum ex erroribus, scilicet per *.e.I.*; et habuimus solutionem quesitam, scilicet numerum *.a.b.*; et hoc fuit; quia cum multiplicatur numerus *.e.z.* per numerum *.a.d.*, tunc multiplicatur *.e.z.* in numeros *.a.g.*, et *.g.d.*: quibus multiplicationibus, cum additur multiplicatio *.z.I.* in *.a.g.*, tunc habetur summa multiplicationum numerorum *.e.z.z.I.* in numerum *.a. g.* Et multiplicationis *.e.z.* in *.g.d.*: sed multiplicationes *.e.z.* in *.a.g.*, et *.z.I.* in *.a.g.* equatur multiplicationi totius *.e.I.* in numerum *.a.g.* ; ergo cum multiplicatur *.e.z.* in *.a.d.*, et *.z.I.* in *.a.g.*, tunc multiplicatur *.e.I.* in *.a.g.*, et *.e.z.* in *.g.d.* Sed multiplicatio *.e.z.* in *.g.d.* est sicut multiplicatio *.e.I.* in *.g.b.*; quia est sicut *.I.e.* ad *.z.e.*, ita *.d.g.* ad *.b.g.* Vnde cum multiplicatur *.e.z.* in *.a.d.*, et *.z.I.* in *.a.g.*, tunc multiplicatur *.e.I.* in numeros *.a.g.*, et *.g.b.*, hoc est in totum numerum *.a.b.*: ergo cum multiplicatur *.e.z.* in *.a.d.*, hoc est error primus in positionem secundam ; et *.z.i.* in *.a.g.*, hoc est error secundus in positionem primam tantum, tunc coniunctum ex ipsis multiplicationibus quatuor multiplicationi numeri *.e.i.* in numerum *.a.b.*: quare cum eorum summa diuiditur per *.e.I.*, qui est coniunctum ex erroribus, prouenit numerus *.a.b.*; quod opportebat ostendere:

XIII.1.14

his itaque demonstratis, restat ostendere, qualiter positiones poni debeant; et eorum errores inuenire, secundum diuersitatem questionum: et ut hec apertius demonstrentur , hunc capitulum in duas partes diuisi. In prima quarum ostendam soluere quasdam ex questionibus, que solute sunt per primas regulas in precedentibus capitulis. In secunda tractabitur super solutionem quarundam aliquarum questionum, de quibus nulla fuit mentio In hoc libro.