



Liber abaci

CAPITOLUM DUODECIMUM

pars I

pars II

pars III

pars IV

pars V

pars VI

pars VII

pars VIII

pars IX

PARS OCTAVA

XII.8.1

Incipit pars 8^a decimi capituli de quibusdam diuinationibus.

Cvm autem quis numerum aliquem posuerit in corde suo, et uoluerit, ut illum inuenias: precipe, ut ponat dimidium ipsius numeri supra ipsum numerum; et si aliqua rupta medietas concurrerit, precipe ut faciat inde integrum. Cuius totius numeri medietatem ponat iterum supra ipsum numerum: et si aliqua medietas concurrerit, iterum in integrum restituat. Deinde interroga eum, si ex summa, quam habet, potest tibi dare 9; et iterum 9, et etiam quotienscumque tibi potest dare 9. Et tu pro quolibet 9 retineas tacite in corde tuo 4; et considera, si in prima positione, cum posuit dimidium numeri super numerum, fuerit fracta medietas, et retine in manu 4. Si in seunda, retine 2. Et si in utraque fractum fuerit, retine 3. Et summam, quam ex quaternarijs collegeris, adde cum dicta unitate, uel cum binario, uel ternario; et habebis propositum numerum. Verbi gratia: ponatur, quod posuerit in corde suo 1; super quo si posuerit dimidium ipsius, erit unum, et dimidium; ex quo dimidio, si fecerit 1, erunt 2. Et tu pro ipso dimidio retine in manu 4. Rursum si posuerit dimidium ipsorum 2 super ipsa 2, erunt 3. In quibus, cum non concurrat fracta medietas, et quia non inde potest tibi dare 9, cognoscitur, quod ipse tantum posuit in corde suo unum. Vnde si in utraque positione ruptum ueniret, et 9 inde tibi dare non posset; cognosceres, quod ipse in corde 3 posuisset.

XII.8.2

De eodem.

Item ponatur, quod posuisset in corde suo 10; super que si posuerit dimidium ipsorum quod est 5, fiunt 15. In quo numero, cum non sit medium fractum, si superaddideris dimidium ipsius, id est $\frac{1}{2}7$, erunt $\frac{1}{2}22$; ex quo $\frac{1}{2}$ si feceris 1, erunt 23. Et tu pro $\frac{1}{2}$, cum sit in secunda uice, retine 2. Et quia de 23 non potest tibi dare nouenarium, nisi bis. Retine bis 4 pro ipsis duobus 9; et sic scies, quod 10 posuit in corde suo.

Item ponatur, quod in utraque positione fractio numeri sit; pro quibus fractionibus seruabis 3: et ponatur, quod ex summa, quam in fine habuit, possit tibi dare quater 9; pro quibus retinebis quater 4 id est 16; et tunc cognosces, quod posuit in corde suo 19.

exco^gitatus
numeris

XII.8.3

Item alia regula de eodem.

Multiplicet numerum, quem ipse in suo corde posuit per 3; et summam diuidat per 2; et si in ipsa diuisione rupta medietas fuerit, eiciat eam; et residuum triplicet iterum; et summam per 2 diuidat. Et si fracta medietas fuerit ibi, eiciat eam; | et quotiens tibi dare poterit 9, pro quolibet 9 retine 4; et si tantum in prima diuisione fuerit rupta medietas, retine in manu 3; et si in secunda 2; si in utraque 1, et habebis numerum excoxitatum.

XII.8.4

De eodem, cum numerus excogitatus non sit ultra 105.

Diuidat excogitatum numerum per 3, et per 5, et per 7; et semper interroga, quot ex unaquaque diuisione superfuerit. Tu uero ex unaquaque unitate, que ex diuisione ternarij superfuerit, retine 70; et pro unaquaque unitate, que ex diuisione quinarij superfuerit, retine 21; et pro unaquaque unitate, que ex diuisione septenarij superfuerit, retine 15. Et quotiens numerus super excreuerit tibi ultra 105, eicias inde 105; et quod tibi remanserit, erit excogitatus numerus. Verbi gratia: ponatur, quod ex diuisione ternarij remaneant 2; pro quibus retineas bis septuaginta, id est 140; de quibus tolle 105, remanent tibi 35. Et ex diuisione quinarij remanent 3; pro quibus retine ter 21, id est 63, que adde cum predictis 35, erunt 98. Et ex diuisione septenarij remaneant 4; pro quibus quater 15 retinebis, id est 60; que adde cum 98 predictis, erunt 158; ex quibus eice 105, remanebunt tibi 53; que erant excogitatus numerus.

Procedit enim ex hac regula pulchrior diuinatio, uidelicet ut si quis tecum nouerit hanc regulam; et aliquis ei priuatim dixerit aliquem numerum, tunc ille tuus conscius, non interrogatus, tacite diuidat numerum sibi dictum per 3, et per 5, et per 7, predicta ratione; et quod ex qualibet diuisione remanserit, per ordinem tibi dicat; et sic poteris scire numerum sibi priuatim dictum.

XII.8.5

Aliter. De eodem, cum numerus non ascendat ultra 315.

Precipe ut numerum, quem in corde suo posuerit, diuidat per 5, et per 7, et per 9 ad modum antecedentis regule; et singulariter interroga, quid ex unaquaque diuisione remaneat; et pro unaquaque unitate, que ex diuisione quinarij remanserit, retine 426; et pro qualibet unitate, ex septenario remanente, 225; et pro qualibet ex nouenario, 280; et semper cum summa excreuerit, ita ut possit inde extrahere 315, eice ea inde quotienscumque poteris; et quod tibi in fine remanserit, erit quesitus numerus.

XII.8.6

Aliter de eodem.

Precipe, ut dupliceat numerum excogitatum; et duplicito addat 5; quod totum multiplicet per 5; et multiplicate summe addat 10: quo addito, multiplicet totum, quod habuerit, per 10; et interroga eum, quot habet; et ex hoc, quod ipse habuerit, tacite in corde tuo, extrahe 350; et quot centenaria tibi superfuerint, tot unitates in corde suo proposuit: et si aliquis numerus tibi superfuerit, qui sit minor 100, considera ex eo, que pars sit unius centenarij; quia talis pars unius integri, super ipsa integra, que ex centenarijs collegeris, proposuit ipse in corde suo; et cum ad hoc plures possemus dare doctrinas, istas (*sic*) ad presens sufficiant.

XII.8.7

De punctis trium taxillorum inueniendis.

Cvm autem quislibet tres taxillos proiecerit; et uolueris, ut dicas puncta, que in quolibet taxillo continentur, precipe ei, ut duplice puncta unius taxilli; et duplicate quantitati superaddat 5; quod totum multiplicet per 5, cui superaddat 10, nec non et puncta alterius taxilli; quod totum multiplicet per 10; et multiplicationi puncta alterius taxilli superaddat, et tunc dicat tibi quot habeat: quod cum sciueris, extrahe inde 350 ; et quot centenaria tibi remanebunt , tot puncta in primo taxillo continentur; et quot decene, tot puncta erunt in alio taxillo ; et quot unitates , tot in alio.

XII.8.8

De anulo reperiendo.

Cum autem quotuis homines congregati sint; et aliquis eorum occultatum habuerit anulum in aliquo digito manuum, vel in aliquo nodo; et uolueris scire, quis eorum habuerit; per dictam regulam taxillorum tibi demonstro hoc inuenire. Primum quidem iube, ut sedeant omnes in ordinem; et uni eorum, qui plus sciat de numero, die ut numeret a se usque ad eum, qui habet anulum; quem numerum duplicare facito, et superaddere 5, et multiplicare per 5: deinde superaddat numerum digitorum, hoc est, si habuerit eum in auriculari digito sinistre manus, addat 1; si in anulari 2; si in medio 3; si in indice 4; si in pollice eiusdem manus 5; si in auriculari dextre manus 6; si in anulari 7; si in medio 8; si in indice 9; si in pollice 10; quam summam totam multiplicet per 10; et multiplicationi superaddat numerum nodorum, hoc est, si habuerit eum inter primum nodum, et secundum, addat 1. Si inter secundum, et tertium, 2; si inter tertium, et extremitatem ungule, 3. Et tunc dicat tibi totam summam, ex qua cum extraxeris 350 centenaria, que remanebunt, dabunt tibi numerum hominum, qui sunt ab ipso, qui multiplicat usque ad ipsum, qui habet anulum, computato uidelicet utroque: decene uero, que super fuerint, dabunt tibi numerum digitorum, computando uidelicet ab auriculari digito sinistre manus, ut supra dictum est. Vnitates uero dabunt tibi numerum nodorum digitii, in quo fuerit anulus.

XII.8.9

Nam si in aliqua parte corporis ipsum anulum occultare uoluerit; et uolueris scire, quis eorum habeat, et in qua parte sui corporis; oportet primum distinguere hominem in 100 partes, ex quibus decem partes sunt digiti manuum, ut superius determinauimus: digiti uero pedum eodem modo sunt alie 10; et sic sunt 20. Pars uero uigesima prima est superior pars pedis sinistri iuxta digitos. Planta eiusdem est pars uigesima secunda. Superior pars pedis dextri circa digitos, uigesima tercia; planta eiusdem, uigesima quarta. Supra pedem sinistrum, ubi pes coniungitur cruri, uigesima quinta. Sub calcaneo eiusdem pedis, uigesima sexta. Supra pedem dextrum, ubi pes coniungitur cruri, uigesima septima. Sub dextro calcaneo, uigesima octaua. Exterior nodus sinistri pedis, uigesima nona. Interior, trigesima; exterior nodus pars dextri pedis, trigesima prima. Interior, trigesima secunda; exterior pars sinistri cruris, trigesimi tercia. Interior, trigesimi quarta. Exterior pars dextri cruris 35. Interior 36. Exterior pars sinistri geniculi 37. Interior 38. Exterior dextri 39. Interior 40. Exterior pars coxic sinistre 41. Interior 42. Exterior pars dextre 43. Interior 44. In ancha sinistra sub brachario , uel supra 45; supra pectinem 46. In ancha dextra circa bracharium 47. In renibus circa bracharium 48. Circa posteriorem circulum 49. Circa uirilia 50. In flanco sinistro sub cingulo, uel circa cingulum 51. Vmbellicus 52; dexter flancus subtus, uel circa cingulum 53. In re-
nibus circa cingulum 54. Sub ascella sinistra 55; pectus 56; ascella dextra 57. Inter spa-
tulas 58. Inter collum, et humerum sinistrum, uel circa collum in sinistra parte 59;
furcula pectoris sub guture 60. In dextra parte circa collum, uel humerum 61. Retro
circa colli nodum 62. inter cubitum, et humerum exterior sinistri brachij 63. Intertia 64.
Exterior dextri 65. Interior 66. Exterior pars cubiti sinistri 67. Interior 68. Exterior
dextri 69. Interior 70. Inter cubitum, et manum sinistram exterior pars 71. Interior 72;
exterior dextri 73. Interior 74. Exterior iunctura manus sinistre 75. Interior 76. Exterior
dextre 77. Interior 78. In dorso manus sinistre 79. In manu eadem 80. In dorso dextre
manus 81. In eadem manu 82. In ore 83. Naris sinistra 84; dextra 85. Auris sinistra
86; dextra 87. Post aurem sinistram 88. Post aurem dextram 89. Super frontem iuxta
pilos 90. Concauitas colli 91; summitas capitis 92. Retro talum sinistrum 93. Retro
dextrum 94; super genum sinistrum 95. Subtus 96; super dextrum 97. Subtus 98. Sub
uare sinistra 99; sub dextra 100:

XII.8.10

hiis quidem partibus cognitis, fac ut omnes sedeant
in ordinem, et uni eorum qui magis de abbaco sciuerit, et qui sciat signa predicta,
dic, ut numeret a se usque ad eum, qui habet anulum, computando se, et illum in
ipso numero: quibus numeratis, dic ei ut dupliceat ipsum numerum; et ut duplicate
quantitati addat 10, et multiplicet totam summam per 10, et addat 5; quod totum
multiplicet per 5. Postea addat numerum loci, in quo anulus est occultatus, secundum
quod superius ostendimus; et totam summam multiplicet per 10; ex qua summa, cum
eam ab eo sciueris, extrahe 5250; et quot miliaria remanserint, tot est numerus ho-
minum; et quot tibi remanserint, diuide per 10; et quot ex diuisione euenerint, erit nu-
merus loci, in quo anulus est occultatus. Possemus enim per hanc regulam inuenire,
quis colligeret aliquam rem ex 100 rebus, et quam rem colligeret, si poneret eis no-
mina de numero per ordinem ab unitate usque ad 100.

XII.8.11

De diuisione cuiuslibet et numeri in duas partes.

Cvm aliquis diuiserit aliquem incertum numerum in duas partes, quas tu inuenire cupis , precepe ut dupliceat unam illarum partium , et aliam multiplicet per totum numerum, quem in corde posuerit; et tunc interroga eum, qnota distantia sit a numero summe, quam habet, usque in numerum, quem tu collegeris in corde tuo ex multiplicatione diuisi numeri in uno plus eo; quam distantiam diuide per unum, minus numero diuiso; et quod ex diuisione exierit, erit pars, quam ipse duplicasti. Quod uero ex diuisione remanserit, erit alia pars. Verbi gratia : Sint 10 diuisa in 3, et in 7; et sint 3 duplicata, et 7 multiplicata per 10; que omnia surgunt in 76 : a quibus usque in 110, que exeunt ex multiplicatione de 10 in 11 , desunt 34: que si per 1 , minus de 10 diuiseris, scilicet per 9, exibunt 3, et remanebunt 7, ut prescripta 10 diuisa fuerunt.

XII.8.12

Aliter de eodem.

Primam partem duplicit, uel triplicet, uel per qualemcumque numerum minorem diuiso numero uoluerit, multiplicet; aliam uero partem per aliud numerum, quem uoluerit, qui sit maior numero diuiso, multiplicet; quod totum in unum coniungat, et dicat tibi distantiam, que est a numero, quem habuit usque in numerum, quem in corde tuo collegeris ex multiplicatione diuisi numeri in numerum, qui sit uno maior numero, in quo ipse multiplicauit secundam partem: quam distantiam, si duplicauerit primam partem, diuide per uno minus numero, in quo multiplicauit secundam partem. Et si triplicauerit, diuide per 2 minus; et si multiplicauerit ipsam partem per 4, diuide per 3, minus numero, in quo ipse multiplicauerit secundam partem; et sic intellige de reliquis numeris in quibus tu feceris cum multiplicare primam partem; et poteris ex hoc colligere, cum quidam habuerit in manu dextra aliquot denarios, ex quibus posuerit ad libitum in manu sinistra quot denarios de dextra in sinistra posuerit.

XII.8.13

De diuisione alicuius numeri in tres partes. |

Si quis diuiserit aliquem numerum in tres partes; et uolueris ipsas partes inuenire, addisce diuisum numerum ab eo, et fac ut multiplicet per 2 unam qualem uoluerit partem : aliam uero multiplicet per 1, minus numero diuiso. Aliam autem multiplicet per ipsum numerum diuisum, et addat ipsas multiplicationes in unum. Interim tacite multiplica numerum diuisum in se ipsum; quo multiplicato superadde et qualem uolueris numerum; et ex summa, quam habueris, dic, ut extrahat summam suam, et dicat tibi residuum; ex quo residuo tacite extrahe numerum, quem multiplicationi tue adiunxisti : reliquum uero diuide per 2, minus numero diuiso; et quod ex diuisione euenirit, erit prima pars; quod uero remanserit, erit alia : quibus duabus partibus in unum collectis, si eas ex numero diuiso extraxeris, terciam tibi partem demonstrabunt.

XII.8.14

Aliter multiplicet unam partem, ut prediximus, per 2; aliam uero multiplicet per qualem uolueris numerum, qui sit maior numero diuiso; terciam uero partem multiplicet per 1, plus numero, per quem multiplicauit secundam partem: ex hijs tribus multiplicationibus faciat unam summam; quam dic, ut extrahat ex numero, quem tu colliges ex numero diuiso, multiplicato in numerum, per quem ipse multiplicauit terciam partem: residuum uero, cum dixerit tibi, diuide secrete per 2, minus numero, per quem multiplicare feceris terciam partem; et hoc fit, quia prima pars multiplicata fuit per 2. Vnde si multiplicaretur per 3, diuideres ipsum residuum per 3, minus numero superscripto; et hoc intelligas, si multiplicaretur per aliquem aliud numerum; et quod ex diuisione exierit, erit prima pars; et quod ex diuisione remanserit, erit secunda: terciam uero partem quilibet potest inuenire. Potes enim per has duas regulas puncta trium taxillorum inuenire, si scieris summam cunctorum punctorum.

XII.8.15

Et si aliquis diuiserit aliquem numerum in .iiiij.^o partes; quas partes tu inuenire desideras, addiscas primum ipsum numerum ab eo, et precipe, ut summam prime partis, et secunde, et tercie addat cum summa secunde, et tercie, et quarte, et cum summa tercie, et quarte, et prime partis; et dicat tibi summam , quam secrete extrahe ex multiplicatione diuisi numeri in 3 ; et quod remanebit , extrahe de diuiso numero : residuum uero erit una pars, scilicet tercia. Qua inuenta , reliquas tres partes per suprascriptas regulas studeas inuenire.

XII.8.16

Item si in quinque partes quis aliquem numerum diuiserit, precepe, ut addat numerum .iij.º partium per ordinem, uidelicet prime, et secunde, et tercie, et quarte cum numero secunde, et tercie, et quarte, et quinte; et cum numero tercie, et quarte, et quinte, et prime; et cum numero quarte, et quinte, et prime, et secunde; et dicat tibi summam, quam extrahe secrete ex quadruplicazione diuisi numeri: residuum uero extrahe de diuiso numero, et habebis unam partium, scilicet quartam. Reliquas uero .iij.º partes per suprascriptam regulam studeas inuenire: sic enim potes de pluribus partibus operari.

XII.8.17

Si tres homines fuerint, quorum unus habeat aurum, alias argentum, alias stagnum; et uolueris scire, quot corum habeat aliquod corum. Sit aliquis alias, uel unus eorum, qui faciat secundum quod dixeris ei ; et tunc da uni illorum trium 1, et alio 2, et alio 3; et precipe, ut duplicet numerum, quem dedisti illi, qui habet aurum; et numerum, quem dedisti illi, qui habet argentum, multiplicet per 9: reliquum uero numerum multiplicet per 10 , et addat eas duas multiplicationes cum duplicatione suprascripta; et dic, ut extrahat summam de 60; et quicquid superfuerit dicat tibi; et tu diuide ipsum superfluum per 5; et cui dedisti numerum, qui ex diuisione exierit, ille habet aurum; et cui dedisti hoc, quod ex diuisione remanserit, ille habet argentum; reliquus uero habet stagnum.

XII.8.18

Aliter da uni eorum duo; alijs tria; alijs 4: precipe, ut numerus illius, qui habet aurum, duplicetur; numerus quoque ipsius, qui habet argentum, multiplicetur per 9; numerus illius, qui habet stagnum, multiplicetur per 10; et interroga, quid habet a summa usque in 90: quod cum scieris, diuide illud per 8; et cui dedisti numerum, qui ex divisione exierit, ille habet aurum; et cui dedisti numerum, qui ex divisione remanserit, ille habet argentum. Reliquis uero habet stagnum. Et scias, quia in hac questione ideo distantia queritur, que est a summa usque in 90, quia additis tribus numeris, quos ei dare fecimus, scilicet 2, et 3, et 4, faciunt 9; que cum multiplicaueris per 10, per ipsa uidelicet, in quibus multiplicauit numerum ipsius, qui habet stagnum, faciunt 90: propter eadem uero in antecedente questione queritur distantia, que est a summa usque in 60; quia septies 10 faciunt 60; que 60 colliguntur ex coadunatione trium datorum numerorum, scilicet ex uno, et 2, et 3. Vnde et alias numeros, preter hos, ipsis tribus hominibus dare poteris, si supradictarum regularum doctrinam retinere sciueris. Et nota, quod unumquemque numerorum datorum oportet esse minus quam 8, cum in 8 diuidere oporteat.

XII.8.19

Aliter ille, qui tecum hoc fecerit, det ad libitum uni eorum quicquid uoluerit; alij det aliquantulum plus; tertio det plus secundo, et addat hos tres numeros insimul; et dicat tibi summam, quam nota; et precipe, ut numerum, quem dederit ei, qui habet aurum, duplicet; numerum uero illius, qui habet argentum, multiplicet per 4, minus summa trium datorum numerorum; quem numerum debes ei denominare, ut non comprehendat quare hoc facias. Et numerum, quem dederit illi, qui habet stagnum, multiplicet per ipsam summam; quam summam debes ei similiter denominare. Interim multiplica ipsam summam in seipsam; et super numerum, qui ex multiplicatione procreabitur, adde aliquem numerum ad libitum; et interroga eum, quot habeat a summa sua usque ad tuam; et ex hoc quod tibi dixerit, extrahe numerum, quem ad libitum adiunxisti. Residuum uero diuide per 2, minus numero, qui ex tribus datis numeris procreatur; et quot ex diuisione exierit, erit numerus illius, qui habet aurum; et quot ex diuisione superfuerit, erit numerus illius, qui habet argentum: quibus duobus numeris inuentis, adde eos insimul, et extrahe summam eorum de summa trium datorum supradictorum numerorum; et quod remanserit, erit numerus illius, qui habet stagnum: quibus tribus numeris repertis, considera, cui eorum trium hominum dedisti maiorem, et cui mediocrem, et cui minorem; et secundum illud poteris scire, quis eorum habeat aurum, et quis argentum, et quis stagnum: cuius regule si memoriam habueris, et de inuentione 4, et 5 partium numerorum non immemor extiteris, poteris de 4, et de 5 rebus noticiam habere.

XII.8.20

Si aliquis posuerit in corde suo aliquem numerum, facies ei duplicare semel, et bis, et ter; et quotienscumque uolueris, uel etiam triplicate, vel per aliquem numerum multiplicare, cum quibusdam alijs extractionibus, et additationibus, secundum quod inferius demonstrabimus; et uolueris inuenire suramam, in qua ipse ascenderit; retine tu in manu 1, et quicquid precipies ei, | fac de ipsa unitate, ut si preceperis ei, quod duplicet, uel triplicet, tu duplica, uel triplica ipsam unitatem; et cum hoc aliquotiens ambo feceritis, pariter precipie, ut ipse addat summe, uel extrahat a summa numerum, quem ipse in corde suo posui semel, uel bis, uel quotienscumque uolueris; et tu fac similiter de unitate tua; et tunc precipias ei, ut diuidat totam summam, quam habuerit per numerum, quem in corde suo posnit; et tunc scias, quod ipse habet tantum quantum tu habes in manu tua. Verbi gratia : ponatur, quod ipse cogitet 6; quem si duplicaueris, erunt 12; et tu ex duplicata unitate habebis 2. Vnde si ipse 12 bis duplicauerit, habebit 48; et tu si binarium, quem habes ex duplicato 1, bis duplicaueris, habebis 8; et si ipse sum 48 triplicauerit, habebit 144; et si tu triplicaueris 8, habebis 24; et sic possemus procedere in infinito, duplicando, uel triplicando, uel quadruplicando: super que 144, si addiderit ter numerum, quem ipse in corde suo posuit, scilicet ter 6, habebit 162; et si tu super 24 addideris ter ipsam unitatem, habebis 27; et tunc si ipse diuiserit summam, uidelicet 162, per numerum, quem in corde suo posuit, scilicet per 6, habebit 27, sicut tu habes. Vnde si dixeris ei, quod habeat 27, uideberis aliquod dixisse miraculum.

XII.8.21

Ex hac itaque regula aliqua quedam procedit, que non minus miranda est. Videlicet cum uolueris, ut aliquis inueniat numerum, quem tu in corde tuo posueris sine aliqua interrogatione, debes ei dicere, ut accipiat a quocumque uelit homine aliquem numerum; et tu tene in manu tua $\frac{1}{4}$; et precipias ei, ut duplicet numerum, quem accepit, uel triplicet, uel per alium numerum multiplicet; uel etiam diuidat; et super summam addat, uel extrahat numerum, quem ab ipso acceperit; et tu semper fac de unitate tua illud idem, quod sibi preceperis; et hoc siat, donec ex ipsa unitate procreaueris numerum, quem in corde posuisti; et tunc dicas ei, ut diuidat numerum, quem habet per numerum, quem accepit; et quod ex divisione peruerterit, erit numerus, quem in corde posuisti.