



*Liber abaci*

## CAPITOLUM DUODECIMUM

pars I

pars II

pars III

pars IV

pars V

pars VI

pars VII

pars VIII

pars IX

PARS SEXTA



## XII.6.1

*Incipit pars vi.<sup>a</sup> de uiagiorum propositionibus, atque eorum similitum.*

Quidam pergens negotiando lucam, fecit ibi duplum; et expendit inde denarios 12. Qui egredieus inde, perrexit florentiam; fecitque ibi duplum, et expendit denarios 12. Cum rediret pisas, et ibi faceret duplum, et expenderet denarios 12, nil ei proponitur remansisse. Queritur, quot ipse in principio habuit. Quia preponitur ipse semper duplum fecisse, manifestum est, quod de uno faciebat 2. Vnde uidendum est de 1, que pars sit de 2, scilicet  $\frac{1}{2}$ ; quod describatur ter propter tres uiagios, quos ipse fecerat, sic:  $\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}$ : et multiplicetur 2 per 2, et per alia 2, que sunt sub uirgulis, erunt 8: de quibus accipe  $\frac{1}{2}$ , scilicet 4; de quibus accipe  $\frac{1}{2}$ , scilicet 2; et de ipsis 2 accipe  $\frac{1}{2}$ , scilicet 1. Post hec adde 4 cum 2 et cum 1, erunt 7; que multiplica per 12 denarios, quos ipse expendebat, erunt 84; que diuide per 8, exibunt denarij  $\frac{1}{2}$  10; et tot habuit homo ille. Verbi gratia: fecit duplum de denarijs  $\frac{1}{2}$  10, fuerunt 21; de quibus expendit 12, remanserunt 9; quibus duplicatis, faciunt 18; de quibus expendit 12, remanserunt 6: quibus iterum duplicatis, faciunt 12; de quibus extracto expendio, scilicet 12, nil ei, ut propositum est, remansisse comperitur: et sic de .iiiij.<sup>o</sup>, uel pluribus uiagijs poteris operari.

## XII.6.2

Si autem proponitur, quod in ultimo prescriptorum viagiorum post expendium ei denarij quilibet remansissent, | ut dicamus 9, addantur 9 cum 84 superius inuentis, erunt denarij 93; qui diuidantur per 8, ut prediximus, exhibunt  $\frac{5}{8}$  11; et tot habuisset ille.

Capitale

$\frac{5}{8}$  11

## XII.6.3

### *De eodem.*

Uerum si diceretur, quod in finem dictorum trium uiagiorum lucratus esset post expendia denarios 9; aliter quam predictum sit erit faciendum: uidelicet reperiantur, quot denarij ei necessarij essent, ut de expensis semper suum saluaret capitale. Quos ita reperiendos esse demonstrauimus. Quia ipse facit duplum, lucratur de unoquoque quem habuit, denarium aliud; ergo de 12 denarijs lucratus est denarios 12, scilicet expendium; qui 12 seruentur ex parte. Et uideatur quid ei necessarium sit, ut lucretur denarios 9, semper duplum faciendo; et nil inde pro expendio extrahendo: quod uidendum est per positionem alicuius numeri, secundum quod in arborum regulis, et in eis similibus demonstrauimus. Vnde ponamus, quod ipse haberet denarium 1 ultra denarios 12 ex parte positos; de quo 1 facit in primo uiagio denarios 2; de quibus in secundo facit 4; de quibus in tercio facit denarios 8: ergo in illis tribus uiagijs de 1 denario facit denarios 8; de quibus extracto 1, scilicet capitale, remanent 7: ergo de 1 denario lucratur 7. Quare dices: pro 1 denario, quem pono pro illius capiti, lucratur 7; quid ponam, ut lucretur denarios 9: multiplica 1 per 9, et diuide per 7, exhibet  $\frac{2}{7}$  1; quem adde cum denarijs 12, cum quibus lucratur expendium, erunt  $\frac{2}{7}$  13; et tot esset illius capitale.

## XII.6.4

Et si hanc solutionem per regulam rectam habere uis, pone capitale ipsius hominis fuisse rem, quam duplicauit in primo uiagio, et expendit denarios  $\frac{1}{2}$ ; et sic habuit duas res, minus denarijs  $\frac{1}{2}$ , quos duplicauit in secundo uiagio; et fuerunt 4 res, minus denarijs  $\frac{1}{4}$ ; ex quibus expendit denarios  $\frac{1}{2}$ : ergo remanserunt ei 4 res, minus denarijs  $\frac{1}{8}$ : quibus iterum duplicatis in tertio uiagio, fuerunt 8 res, minus denarijs  $\frac{1}{16}$ , ex quibus expendit denarios  $\frac{1}{2}$ , remanserunt ei in fine trium uiagiorum .viii. res, minus denarijs  $\frac{1}{32}$ , que equantur uni rei, et denarijs 9, scilicet capitali eius, et lucro. Quare adde denarios  $\frac{1}{32}$  utrique parti, prouenient quod 8 res equantur uni rei, et denarijs  $\frac{1}{32}$ . Tolle ergo rem ab utraque parte, remanebunt 7 res eequales de denarijs  $\frac{1}{32}$ : ergo diuisis  $\frac{1}{32}$  per 7, reddunt denarios  $\frac{2}{7} \frac{1}{32}$  pro quantitate uniuscuiusque rei. Et tot sunt capitale ipsius: per hanc enim regulam soluuntur omnes questiones uiagiorum similium.

## XII.6.5

### *De eodem.*

Rursus fecit tria uiagia, et portauit secum denarios  $\frac{1}{2} \cdot 10$ , cum quibus, ut prediximus, in uno quoque uiagio fecit duplum; et in quolibet expendit unam et eandem quantitatem, et nil ei remansit. Queritur quantitas expendij illius. Supradicta ratione, pone  $\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}$ ; et multiplica 2 per 2, que per 2, erunt 8, que serua: et accipe inde  $\frac{1}{2}$ , scilicet 4; de quibus accipe  $\frac{1}{2}$ , scilicet, de quibus accipe  $\frac{1}{2}$ , scilicet 1, et adde insimul, erunt 7, ut superius inuenimus: et multiplica 8 per ipsius capitale, uidelicet per  $\frac{1}{2} \cdot 10$ , erunt 80; que diuide per 7, exibunt denarij 12; et tot suit expendium illius.

## XII.6.6

### *De codem.*

Iterum capitale illius sit denarij  $\frac{5}{8} 11$ ; et peractis prescriptis tribus uiagijs, remanserunt ei denarij 9; et quot in uno quoque uiagio expendebat, ignoratur. Reperies quidem suprascripta 8, et 7; et multiplicabis  $\frac{5}{8} 11$  per 8, erunt 93; ex quibus extrahes denarios 9, qui proponuntur ei remanere, remanent denarij 84; quos diuide per 7, exibunt iterum denarij 12 pro ipsius expendio: adhuc capitale ipsius sit  $\frac{2}{7} 13$ ; et in fine remanserunt ei denarij 9 ultra suum capitale; et queritur iterum ipsius expenditum.

## XII.6.7

Addes itaque  $\frac{2}{7}$  13, scilicet capitale ipsius cum 9, uidelicet cum lucro, erunt  $\frac{2}{7}$  22;  
quos extrahe ex multiplicatione de  $\frac{2}{7}$  13 in 8, que est  $\frac{2}{7}$  106, remanent 84; que diuide  
per 7, exhibunt denarij 12 pro ipsius expendio, ut prediximus.

## XII.6.8

### *De eodem in quatuor uiagijs.*

Nam si ipsum .iiiij.<sup>or</sup> fecisse uiagia proposueris; in quibus suum semper triplicaret capitale. Et inde expenderet in unoquoque uiagiorum denarios 18; et nil ei in fine remanere predixeris. Secundum suprascriptum modum scribes terciam quater uicibus pro .iiiij.<sup>or</sup> uiagijs sic :  $\frac{1}{3} \frac{1}{3} \frac{1}{3} \frac{1}{3}$ . Ideo quia proponitur, quod de 1 faciebat 3. Vnde capitale est  $\frac{1}{3}$  sui, et lucri: et multiplica numeros, qui sunt sub uirgulis, uidelicet 3, per 3; que per 3; que per 3, erunt 81; que habeas loco expendij: de quibus accipe terciam partem, que est 27, que habeas loco capitalis primi expendij; quia semel triplicatis, faciunt 81: de quibus iterum accipe terciam, que est 9, que habeas loco capitalis, ex quo fit secundum expendium: quia triplicatis 9 in primo uiagio, faciunt 27; quibus triplicatis in secundo, faciunt 81, scilicet expendium: ex quibus etiam 9, accipe  $\frac{1}{3}$ , erunt 3 pro capitali terciij expendij. Ex quibus rursus accipe  $\frac{1}{3}$ , proueniet 1 pro capitali ultimi expendij. Adde ergo 27, et 9, et 3, et 1, erunt 40; que habeantur loco capitalis .iiiij.<sup>or</sup> expenditorum, hoc est si expendium esset 81 capitale. Itaque eius esset 40; et quia ponitur expendium suisse 18, cadit proportionaliter, uidelicet sicut 81 sunt ad 40, ita 18 sunt ad quesitum capitale. Quare multiplicabis 18 per 40, et diuides per 81; et euitabis inde  $\frac{1}{3}$ , exhibunt denarij  $\frac{8}{3}$  8; et tot fuit capitale illius hominis.

## XII.6.9

*De eodem.*

Nam si dixeris, quod ipse haberet in suo capitali in principio illorum .iij.<sup>or</sup> viagiorum denarios  $\frac{8}{9}$  s; et quesieris, quot in unoquoque expendebat viagio; cum in fine ei nil remansisse ponatur, et expendium sit semper equale. Erit ergo proportio de  $\frac{8}{9}$  s ad expendium quesitum, sicut 40 ad 81: multiplicetur  $\frac{8}{9}$  s per 81, erunt 720; que diuide per 40, exibunt 18; et tot expendit in unoquoque viagio.

## XII.6.10

### *De eodem.*

Nam si ei denarij 12 remansisse in fine proposueris; et expendium cius sit 18, adde 12 multiplicationi de 18 in 40, scilicet cum 720, erunt 732; que diuide per 81, exibunt  $\frac{4}{27}$  9; et tot esset ipsius capitale.

Quod si econtra dicatur, quod suum capitale fuit denarij  $\frac{4}{27}$  9; et ei in fine remanserunt denarij 12. Et quot in unoquoque uiagio expendebat, ignoretur; multiplica  $\frac{4}{27}$  9 per 81, erunt 732; de quibus extrahe 12, remanent 720; que diuide per 40, exibunt 18; et tot esset ipsius expendium.

Capitale

$\frac{4}{27}$  9

## XII.6.11

### *De eodem.*

Uerum si dixeris , quod in fine illorum .iiiij.<sup>or</sup> uiagiorum suum capitale ei tantum remansisset, sic facies. Quia fecit in unoquoque uiagio de 1 tres; ergo de 1 quoque denario lucratur 2. Quare multiplicabis 4, scilicet capitale, per 18 expendij. Et diuide per 2, scilicet per lucrum, exibunt 9; et tot esset illius capitale.

## XII.6.12

### *De codem.*

Et si proposueris, quod in fine dictorum uiagiorum ultra suum capitale denarii 20 ei remansissent, cum expendium eius sit semper 48; inuenies prescripta 9, cum quibus lucratur suum expendium; et uide quantum ipse lucretur de uno denario in illis .iii.⁹<sup>er</sup> uiagijs, nil inde expendendo. Quia in primo uiagio facit de 1 denario tres; in secundo de ipsis tribus facit 9. In tercio de illis 9 facit 27 , de quibus in 4 uiagio facit 81: ergo in illis .iii.⁹<sup>er</sup> uiagijs de 1 denario | facit denarios 81; ergo de 1 denario ipse lucratur 80. Quare dices: pro 1 denario, quod pono in ipsius capitale, lucratur denarios 80. Quid ponam, ut tantum lucretur denarios 20: multiplicabis itaque 1 per 20, et diuide per 80, exibit  $\frac{1}{4}$  unius denarij : qua addita cum denarijs 9 , erunt denarij  $\frac{1}{4} 9$ ; et tantum esset illius capitale.

## XII.6.13

Item capitale eius sit  $\frac{1}{4} 9$ ; et ignoretur expendium, et in fine lucratus est 20. Doceam quidem hauc solutionem inuenire per regulam rectam. Pone pro ignorato expendio rem; et triplica  $\frac{1}{4} 9$ , erunt  $\frac{3}{4} 27$ ; de quibus tolle rem pro expendio primi viagij, remanent  $\frac{3}{4} 27$ , minus re: quibus iterum triplicatis, facient  $\frac{1}{4} 83$ , tribus rebus diminutis: de quibus tolle expendium secundum, scilicet rem, remanent  $\frac{1}{4} 83$ , minus .mii. <sup>or</sup> rebus; quibus triplicatis, erunt  $\frac{3}{4} 249$ , minus 42 rebus: de quibus extracta re 4, scilicet expendium tertium, remanebunt  $\frac{1}{4} 249$ , minus 43 rebus: quibus ultimo triplicatis, faciunt  $\frac{1}{4} 749$ , minus 39 rebus; a quibus diminuta re, remanebunt  $\frac{1}{4} 749$ , diminutis .xl. rebus; que equantur denarijs  $\frac{1}{4} 9$ , et 20, scilicet capitali, et lucro. Restaura ergo 40 res, remanebunt  $\frac{1}{4} 749$ , que equantur 40 rebus, et denarijs  $\frac{1}{4} 29$ . Tolle ergo denarios  $\frac{1}{4} 29$  de  $\frac{1}{4} 749$ , remanent denarij 720, qui equantur 40 rebus. Quare diuide 720 per 40, exibunt 18 pro quesito expendio.

## XII.6.14

Quod etiam reperitur per regulam uersam sic : pone iterum rem pro expendio, qua addita cum capitali, et lucro eius , erunt res, et denarij  $\frac{1}{3} 29$ , que habuit homo ille in quarto uiagio ex triplo denariorum, qui remanserunt illi post expendium tercij uiagij. Quare accipe  $\frac{1}{3}$  eorum, uenient tercie rei, et denarij  $\frac{2}{3} 9$ ; cum quibus adde expendium tercij uiagij, scilicet rem, erunt .III.<sup>or</sup> tercie rei, et denarij  $\frac{3}{4} 9$ , que habuit in tercio uiagio ex triplo denariorum , qui remanserunt ei post expendium secundi uiagij. Quare accipe terciam eorum, scilicet  $\frac{1}{9}$  rei, et denarij  $\frac{1}{4} 3$  ; super que adde rem, scilicet expendium secundi uiagij, erunt  $\frac{13}{9}$  rei, et denarij  $\frac{1}{4} 3$ , que habuit in secundo uiagio ex triplo denariorum, qui remanserunt ei post expendium primi uiagij. Quare accipe terciam eorum, erunt  $\frac{13}{27}$  rei , et denarij  $\frac{1}{12} 1$ ; cum quibus adde rem, quam expendit in primo uiagio, erunt  $\frac{40}{27}$  rei, et denarij  $\frac{1}{12} 1$ , que equantur triplo capitalis ipsius, scilicet denarijs  $\frac{3}{4} 27$ . Tolle ergo denarios  $\frac{1}{12} 1$  ex denarijs  $\frac{3}{4} 27$ , et remanebunt denarij  $\frac{2}{3} 26$ , qui equantur  $\frac{40}{27}$ . Quare est sicut 40 ad 27, ita  $\frac{2}{3} 26$  sunt ad quesitum expendium. Multiplicabis ergo 27 per  $\frac{2}{3} 26$ , erunt 720; que diuides per 40, uenient 18, ut oportet.

## XII.6.15

### *Questio alia de tribus uiagijs.*

Item alia huiusmodi proponatur questio, ut que dicta sunt melius intelligantur, uidelicet ex quodam, qui fecit tria uiagia, qui in primo fecit de duobus tres. In secundo de .iiiij. <sup>or</sup> v. Et in tercio de 6, fecit 7; et expendebat denarios 45 in uno quoque uiagio: quia in primo uiagio de duobus fecit tres; ergo proportio capitalis ipsius ad capitale, et lucrum eiusdem uiagij est sicut 2 ad 3: quare capitale eius fuit  $\frac{2}{3}$  eiusdem capitalis, et lucri: quare pone  $\frac{2}{3}$ . Eademque ratione pro .iiiij. <sup>or</sup> quinque pone  $\frac{4}{5}$ ; et pro .vi. viij. pone  $\frac{6}{7}$ ; et colloca eos sic:  $\frac{6}{7} \frac{4}{5} \frac{2}{3}$ . Et multiplicata numeros, qui sunt sub uirgulis in seipsos, uidelicet 3 per 5; que per 7, erunt 105: de quibus accipe  $\frac{2}{3}$ , que sunt 70; de quibus sume  $\frac{4}{5}$ , que sunt 56; de quibus sume  $\frac{6}{7}$ , que sunt 48; que addere cum 56, et cum 70, erunt 174, que serua: possunt enim eadem 174 promptius inuenire, uidelicet ut multiplicet 2, que sunt super 3, per 5; que per 7, que sunt sub uirgulis, erunt 70. Item multiplicata eadem 2 per 4, que sunt super 5; que per 7, erunt 56. Rursus multiplicata eadem 2 per eadem 4; que per 6, que sunt | super 7, erunt 48: quibus insimul iunctis, redeunt eadem 174; que multiplicata per expendium, uidelicet per 45, et diuide per 105, exibunt  $\frac{6}{7}$  24; et tot est ipsius capitale.

## XII.6.16

*De eodem.*

Et si proposueris, quod suum capitale sit denarij  $\frac{6}{7}$  24; et queratur, quantum sit expendium. Multiplica  $\frac{6}{7}$  24 per 105, et diuide per 174, exibunt denarij 15 pro ipsius expendio.

## XII.6.17

### *De eodem.*

Rvrsus expendium sit denarij 45; et in fine ei denarij 21 remansisse proponantur.  
Adde multiplicationem de 21 in 48 superius inuentis , que est 1008 , super summam  
multiplicationis de 45 in 174, erunt 3018; que diuide per 105, exibunt  $\frac{16}{25}$  34 pro ipsius  
capitali.

Capitale

$\frac{16}{25}$  34

## XII.6.18

Nam si econtra dicatur, quod suum capitale sit  $\frac{16}{35}$  34; et in fine ei remansit denarij 21. Et quot ipse expendebat queratur; multiplica  $\frac{16}{35}$  34 per 105, erunt 3648; de quibus extrahe 1008, que surgunt ex multiplicatione de 21 in 48, remanent 2640; que diuide per 174, exhibunt denarij 15 pro suo expendio.

expendium

15

## XII.6.19

*De eodem.*

Uerum si dixerit, quod in fine trium viagiorum suum ei remanserit capitale, extrahere  
inuenta 48 de 105 superius inuentis, remanent 57. In quibus diuide multiplicationem  
expendij, uidelicet de 45 in 174 superius inuentis, remanent 57. In quibus diuide mul-  
tiplicationem expendij , uidelicet de 45 in 174 superius inuentis , exibunt pro ipsius  
capitali denarij  $\frac{15}{19} 45$ .

Capitale
$\frac{15}{19} 45$

## XII.6.20

### *De eodem.*

Rvrsus si dixeris, quod ipsius capitale sit  $\frac{15}{19} 45$ ; et in fine dictorum trium uiagiorum ipsum capitale ei remansisse proposuerit; et quot in unoquoque expendebat uiagio, quesierit, reperies prescripta 57; in quibus multiplica  $\frac{15}{19} 45$ , et diuide per 174, exibunt 45 pro ipsius expendio. Iterum si proposuerit, quod expendium sit 45; et in fine uiagiorum remansit ei denarij 45 ultra suum capitale, multiplica 45 per 174, erunt 2610; super que adde 45 uicibus 48, scilicet 2160, erunt 4770; que diuide per 57, exibunt  $\frac{12}{19} 83$  pro ipsius capitali.

Capitale
$\frac{13}{19} 83$

*De homine qui fecit .miiij.º uiagia; alias modis.*

Iterum proponatur, quod fecerit .miiij.º uiagia; ex quibus in primo fecit duplum; et expendit in eo denarios 13. In secundo de duobus tria; et expendit in eo denarios 16. Et in tertio fecit de tribus .miiij.º; et expendit denarios 18. Et in quarto fecit de .miiij.º v. Et cum ibidem denarios 20 expenderet, nil ei remansit. Suprascriptis itaque demonstrationibus, pro duplo primi uiagij scribes  $\frac{1}{2}$ . Et pro duobus tria secundi scribes  $\frac{2}{3}$ . Et pro tribus .miiij.º terciij scribe  $\frac{3}{4}$ . Et pro .miiij.º quinque quarti uiagij scribe  $\frac{4}{5}$ . Et positis ita per ordinem  $\frac{1}{5} \frac{2}{4} \frac{3}{3} \frac{4}{2}$ , multiplica 2 per 3; que per 4; que per 5, que sunt sub uirgulis, erunt 120; que habeantur loco expendij uniuscuiusque uiagij. Quare accipe dimidium eorum, erunt 60; que habeantur loco capitalis sufficientis primo expendio. Nam cum de 60 duplum siant, ueniunt 120, scilicet expendium primum. Rursus  $\frac{2}{3}$  de 60, scilicet 40, habeantur loco capitalis secundi uiagij. Nam duplicatis ipsis, faciunt 80; de quibus si siant tres de duobus, hoc est si superaddatur dimidium de 80 super 80, uenient 120, scilicet expendium secundum: de quibus etiam 40, si accipientur  $\frac{2}{3}$ , uenient 30, que habeantur loco capitalis terciij uiagij. Quia duplicatis ipsis in primo uiagio, faciunt 60; quibus factis tribus de duobus, uenient 90; de quibus factis 4 de 3, scilicet addita tercia parte earum super ea, faciunt 120, scilicet expendium tercium. Deinde acceptis  $\frac{1}{5}$  ex 30, ueniunt 24, que sunt loco capitalis ultimi expendij; quia ex ipsis fiunt 48 in primo uiagio; de quibus in secundo fiunt 72, scilicet de duobus tres; de quibus in tertio fiunt 96, scilicet de tribus .miiij.º; de quibus etiam fiunt 120 in quarto uiagio, scilicet de .miiij.º quinque, hoc est expendium quarti uiagij. Possunt etiam huij numeri aliter reperiri: positis in ordinem  $\frac{4}{5} \frac{3}{4} \frac{2}{3} \frac{1}{2}$ . Multiplica 1, quod est super 2, per 3; que per 4; que per 5, que sunt sub uirgis, erunt 60, scilicet dimidium de 120. Item multiplica idem 1 per 2, que sunt super 3; que per 4; que per 5, que sunt sub uirgis, erunt 40, scilicet  $\frac{2}{3}$  de 60 predictis: deinde multiplica 1 per 2; que per 3, que sunt super uirga, erunt 60; que multiplica per 5, erunt 30 pro  $\frac{2}{3}$  de 40. Ad ultimum quidem multiplica 1 per 2; que per 3; que per 4, que sunt supra uirgas, erunt 24, scilicet  $\frac{4}{5}$  de 30.

20	18	16	13
$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$

## XII.6.22

Et quia expenditum primi viagij fuit 13; proportionaliter ergo est sicut 120 est ad 60, ita 13 est ad capitale primi expendij. Quare multiplicabis 13 per 60, erunt 780; que diuides per 120, et habebis capitale primi viagij. Similiter quia expenditum secundum fuit 16, proportionaliter erit sicut 120 est ad 40, ita 16 est ad capitale secundi viagij. Quare multiplicabis 16 per 40, et diuides per 120; et habebis capitale secundi expendij: propter eadem ergo multiplicabis 18 per 30, et 20 per 24, erunt 540, et 480; que diuides per 120, et habebis capitale tertij, et quarti expendij. Et quia unusquisque inuentorum .mij.<sup>o</sup> numerorum, scilicet 780, et 640, et 540, et 480 diuidendus est per 120, adde eos in unum, erunt 2440; que diuides in uuum per 120, exibunt denarij  $\frac{1}{2}$  20 pro ipsius capitali.

## XII.6.23

Quod si hoc uero modo inuestigare uis, quia in quarto uiagio de .iiiij. or fecit quinque; et sic habuit expendium ultimum, scilicet 20; ergo .iiiij. or partes ipsorum 20 fuerunt capitalis; et quinta pars fuit lucri. Quare si de 20 accipiatur  $\frac{4}{5}$  eorum, erunt 16, que habuit ipse post secundum expendium: quo expendio addito cum 18, faciunt 34; et tot denarios habuit, cum de tribus fecerat .iiiij. or Quare accipe  $\frac{3}{4}$  de 34, scilicet multiplica 3 per 34, et diuide per 4, erunt  $\frac{1}{2}$  25; et tot habuit post tertium expendium, quod fuit denariorum 16: que adde insimul, erunt  $\frac{1}{2}$  41; et tot habuit postquam de duobus fecit tria. Quare accipe  $\frac{2}{3}$  eorum, erunt  $\frac{2}{3}$  27; et tot habuit post primum expendium, quod fuit denariorum 13: quibus etiam insimul iunctis, faciunt  $\frac{1}{3}$  41; et tot habuit ex duplo, quod fecit in priuio uiagio. Quare dimidium eorum, scilicet  $\frac{1}{2}$  20, fuit capitale ipsius, ut inuentum est supra.

## XII.6.24

Et si proponatur quod peractis .iiiij.<sup>o</sup> viagijs , remansissent ei denarij 42 ; quia 24 prescripta sunt capitale quarti expendij; ergo de 24, que habuit a principio, ficeret in fine 120: ergo sicut 120 sunt ad 24, ita 42 que remanere proponuntur, erunt ad eorum capitale. Quare multiplicabis 42 per 24, erunt 288 ; que diuides per 120 , hoc accipe  $\frac{4}{5}$  de 42, erunt  $\frac{2}{5}2$ ; que adde cum inuento capitalis cum  $\frac{4}{5}20$ , erunt  $\frac{44}{15}22$ : vel 288 adde cum 2440 predictis, erunt 2728; que diuide per 120 , exibunt similiter  $\frac{44}{15}22$  pro ipsius capitali. Quod etiam inuenires per modum uersum, si ipsum immutare sciueris.]

## XII.6.25

Et in fine .iiiij.<sup>or</sup> predictorum uiagiorum ei suum remanserit capitale: inuentis ut supra 120, et 24, et 2440, extrahes 24 de 120, remanent 96; in quibus diuide 2440, exhibunt  $\frac{15}{12}$  25 pro ipsius capitali. Et hoc facimus; quia 24 est numerus, qui de uiagio in uiagium per eorum lucra surgit in 120 in quarto uiagio. Et quia proponitur ei in fine suum remansisse capitale; ideo extrahenda sunt 24 de 120, remanent 96; que 96 habentur loco numeri, de quo fiunt expense; et 120 habentur pro eodem numero, et pro capitali ipsius, scilicet loco eorum. Et quia de  $\frac{1}{3}$  20, et de eorum lucro proueniunt omnes expense; quia cum capitale ipsius sit  $\frac{1}{3}$  20, nil ci remanet post expendia; ideo  $\frac{1}{3}$  20 similes sunt de 96. Vnde est sicut 96 ad 120, ita  $\frac{1}{3}$  20 est ad numerum seruantem capitale, et expensas. Quare multiplicanda sunt  $\frac{1}{3}$  20 per 120; que multiplicatio est 2440, que diuidenda sunt per 96, ut superius fecimus. Rursus si proponatur, ipsum lucratum esse denarios 20: quia ut dictum est de 24 lucratur 96.; ergo sicut 96 sunt ad 24, ita 20 sunt ad eorum capitale. Quare multiplicabis 20 per 24; et diuides per 96, hoc est accipies  $\frac{1}{4}$  de 20, exhibunt 5, que adde cum  $\frac{5}{12}$  25, erunt  $\frac{5}{12}$  30.

## XII.6.26

Adhuc lucrum sit idem de uiagio in uiagium; et capitale ipsius sit  $\frac{1}{3} 20$ ; et expendium secundum sit 3, plus primo. Expendium quoque tertium sit 2, plus secundo; quartum uero expendium sit 2, plus tercio. Et queratur expendium uniuscuiusque uiagij. Inuenies supradicto modo 120, et 60, et 40, et 30, et 24. Post hec multiplicata  $\frac{1}{3} 20$  per 120, erunt 240, que serua; et 3, in quibus secundum expendium excedit primum, multiplicata per 40, que habentur loco capitalis secundi expendij, erunt 120; et 5, in quibus tertium expendium excedit primum, multiplicata per 30, erunt 150. Item 7, in quibus ultimum expendium excedit primum, multiplicata per 24; cum ipsa 24 habeantur loco capitalis eiusdem expendij, erunt 168; que adde cum 150, et cum 120 modo inuentis, erunt 438; que extrahe de 240, remanebunt 2002; que diuide per 154, que proueniunt ex additione de 60 cum 40, et cum 30, et cum 24, exhibunt 13 pro primo expendio.

## XII.6.27

Rursus capitale ipsius sit  $\frac{11}{13} \cdot 22$ ; et in fine post expendia predicta, remaneant ei denarij 12. Multiplica 12 per 24, erunt 288; que adde cum 438, erunt 626; que extrahe ex multiplicatione de  $\frac{11}{13} \cdot 22$  in 120, scilicet de 2728, remanebunt 2002; que diuide per 154, exibunt similiter denarij 13 pro primo expendio. Et si proponatur, capitale fuisse  $\frac{5}{12} \cdot 25$ ; et in fine remansisse ipsum capitale; et querantur expendia, extrahes 24 de 120, remanebunt 96; per que multiplica  $\frac{5}{12} \cdot 25$ , erunt 2440; de quibus extrahe supradicta 438, remanent 2002; que diuide per 154, ueniunt denarij 13 pro primo expendio. Item capitale sit  $\frac{5}{12} \cdot 30$ ; et in fine lucretur denarios 20, multiplica  $\frac{5}{12} \cdot 30$  per 96, erunt 2920, que serua: et multiplica 20 per 24, erunt 480; que adde cum 438 supradictis, erunt 918; que extrahe 2920 seruatis, remanent 2002; quibus diuisis per 154, ueniunt 13 pro primo expendio: quare secundum expendium est 16; tertium est 18; quartum est 20.

## XII.6.28

Rvrsus quidam fecit in primo uiagio duplum; in secundo de duobus tria. In tercio de tribus .iiiij.<sup>or</sup> | In quarto de .iiiij.<sup>or</sup> v. ; et expendit in primo uiagio nescio quot; in secundo expendit 3, plus quam in primo. In tercio 2, plus quam in secundo. In quarto 2, plus quam in tercio; et in fine nil ei remansisse proponitur; et siant expendia, et eius capitale in numeris integris. Ponamus quidem per regulam rectam, capitale fuisse summam, et expendium primum rem: quare in primo uiagio habuit duas summas; quia fecit duplum , de quibus expendit rem , remanserunt ei due summe , minus re : ex quibus in secundo uiagio, faciendo de duobus tria, habuit tres summas, re et dimidia diminuta; de quibus expendit rem, et denarios tres, remanserunt tres summe, duabus rebus et dimidia, et tribus denarijs diminutis; de quibus, faciendo de tribus .iiiij.<sup>or</sup> in tercio uiagio, habuit .iiiij.<sup>or</sup> summas, tribus rebus, tercia, et .iiiij.<sup>or</sup> denarijs diminutis; de quibus expendit rem, et denarios .v. In quibus .v. denarijs tertium expendium excedit primum, remanebunt .iiiij.<sup>or</sup> summe, .iiiij.<sup>or</sup> rebus, et tercia , et .ix. denarijs diminutis: cum quibus, faciendo de .iiiij.<sup>or</sup> v. in quarto uiagio, habuit .v. summas minus .v. rebus, et quarta, et sexta rei, et minus denarijs  $\frac{1}{4}$  ii: de quibus expendita re, et denarijs 7, scilicet expendium quartum, remanserunt .v. summe, minus rebus  $\frac{5}{12}$  6 , et denarijs  $\frac{1}{4}$  18, que equantur 0, quod remansit ei in ultimo uiagio : quare si communiter addantur res  $\frac{5}{12}$  6, et denarij  $\frac{1}{4}$  18, erunt .v. summe, que equantur .vi. rebus, et  $\frac{5}{12}$  rei, et denarij  $\frac{1}{4}$  18.

## XII.6.29

Vnde reperiendus est numerus pro una ex supradictis rebus; quo multiplicato  $\frac{5}{12} 6$ , proueniat numerus, qui cum  $\frac{1}{4} 18$  faciat sanum numerum, cuius  $\frac{4}{5}$  sit integra; quem inuenies sic: primum reperiatur numerus, qui cum multiplicatur  $\frac{5}{12} 6$ , faciat  $\frac{3}{4}$  plus sano; eritque 9, qui multiplicatus  $\frac{5}{12} 6$ , facit  $\frac{3}{4} 57$ ; quibus additis cum  $\frac{1}{4} 18$  proueniunt 76, qui est integer, et equatur quinque summis: quare  $\frac{4}{5}$  eorum est summa: et quia illa  $\frac{4}{5}$  non est integra, multiplicata  $\frac{5}{12} 6$  per 42, ex qua multiplicatione prouenit sanus numerus 77: quare adde 77 super 76 inuentis totiens, donec proueniat numerus habens  $\frac{4}{5}$ ; ergo addes bis 77 super 76, erunt 230; quorum  $\frac{4}{5}$ , scilicet 46, est summa quesita, scilicet capitale, quod ille habuit a principio: et quia super 76 additum est duplum de 77, adde similiter duplum de 42 super 9, erunt 33 pro primo expendio: quare secundum expendium est 36; tertium 38; quartum 40.

## XII.6.30

Et si hoc in

alijs numeris integris reperire uis, numerum summarum , et numerum rerum inuen-  
tarum, scilicet 5 , et  $\frac{5}{12} 6$ , multiplica per 12 propter 12, que sunt sub uirga, proue-  
nient 60 , et 77. Nam 60 habentur loco expendij, quorum capitale est 77; cum expen-  
dium sit semper idem in unoquoque viagio : quare totiens uis adde 60 super primum  
expendium, scilicet super 23, et totiens adde 77 super inuentum capitale, scilicet super  
46; et habebis quesitum infinitis modis. Et si proponantur 12 remansisse, per supradicta  
inuenies, quod .v. summe, minus sex rebus, et  $\frac{5}{12}$ , et denarij  $\frac{1}{4} 18$  equantur denarijs 12:  
quare, facta restauracione rerum diminutarum, et denariorum, prouenient .v. summe, que  
equantur rebus  $\frac{5}{12} 6$ , et denarijs  $\frac{1}{4} 30$ : quare pro primo expendio, scilicet pro una ex su-  
pradicis rebus, pone 9, et semel 12, hoc est 21; quare res  $\frac{5}{12} 6$  erunt  $\frac{3}{4} 134$ ; quibus ad-  
ditis  $\frac{1}{4} 30$ , erunt 165, que equantur quinque summis: quare summa, scilicet capitale ipsius,  
est 23; et expendium secundum est 24; tertium 26; quartum 28.

## XII.6.31

Rursus si in fine proponatur,  
suum capitale remanere, inuenies modo supradicto, quod quinque summe, diminutis rebus  
 $\frac{5}{12}$  6, et denarij  $\frac{1}{4}$  18, equantur uni summe: quare .iiiij.<sup>or</sup> summe equantur rebus  $\frac{5}{12}$  6, et de-  
narijs  $\frac{1}{4}$  18. Pone itaque 9 pro re; quare res  $\frac{5}{12}$  6 cum denarijs  $\frac{1}{4}$  18 sunt 76, que equan-  
tur .iiiij.<sup>or</sup> summis: ergo summa est 49, scilicet capitale ipsius. Et si proponatur, ipsum  
lucratum esse denarios 12, inuenies, quod .iiiij.<sup>or</sup> summe equantur rebus  $\frac{5}{12}$  6, et denarijs  
 $\frac{1}{4}$  30. Pone itaque rem esse 9; quare res  $\frac{5}{12}$  6 cum denarijs  $\frac{1}{4}$  30 sunt 88, quorum  $\frac{9}{4}$ , scilicet  
22, est capitale.

## XII.6.32

Si uero per regulam uersam hanc ultimam questionem soluere uis; quia in fine proponitur remansisse capitale, et denarios 12; ergo remansit ei summa, et 12. Post ultimum expendium, que fuerunt; quod suit res, et denarij 7: quibus insimul iunctis, erit summa, et res, et denarij 19, que habuit, cum de 4 fecerat 5: quare ex eis accipe  $\frac{4}{5}$  unius summe, et  $\frac{4}{5}$  unius rei, et denarios  $\frac{4}{5} \cdot 15$ ; et tot habuit in fine tertij uiagij: cum quibus adde expendium ipsius uiagij, scilicet rem, et denarios 5, erunt  $\frac{4}{5}$  summe, et  $\frac{2}{5}$  rei, et denarij  $\frac{1}{5} \cdot 20$ ; et tot habuit, post quam de 3 fecerat 4: quare accipe  $\frac{3}{4}$  eorum, erunt  $\frac{3}{5}$  summe, et  $\frac{27}{20}$  rei, et denarij  $\frac{8}{20} \cdot 15$ ; et tot habuit in fine secundi uiagij: cum quibus adde expendium eiusdem uiagij, scilicet rem, et denarios 3, erunt  $\frac{3}{5}$  summe,  $\frac{47}{20}$  rei, et denarij  $\frac{3}{20} \cdot 18$ ; et tot habuit, cum de 2 fecerat 3: quare accipe  $\frac{2}{3}$  eorum, erunt  $\frac{2}{5}$  summe, et  $\frac{17}{30}$  rei, et denarij  $\frac{1}{10} \cdot 2$ ; et tot habuit in fine primi uiagij: cum quibus adde expendium ipsius, scilicet rem, erunt  $\frac{2}{5}$  summe, et  $\frac{17}{30}$  rei, et denarij  $\frac{1}{10} \cdot 12$ ; et tot habuit ex duplo primi uiagij: quare dimidia ea, prouenient  $\frac{2}{5}$  summe, et  $\frac{27}{60}$  rei, et denarij  $\frac{1}{20} \cdot 6$ , que equantur summe, scilicet capitali: quare extracta  $\frac{6}{5}$  summe, remanebunt  $\frac{4}{5}$  summe, que equantur  $\frac{27}{60}$  rei, et denarijs  $\frac{1}{20} \cdot 6$ : quare quincuplum de  $\frac{4}{5}$  unius summe, scilicet summe .mij.º, equantur quincuplo de  $\frac{27}{60}$  rei, et denarijs  $\frac{1}{20} \cdot 6$ , hoc est rebus  $\frac{5}{12} \cdot 6$ , et denarijs  $\frac{1}{4} \cdot 30$ , ut superius per regulam rectam inuenimus: deinceps operaberis ut supra.

## XII.6.33

Nam si secundum alium modum solutiones harum .iiiij.<sup>ec</sup> questionum inuenire uis, pone per ordinem ut supra  $\frac{1}{3} \frac{2}{4} \frac{2}{3} \frac{1}{2}$ ; ex quibus ut supra inuenias 120, et 60, et 40, et 30, et 24, et 154, et 438; addes cum 438 totiens 154, donec proueniat numerus, qui integraliter per 120 diuidatur; et hoc erit trigesies ter; quia multiplicatis 154 per 33 faciunt 5082; cum quibus additis 438, proueniunt 5320; quibus diuisis per 120, uenient 46 pro capitale; et expendium primum erit 33. Et si uis, ut in fine uiagiorum remaneant denarij 12, ut dictum est, multiplica 12 per 24 predictos, erunt 288; que adde cum 438, erunt 726; cum quibus addes totiens 154, donec proueniat numerus, qui integraliter diuidatur per 120; et hoc erit uigesies semel. Nam ex 21 in 154 proueniunt 3234; cum quibus additis 726, erunt 3960; quibus diuisis per 120, proueniunt 33 pro capitale; et expendium primum erit 21, ut inuentum est supra.

si uis, ut in fine viagiorum suum remaneat capitale, extrahe 24 de 120, scilicet multiplicatio numerorum, qui sunt super uirgis ex multiplicatione numerorum, qui sunt sub ipsis, reſmanebunt 96: deinde adde super 438 totiens 154, donec proueniat numerus, cuius nonagesima sexta pars sit integra; et hoc erit nouies; quia ex multiplicatione de 9 in 154 ueniunt 1386; quibus additis cum 438, erunt 1824; que diuide per 96, ueniunt 19 pro capitale; et expendium primum erit 9, ut supra. Similiter si lucratus fuerit denarios 12 in fine, super 726 addes totiens 154, donec proueniat numerus, qui integraliter diuidatur per 96; et hoc erit nouies; quia ex ductis 9 in 154, faciunt 1386; quibus additis 726, proueniunt 2712; que diuide per 96, ueniunt 22 pro capitali; et primum expendium est 9, ut superius inuenimus.

*Modus alias de uiagiis.*

Item quidam habebat bizantios 13; et cum ipsis fecit uiagia nescio quot, et in uno quoque faciebat duplum; et expendebat bizantios 14. Queritur quantitas suorum uiagiorum. Quia faciebat duplum, duplica 13, erunt 26; de quibus extrahe 14, remanent 12; et habemus unum uiagium. Item duplica 12, erunt 25; de quibus extrahe 14, remanent 10; et habemus duo uiagia. De quibus prouideas minutionem sui capitalis de uiagio in uiagium. In primo uiagio remanserunt ei 12; ergo minuit 1 suum capitale. In secundo minuit 2. Ideo quia remanserunt ei 10; ergo duplicando uadit minutionem de uiagio in uiagium: quare duplica 2, que sunt minutio secundi uiagij, erit 4; et habemus minutionem tercij uiagij: adde modo tres minutiones trium uiagiorum inuentorum, uidelicet 1, et 2, et 4, erunt 7: a quibus usque in 13 desunt 6, que remanent in minutione quarti uiagij, scilicet 4, erunt 8. In quibus diuide 6, uenient  $\frac{3}{4}$  unius uiagij; ergo fecit ipse cum ipsis 13 bizantijs uiagia  $\frac{3}{4}$  3. Sed quia uidetur incongruum dicere, aliquem fecisse  $\frac{3}{4}$  unius uiagij; hoc emendari sic docemus. Videlicet cum in uiagio faciat duplum; ergo in 1 lucratur alium; ergo in  $\frac{3}{4}$  unius uiagij de ipso 1 lucratur  $\frac{3}{4}$  unius bizantij; ergo facit de 4 septem; et erunt .mij.<sup>or</sup> uiagia; ex quibus in primo, et in secundo, et in tertio fecit duplum, et expendit 14; et in quarto fecit de .mij.<sup>or</sup> vii., et expendit tres quartas de 14, scilicet  $\frac{3}{2}$  10.

## XII.6.36

Tamen si propositum fuerit , quod in fine ignotorum uiagiorum ei supersint bizantij 4 , sic erit faciendum : scilicet extrahes 4 de superatione minutiorum trium uiagiorum, que ei remanet de suo capitali, uidelicet de 6, qui superius per 8 dividuntur, remanent 2 ; que diuide iterum per eadem 8, scilicet per minutionem quarti uiagij, exhibit  $\frac{1}{4}$  ; ergo facit ipse uiagia  $\frac{1}{4} \cdot 3$ . Iterum si de quarta unius uiagij unum uiagium instruere uolueris; cum in uno quoque uiagio lucretur de 1 bizantium alium; ergo in  $\frac{1}{4}$  unius uiagij de 1 lucratur quartam partem unius bizantij ; ergo de 1 facit  $\frac{1}{4} \cdot 1$ , hoc est de .iii.º quinque; et expendit in ipso quartam partem de 14, id est  $\frac{1}{4} \cdot 3$ . Si autem numerus quesite superationis, id est 4, maior esset dicte superationis trium uiagiorum, scilicet de 6 , unde non posset ipsam extrahere ab eadem. Oporteret eam extrahere de residuo minutionis duorum uiagiorum, quod ei remanet de suo capitali, id est de 10. Et si adhuc eam de 10 extrahere non posses, extraheres eam de 12, id est de superatione minutionis primi uiagij. Et sic poteris inuenire prepositas quaslibet superationes.

uiagijs
$\frac{1}{4} \cdot 3$

*Questio notabilis de homine muttuante libras .C. ad usuras  
super quandam domum.]*

Quidam prestauit libras 100 ad usuras .iiij.<sup>or</sup> denariorum per libram in mense supra quandam domum, ex qua recolligebat in uno quoque anno nomine pensionis libras 30; et in capite uniuscuiusque anni debebat discomputare ipsas libras 30 de capitali, et lucro dictarum 100 librarum. Queritur, quot annis, et mensibus, et diebus, et horis domum tenere debebat: quia lucrabatur denarios 4 per libram in mense; ergo lucratur soldos 4 per libram in anno; qui soldi 4 sunt  $\frac{1}{5}$  unius libre: ergo de 5 facit 6. Et quia de capitali, et lucro unius anni discomputatur pensio; assimilatur hec questio tali uiagiorum questioni; quod quidam habuit libras 100, cum quibus de 5 faciebat 6 in uno quoque uiagio; et expendebat libras 30; de quo queritur, quot ex eis fecerat uiagia: cuius regule si immemor non extiteris, minutiones sui capitalis de anno in annum subtiliter sunt inuestigande sic. Quia de 5 facit 6, accipe  $\frac{1}{5}$  de 100, que est 20, et adde super 100, erunt 120; et tot habuit inter capitale, et lucrum in primo anno: de quibus extrahe pensionem, scilicet 30, remanent libre 90: a quibus usque in libris 100 desunt libre 10, que sunt minutio primi anni. Item accipe  $\frac{1}{5}$  de libris 90, que remanent in capite primi anni, erunt 18; quas adde cum 90, erunt 108; de quibus extrahe pensionem secundi anni, remanent libre 78; a quibus usque in 90 desunt libre 12, que sunt minutio secundi anni. In primo enim anno suum capitale minuit libras 10. In secundo minuant libre 12; ergo minutiones cadunt proportionaliter, uidelicet de 10 in 12, hoc est sicut 10 sunt ad 12, scilicet sicut 5 ad 6, ita 12, que sunt minutio secundi anni, erunt ad minutionem terciij anni. Quare multiplicabis 6 per 12, et diuides per 5, exhibunt  $\frac{2}{5}$  14, que sunt minutio terciij anni: que multiplica per 6, et diuide per 5, exhibunt  $\frac{2}{5}\frac{1}{5}$  17, que sunt minutio quarti anni: que multiplica iterum per 6, et diuide per 5, exhibunt  $\frac{2}{5}\frac{3}{5}\frac{3}{5}$  20, que sunt minutio quinti anni: que iterum multiplica per 6, et diuide per 5; quod sic fit: protrahe quandam uirgam, sub qua pone 5 quater; cum sint ter sub uirgula, quam uis multiplicare; et multiplica 6 per 2, que sunt super 5, erunt 12; que diuide per 5 propter 5, que sunt in capite uirge protracte a sinistra parte, exhibunt 2, et remanent 2: quare pones 2 super ipsas 5, et 2 reserua in manu; cum quibus adde multiplicationem de 6 in 3, que sunt super sequentia 5, erunt 20; que diuide per 5, exhibunt 4, et remanet 0; quod 0 pone super sequentibus 5, et serua 4; super que adde multiplicationem de 6 in 3, que sunt super 5 in capite uirge a parte dextra, erunt 22; que diuide per 5, exhibunt 4, et remanent 2; que 2 pone super tertium 5; et super 4 adde multiplicationem de 6 in 20, erunt 124; que diuide per ultima 5 protracte uirge, exhibunt 24, et remanent 4: que 4 pone super ipsa 5; et ante uirgam pone 24, et habebis  $\frac{2024}{5555}$  24 pro minutione sexti anni.

Addes quidem suprascripta sex minutiones in hunc modum: pones ex eis integra sub integris, et similes fractiones sub similibus, scilicet quintas sub quintis, et quintas quinte sub quintis quinte, et cetera; et protrahe uirgam, sub qua sint 5 quater, scilicet secundum numerum ipsorum 5, que sunt sub maiori uirga minutionum predictarum; et pro 2, que sunt super 5, que sunt in quarto gradu uirge de 24, pone 2 super 5, que sunt in eodem gradu protracte uirge; et adde 0, quod est super 5 tercij gradus uirge de 24 cum 2, que sunt in eodem gradu uirge de 20, erunt 2; que pones super 5 tercij gradus protracte uirge; et adde 2, que sunt super 5 secundi gradus uirge de 24 cum 3, que sunt super 5 secundi gradus uirge de 20, et cum 2, que sunt super 5 eiusdem secundi gradus uirge de 17, erunt 7; que diuide per 5 secundi gradus protracte uirge, exhibit 1, et remanent 2: pone 2 super ipsa 5, et 1 serua in manu; que adde cum 4, que sunt super 5 primi gradus uirge de 24, et cum 3, que sunt super 5 eiusdem gradus uirge de 20, et cum 1, quod est in primo gradu de 17, et cum 2, que sunt super 5 post 14, erunt 11; que diuide per 5 primi gradus protracte uirge, exhibunt 2, et remanet 1: pone quidem 1 super ipsa 5, et 2 serua; que adde cum integris, erunt 99; que pone ante protractam uirgam; et sic habebis  $\frac{2}{5} \frac{2}{5} \frac{2}{5} \frac{1}{5}$  99: que si de centum extrahere uis, protrahes aliam uirgam, sub qua pone similiter 5 quater; et accipe 2, que sunt super 5 quarti gradus uirge de 99; et extrahe eam de 5, que sunt sub ipsis 2, remanent 3; que pone super 5 quarti gradus protracte uirge, et retine in manu 1; quod adde cum 2, que sunt super 5 tercij gradus, extrahe ex eisdem 5, remanent 2, que pone super 5 secundi gradus uirge de 99, erunt 3; que extrahe ex ipsis 5, remanent 2, que pone super 5 secundi gradus, et serua 1; quod adde cum 1, quod est super 5, que sunt in primo gradu uirge de 99, erunt 2: a quibus usque in 5 desunt 3, que pone super 5 primi gradus uirge protracte; et pro expleto quinario serua 1; quod adde cum 99, faciunt 100; que extrahe de 100, remanet 0 ante protractam uirgam, scilicet nichil; et sic habes  $\frac{2}{5} \frac{2}{5} \frac{2}{5} \frac{3}{5}$  pro que-sito residuo unius libre, que sunt ex minutione septimi anni.

	10
	12
$\frac{2}{5}$	14
$\frac{2}{5} \frac{1}{5}$	17
$\frac{2}{5} \frac{2}{5} \frac{3}{5}$	20
$\frac{2}{5} \frac{2}{5} \frac{2}{5} \frac{1}{5}$	99.
$\frac{2}{5} \frac{2}{5} \frac{2}{5} \frac{3}{5}$	24

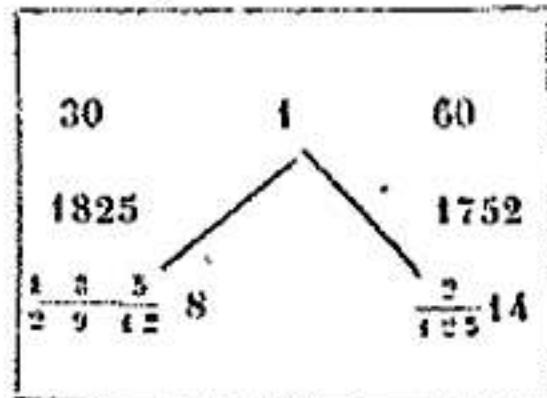
Quare inuenienda est

minutio septimi anni, si multiplicabis  $\frac{2}{5} \frac{9}{5} \frac{2}{5} \frac{4}{5}$  24, qui est minutio sexti anni per 6; et diuide per 5, exibunt libre  $\frac{2}{5} \frac{2}{5} \frac{2}{5} \frac{1}{5} \frac{4}{5}$  29, in quibus diuidenda essent  $\frac{4}{6} \frac{2}{2} \frac{8}{5}$ ; et quod ex diuisione exiret, esset illud, quod ipse tenuit domum, ultra sex inuentos annos. Sed ut habeamus inde dies et horas, multiplica 438 per dies anni, scilicet per 360, ut ita ponantur; et erunt in unoquoque mense dies .xxx., uenient 137680; que multiplica per 12, scilicet per horas diei, erunt 1892160, que serua. Et multiplica 29 per minuta sue uirgule, hoc est per 5, et addes 4; que per 5, et addas 1; que per 5, et addas 2; que per 5, et addas 2; que per 5, et addas 2, erunt 93312: quibus reperias regulam, que est  $\frac{1}{2} \frac{0}{8} \frac{0}{8} \frac{0}{9} \frac{0}{9} \frac{0}{9}$ . In qua etiam, et in regula de 625, que est  $\frac{4}{5} \frac{9}{5} \frac{9}{5} \frac{0}{5}$ , debes diuidere multiplicationem de 1892160 in 5; quam in 5; quam in 5; quam in 5; quam in 5 propter quinque quinarios, qui sunt sub uirga post 29. Sed relinques multiplicationem .mij.<sup>er</sup> quinariorum propter .mij.<sup>er</sup> quinarios, qui sunt regula de 625. Similiter euitabis ea, que erunt euitanda; et prouenient hore  $\frac{13}{29}$  iei, que sunt dies 8, et hore  $\frac{13}{29}$  5; et tantum tenuit ipse domum, ultra annos 6 inuentos.

anni	dies	hore
6	8	$\frac{1}{2} \frac{8}{2} \frac{5}{5}$

Quod si probare uis, uide si de

$\frac{5}{6} \frac{3}{9} \frac{5}{12}$  unius libre, que sunt soldi  $\frac{2}{125} 14$ ; et de eorum usuris dierum inuentorum  $\frac{135}{2912}$  8 prouenerit pensio ipsorum dierum; quod uidendum est per modum baracti in hunc modum: quia de libra 1 dantur pro usuris 1 denarij 4; ergo pro soldis 60 datur soldus 1 in mense. Quare pone in una linea soldos 60, et soldum 1, et dies 30. Et sub soldis 60 pone soldos  $\frac{2}{125} 14$ , et sub dies 30 pone dies  $\frac{135}{2912}$  8; et multiplicabis  $\frac{2}{125} 14$  per 1, quod est eis ex aduerso; quod multiplicata per  $\frac{135}{2912}$  8, et summam diuides per reliquos duos numeros, scilicet per 60, et per 30: ergo multiplicata 1752 per 1825; et diuides per 60, et per 30, et per fractiones, que sunt sub utraque uirga; et habebis usuras soldorum  $\frac{2}{125} 14$ : que cum debeas insimul addere, scilicet capitale cum usuris; qualiter ea coniunctim habeas, indicabo: quia ex multiplicatione de 14 in 125 additis 2, proueniunt 1752; ergo si diuiseris 1752 per 125, nimurum ipsa  $\frac{2}{125} 14$  reddibunt. Similiter si 388800, que procreantur ex 60 ductis in 30 uicibus 12, uicibus 9, uicibus 2, multiplicaueris per 1752, et diuiseris summam per 60, et per 30, et per 12, et per 9, et per 2, et per 125, eadem  $\frac{2}{125} 14$  reddibunt. Sed ex multiplicatione de 1752 in 1825 diuisa per eosdem numeros prouenit usura illorum soldorum  $\frac{2}{125} 14$ ; ergo si coniunctum ex 388800 cum 1825, scilicet 290625 multiplicaueris per 1752, et diuiseris per eosdem numeros, prouenient soldi  $\frac{2}{125} 14$ , et eorum usura; in quibus si modum euitandi seruaris, remanebit tantum multiplicatio de 73 in 125 diuidenda  $\frac{1}{6} \frac{0}{9} \frac{0}{12}$ . Vnde proueniunt soldi  $\frac{5}{6} \frac{8}{9} \frac{0}{12}$  14, qui sunt pensio dierum  $\frac{1}{2} \frac{3}{9} \frac{5}{12}$  8: quia si multiplicaueris  $\frac{1}{2} \frac{3}{9} \frac{5}{12}$  8 per denarios 20, qui sunt pensio unius diei, nimurum soldi  $\frac{5}{6} \frac{8}{9} \frac{0}{12}$  14 prouenient.



## XII.6.41

### *Aliter de eadem domo.*

Rvrsus si dictum fuerit, quod ipse, cuius domus erat, recollegit ipsam domum tali tempore, quod adhuc erat ei redditurus libras 20 de predictis libris 100. Et queratur quantum ipse, qui denarios prestauerat, domum tenuit. Sic facies: iunges ex minutionibus suprascriptis, quas superius inuenimus, donec non remaneat de ipsis libris 100 tantum, quod possit inde domum unum annum tenere; extractis libris 20, que ei debent remanere. Minutio quidem primi anni est 10; secundi 12 insimul iunctis faciant 22; cum quibus addita terciij anni minutiōne, scilicet  $\frac{2}{5} 14$ , faciunt  $\frac{2}{5} 36$ ; cum quibus adde  $\frac{2}{5} \frac{4}{5} 17$  quarti anni, erunt  $\frac{2}{5} \frac{2}{5} 53$ ; cum quibus iterum adde minutionem quinti anni, scilicet  $\frac{2}{5} \frac{2}{5} \frac{3}{5} 20$ , erunt  $\frac{2}{5} \frac{0}{5} \frac{2}{5} 74$ : a quibus usque in 100 desunt  $\frac{2}{5} \frac{4}{5} \frac{2}{5} 25$ : de quibus si extraheris libras 20, que debent superare, non remanebit unde domum possit tenere per unum annum. Quare extrahantur 20 ex ipsis, remanent  $\frac{2}{5} \frac{4}{5} \frac{3}{5} 5$ ; que multiplica per 360, scilicet per dies unius anni; que per 12 horas, et diuide summam dicte multiplicationis per minutionem sexti anni, uidelicet per  $\frac{2}{5} \frac{0}{5} \frac{2}{5} \frac{4}{5} 24$ . Tamen caue, ne multiplices aliquem dictorum numerorum, cum in aliquo ipsorum debeas postea diuidere, ut in precedenti regula demonstrauimus, exhibunt hore  $\frac{4}{9} 969$ , que sunt dies 80, et hore  $\frac{4}{9} 9$ ; et tot tenuit ipse domum, ultra annos 5.

anni	dies	hore
5	80	$\frac{4}{9} 9$

## XII.6.42

Quod si uerum est, ita cognoscitur: usura de 100 librarum primi anni sunt libre 20; quibus additis cum 100, erunt 120; de quibus extracta pensione, remanent libre 90: cum quibus additis usuris ipsarum, scilicet in secundo anno, faciunt 108; de quibus extracta pensione eiusdem anni, remanent libre 78: quibus usuris tertij anni superadditis, faciunt libras  $\frac{2}{3}$  93; de quibus extracta pensione eiusdem tertij anni, remanent  $\frac{2}{3}$  63; et sic faciendo de quarto, et quinto anno, remanebunt tantum libre  $\frac{2}{3} \frac{4}{5} \frac{2}{5}$  25, de quibus ipse tenuit domum diebus  $\frac{4}{9} \frac{9}{12}$  80, hoc est diebus 80, et horis  $\frac{4}{9} \frac{9}{12}$  9, et remanserunt ex eis libre 20, quas dominus domus reddidit ei. Deinde accipias quanta usura datur de libra 1. In illis diebus  $\frac{4}{9} \frac{9}{12}$  80; quod sic erit uidendum. Multiplica denarios 4, scilicet usuram unius libre in mense per dies  $\frac{4}{9} \frac{9}{12}$  80, et diuide per dies 30, scilicet per mensem, exhibunt denarij  $\frac{2}{3} \frac{6}{9}$  10; quos adde cum libra 1, hoc erunt soldi 20, et denarij  $\frac{4}{2} \frac{8}{9} \frac{6}{9}$  10; et tantum ascendit una libra inter capitale, et usuram in illis  $\frac{4}{9} \frac{9}{12}$  80 diebus; que scilicet  $\frac{1}{2} \frac{5}{9} \frac{6}{9} \frac{10}{12} \frac{6}{20}$  1 multiplica per libras  $\frac{2}{3} \frac{4}{5} \frac{2}{5}$  25, reddunt libre  $\frac{2}{3} \frac{6}{9} \frac{7}{12} \frac{4}{20}$  26; et tantum ascendunt libre ille  $\frac{2}{3} \frac{4}{5} \frac{2}{5}$  25 inter capitale, et proficuum in illis diebus  $\frac{4}{9} \frac{9}{12}$  80: de quibus si extraxeris pensionem, que euenit in illis diebus  $\frac{4}{9} \frac{9}{12}$  80, que est libre  $\frac{2}{3} \frac{6}{9} \frac{7}{12} \frac{14}{20}$ , remanebunt tantum libre 20, secundum quod propositum fuit.

*De eadem domo.*

Et si proponatur, quod quidam prestauit super eandem domum libras 6 ad easdem usuras; et queratur, quantum ipsam domum tenere debeat; sic facies: adde libras 6 cum pensione unius anni, scilicet cum 30, erunt libre 36; quas multiplica per 5, et diuide per 6, exibunt libre 30; et tantum oportet, quod ipse haberet, ut domum tenere posset annum 1; et deinceps remanerent preposite libre 6: et extrahe 6 de 30, remanent 24; que esset minutio eiusdem anni: que multiplica per 6 de proportione superius inuenta, et diuide per 5, exibunt  $\frac{4}{5}$  28; que essent minutio alterius anni, scilicet illius, de quo ipse pro ipsis 6 libris domum tenere debet: quare multiplica 6 per 360 dies, scilicet per annum, et diuide per  $\frac{4}{5}$  28, exibunt dies 75, que sunt menses  $\frac{1}{2}$  2; et tantum tenebit ipse domum pro prescriptis libris 6; et sic poteris de multis alijs similibus operari.

*De homine, qui prestauit ad usuras sine noticia.*

Item quidam prestauit denarios ad easdem usuras nescio quot; et debebat dare per annum pro pensione eiusdem domus libras 30. Tenuit enim domum pro illis denarijs annis 5, et diebus 70. Queritur quantitas illorum denariorum: primum siquidem incipendum est a diebus 70, uidelicet ut uideas pro quo denarijs, 70 diebus domum tenere possit. Eritque ita uidendum: quia usura unius anni est  $\frac{1}{3}$  totius capitalis, oportet multiplicare dies anni per 5, erunt 1800; super quos adde dies prescriptos 70, erunt 1870: ergo in illis diebus 70 de 1800 facit 1870, hoc est quod de 180 facit 187: quare pone 180 super 187 sic:  $\frac{180}{187}$ : deinde uide, quanta sit pensio illorum 70 dierum sic: multiplica 30 per 70, et diuide per 360, proueniunt pro pensione illorum 70 dierum libre  $\frac{3}{6} \frac{5}{5}$ ; quas multiplica per 180, et diuide per 187, exibunt libre  $\frac{115}{187} 5$ : quibus omnibus explicatis, ad regulam uiagiorum hanc poteris assimilari, uidelicet pro 5 annis dicas quinque uiagia. In quibus singulariter de 5 facit 6; et expendit in unoquoque libras 30, scilicet pensionem; et in fine uiagiorum 5, hoc est 5 annorum, remanent ei libre  $\frac{115}{187} 5$ , cum quibus tenebit domum diebus 70: quare ut supra docuimus, scribenda sunt  $\frac{5}{6}$  quinques in ordine sic:  $\frac{5}{6} \frac{5}{6} \frac{5}{6} \frac{5}{6} \frac{5}{6}$ : deinde multiplicabis 6 per 6; que per 6; que per (sic); que per 6, scilicet per omnes numeros, qui sunt sub virgulis, erunt 7776; de quibus accipe  $\frac{5}{6}$ , que sunt 6480; de quibus accipe  $\frac{5}{6}$ , que sunt 5400; de quibus accipe  $\frac{5}{6}$ , que sunt 4500; de quibus accipe  $\frac{5}{6}$ , que sunt 3750; de quibus accipe  $\frac{5}{6}$ , que sunt 3125: deinde adde 6480 cum 5400, et cum 4500, et cum 3750, et cum 3125, erunt 23255; que multiplica per libras 30 pensionis, erunt 697650. Item multiplica 3125 per  $\frac{115}{187} 5$ ; et summam que exierit, adde cum 697650; et coadunatam summam diuide per regulam de 7776, que est  $\frac{1}{6} \frac{1}{6} \frac{1}{6} \frac{1}{6} \frac{1}{6}$ , exibunt libre  $\frac{31}{6} \frac{6}{11} \frac{16}{17} 91$ ; et tanta fuit quantitas denariorum illorum, quos ipse prestauerat.

## XII.6.45

Aliter potes ad hanc eandem quantitatem per regulam uersam deuenire. Verbi gratia : pensionem quinti anni, scilicet 30, adde cum  $\frac{115}{187} 5$ , erunt  $\frac{115}{187} 35$ ; que multiplica per 5, et diuide per 6. Ideo quia de 5 facit 6 in uno quoque anno, exibunt  $\frac{6 \cdot 11}{11 \cdot 17} 29$ . Et hoc est illud, quod remanserat, cum iam domum 4 annis tenuerat. Super que adde pensionem quarti anni, erunt  $\frac{6 \cdot 11}{11 \cdot 17} 50$ ; que multiplica per 5, et diuide per 6, exibunt  $\frac{3 \cdot 12}{11 \cdot 17} 40$ ; et tantum remanserat ei, cum iam domum annis tribus tenuerat. Que adde cum 30, scilicet cum pensione tertij anni, erunt  $\frac{5 \cdot 12}{11 \cdot 17} 70$ ; que multiplica per 5, et diuide per 6, exibunt  $\frac{6 \cdot 7}{11 \cdot 17} 66$ ; et tantum remanserat ei, postquam domum annis 2 tenuerat. Cum quibus adde 30, scilicet pensionem secundi anni, erunt  $\frac{6 \cdot 7}{11 \cdot 17} 96$ ; que multiplica per 5, et diuide per 6, exibunt  $\frac{1 \cdot 3 \cdot 6}{6 \cdot 11 \cdot 17} 80$ ; et tantum remanserat ei, cum iam domum uno anno tenuerat. Que adde cum pensione primi anni, erunt  $\frac{1 \cdot 3 \cdot 6}{6 \cdot 11 \cdot 17} 110$ ; que multiplica per 5, et diuide per 6, exibunt  $\frac{34 \cdot 6 \cdot 16}{66 \cdot 11 \cdot 17} 91$ , que sunt libre 91, et soldi 19, et denarij  $\frac{1 \cdot 6 \cdot 16}{3 \cdot 11 \cdot 17} 5$ ; et tantum prestauerat ipse supra domum, ut superius per aliam regulam inuenimus.

libre prestite		
$\frac{3 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 16}{6 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 17} 91$		

Si similiter libre prestite		
libre	soldi	denarij
91	19	$\frac{1 \cdot 6 \cdot 16}{3 \cdot 11 \cdot 17} 5$

## XII.6.46

### *De eodem.*

Nam si propositum fuerit , quod capitale illius sit libre  $\frac{51}{66} \frac{6}{11} \frac{16}{17}$  91 ; et cum ipsis ad eandem usuram teneret domum annis 5, et diebus 70 ; et quereret annualis pensionis quantitatem. Sic facies : pone, ut pensio sit aliquis numerus , ut dicamus 36. Deinde uide, secundum prescriptum ordinem, dando pro pensione in unoquoque anno libras 36, quantum ei habere oportuerit, ut domum inde ualeat tenere prescriptis annis 5, et diebus 70: quod si bene reperire reperi re (sic) sciueris, reperies, quod eum oportuerit habere libras  $\frac{1}{6} \frac{3}{11} \frac{6}{17}$  110: que si essent  $\frac{51}{66} \frac{6}{11} \frac{16}{17}$  91, utique inuenissemus propositum; hoc est quod pensio annualis esset libre 36: quod cum non sit, cadit regula proportionaliter; hoc est, quod sicuti libre  $\frac{1}{6} \frac{3}{11} \frac{6}{17}$  110 sunt ad libras  $\frac{51}{66} \frac{6}{11} \frac{16}{17}$  91, ita erunt 36 ad quesitam pensionem. Multiplicabis igitur 36 per  $\frac{51}{66} \frac{6}{11} \frac{16}{17}$  91, et diuides per  $\frac{1}{6} \frac{3}{11} \frac{6}{17}$  110, exhibunt pro quesita pensione libre 30, ut supra dictum est.

*De eadem domo.*

Item si proposueris, quod pensio sit libre 30; et tenuit ipse domum annis 5, et diebus 70; et remanerunt ei de hoc, quod prestauerat supra domum, libre 20; et quesierit quantitatem denariorum, quos prestauerat; primum siquidem adde libras 20 cum pensione, que contingit illis diebus 70, scilicet cum libris  $\frac{5}{6}$  5, erunt libre  $\frac{5}{6}$  25; deinde uide quantum ascendat usura in illis diebus 70. In anno quidem ascendit de 5 in 6; ergo in 5 libris lucratur 1 per annum: et cum dies 70 sint  $\frac{7}{18}$  unius anni; ergo in illis diebus 70 libre 5 ascendunt in libras  $\frac{7}{18}$  5, hoc est 180 in 187, ut superius diximus. Quare describes  $\frac{180}{187}$ , et multiplica  $\frac{5}{6}$  25 per 180, et diuide per 187, exibunt libre  $\frac{8 \cdot 14}{11 \cdot 17}$  24; cum quibus adde libras 30, scilicet pensionem quinti anni, erunt libre  $\frac{8 \cdot 14}{11 \cdot 17}$  54: quas multiplica per 5, et diuide per 6, exibunt  $\frac{125}{11 \cdot 17}$  45: cum quibus adde 30, scilicet pensionem quarti anni, erunt libre  $\frac{155}{187}$  45: quas multiplica per 5, et diuide per 6, exibunt libre  $\frac{135}{187}$  45; cum quibus adde pensionem tercij anni, erunt libre  $\frac{119}{187}$  93: quas multiplica per 5, et diuide per 6, exibunt libre  $\frac{1 \cdot 109}{3 \cdot 187}$  77: quibus superadde pensionem secundi anni, uidelicet 30; et multiplica summam per 5, et diuide per 6, exibunt libre  $\frac{21 \cdot 12}{36 \cdot 187}$  89; quibus superadde pensionem primi anni, uidelicet 30; et multiplica summam per 5, et diuide per 6, exibunt libre  $\frac{1 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 12}{3 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 17}$  99; et tantum ipse prestauit supra domum suprascriptam.

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 12}{3 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 17} \cdot 99$$

## XII.6.48

Potes enim hoc idem aliter reperire, uidelicet repertis libris  $\frac{8}{11} \frac{14}{17}$  24 suprascriptis, rediges hanc questionem ad regulam uiagiorum dices: quod quidam fecit uiagia 5, hoc est quod tenuit domum annis 5; et in unoquoque uiagio de 5 faciebat 6, hoc est in uno quoque anno; et inde expendium faciebat librarum 30; hoc est dabat pensionem librarum 30. Et in sine quinque uiagorum, scilicet 5 annorum, remanserunt ei libre  $\frac{8}{11} \frac{14}{17}$  24: quare describende sunt in ordinem  $\frac{5}{6} \frac{5}{6} \frac{5}{6} \frac{5}{6} \frac{5}{6}$ ; et deinceps operaberis, sicut superius fuisti operatus; et reperies prescriptas libras  $\frac{4}{3} \frac{20}{66} \frac{4}{11} \frac{12}{17}$  99.

*De eadem domo.*

Rvrsum capitale, quod ipse prestauit supra domum, sit libre  $\frac{1}{3} \frac{20}{66} \frac{1}{11} \frac{12}{17}$  99; et tenuit cum ipso domum annis 5, et dies 70, et remanserunt ei libre 20; et quota sit pensio ignoraueris; sic facies. Vide quantum erit illa capitalis quantitas, cum qua faciendo dictum lucrum de anno in annum, in fine dictorum quinque annorum, et dierum 70 proueniat in libris 20, que remanere proponuntur in fine dicti termini; quod sic erit uidendum. Quia in illis 70 diebus de 180 facit 187, pone  $\frac{180}{187}$ ; ante quas pro quinque annis pone quinquies  $\frac{5}{6}$  in hunc modum;  $\frac{5}{6} \frac{5}{6} \frac{5}{6} \frac{5}{6} \frac{5}{6} \frac{180}{187}$ ; et multiplicata 5 per 5; que per 5; que per 5; que per 5; que per 180, que sunt supra uirgas; que per libras 20; et summam, que euenerit, diuide per  $\frac{1}{6} \frac{0}{6} \frac{0}{6} \frac{0}{6} \frac{0}{6} \frac{0}{187}$ , exibunt  $\frac{1}{6} \frac{2}{6} \frac{1}{6} \frac{3}{11} \frac{12}{17}$  7; et tanta erit illa quantitas. Quem numerum extrahe de  $\frac{1}{3} \frac{20}{66} \frac{1}{11} \frac{12}{17}$  99, remanent  $\frac{5}{6} \frac{1}{6} \frac{6}{11} \frac{16}{17}$  91; et hec est illa quantitas, cum qua, et cum eius usuris persoluitur pensio, et nichil inde in fine remanet: quo facto, pone ut pensio sit 36, ut superius fecimus; et vide cum pensio fuerit 36; quantum erit capitale, cum quo possit tenere domum prescriptis annis 5, et diebus 70; eruntque  $\frac{1}{6} \frac{2}{11} \frac{6}{17}$  110: que cum uellent esse  $\frac{5}{6} \frac{1}{6} \frac{6}{11} \frac{16}{17}$  91, multiplicabis  $\frac{5}{6} \frac{1}{6} \frac{6}{11} \frac{16}{17}$  91 per 36, et diuide per  $\frac{1}{6} \frac{2}{11} \frac{6}{17}$  110, exibunt libre 30 pro quesita pensione, ut in tercia precedenti questione demonstrauimus.

*Aliter de domo.*

Iterum pensio sit libre 30; et quidam prestauit super eandem domum ad easdem usuras tantum quod tenuit domum annis 5, et diebus 70; et in fine suum ei remansit capitale: quia de omnibus 5, quos ipse habuit in suo capitali, faciebat 6 per singulum annum; ergo in omnibus 5 lucratur 4; ergo in quinquies 30, scilicet in 150 lucratur 30, uidelicet pensionem; et tantum habuit ipse. Verum si lucrum uarie de anno in annum proponeretur, alia indigeret regula, uidelicet ut primum pro diebus 70, in quibus de 180 facit 187, ponatur  $\frac{180}{187}$ ; deinde ante ipsas ponatur in ordinem quinquies  $\frac{5}{6}$ , sicut superius diximus: deinde multiplicabis 5 per 5; que per 5; que per 5; que per 180, que sunt super uirgis; et summam, que euenerit, extrahes ex multiplicatione omnium numerorum, que sunt sub uirgis; et summam, que remanserit, diuides per multiplicationem de  $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{11} \cdot \frac{16}{17} = 1$  in numero, qui exierit ex multiplicatione omnium numerorum existentium sub uirgulis in seipsis; et similiter habebis libras 150.

*De domo.*

Iterum capitale sit 450; et lucrum sit, ut supra; et queratur pensionis quantitas. Cum itaque suum capitale ei in fine dictorum annorum proponatur remanere; et semper  $\frac{1}{5}$  sui capitalis ipse lucretur, accipe quintam de 450, que est 90; et habeas ea pro quiesita pensione.

pensio
90

## XII.6.52

*Aliter de eadem domo.*

Rvrsum lucrum sit idem, et pensio sit eadem; et in fine dictorum annorum, et dierum 70, libras 36, ultra suum capitale, ei remansisse proponimus: primum quidem inueniende sunt suprascripte libre 150, cum quibus lucratur pensionem; quibus repertis, uide, ex quo capitali libras 36 lucrari possit: describantur in ordinem  $\frac{130}{487} \frac{5}{6} \frac{5}{6} \frac{5}{6} \frac{5}{6}$ , et multiplicentur omnes numeri, qui sunt super uirgulis, erunt 562500; que extrahe de multiplicatione omnium numerorum, qui sunt sub uirgulis, uidelicet de 454412, remanent 891612; in quorum regula diuide multiplicationem de 562500 in 36, que debent superare super suum capitale, exhibunt libre  $\frac{1}{2} \frac{7}{4} \frac{6}{7} \frac{2}{6} \frac{6}{7} 22$ ; quas adde cum 150, erunt  $\frac{1}{2} \frac{7}{4} \frac{6}{7} \frac{2}{6} \frac{6}{7} 172$ ; et tantum habuit ipse.

Capitalis pretitus

$\frac{1}{2} \frac{7}{4} \frac{6}{7} \frac{2}{6} \frac{6}{7} 172$

## XI.6.53

Iterum ponatur, quod capitale ipsius sit  $\frac{1}{2} \frac{7}{4} \frac{6}{7} \frac{2}{6} \frac{6}{7}$  172, et lucrum sit idem; et in fine lucretur libras 36; et quota sit pensio iguoretur. Reperias quidem, secundum quod modo docuimus, ipsum  $\frac{1}{2} \frac{7}{4} \frac{6}{7} \frac{2}{6} \frac{6}{7}$  22, cum quibus lucratur in illis 5 annis, et diebus 70 illas libras 36, que in fine ei preponuntur ultra suum capitale remanere; que extra-hantur de  $\frac{1}{2} \frac{7}{4} \frac{6}{7} \frac{2}{6} \frac{6}{7}$  172, remanent 150; de quibus accipiatur quinta pars; ideo quia per singulum annum quintam sui capitalis lucrari proponitur, exibunt 30 pro quesita pensione.

*De milite recepturo pro suo feudo bizanti .ccc.*

Quidam miles erat recepturus a quodam rege causa sui feudi in unoquoque anno bizantios 300; et persoluebantur ei in .iiiij.<sup>er</sup> pagas; et in unaquaque accipiebat bizantios 75, hoc est paga de tribus mensibus. Qui cum necessitate cogeretur, rogauit quemdam diuitem, ut commodaret sibi tot bizantios ad usuras, pro quibus ipse diues acciperet illos bizantios 300, excomputando bizantios 75 uniuscuiusque page, de paga uidelicet in pagam, de capitali et proficuo. Qui acquiescens i uoluntati ipsius, prestauit ei ipsos bizantios ad proficuum duorum bizantiorum per centenarium in uno quoque mense. Queritur, quot bizantios ipse in prestantiam accepit. Primum quidem studeas hanc questionem ad uiagiorum regulam redigere; que sic redigitur: quia in uno quoque mense lucrum 100 bizantiorum est bizantij 2; ergo lucrum centenarij est bizantij 6 in tribus mensibus, scilicet in termino uniuscuiusque page: ergo in unaquaque paga de bizantijs 100 facit 106, hoc est de 50 facit 53: et quia page sunt .iiiij.<sup>er</sup>; .iiiij.<sup>er</sup> uiagiorum similitudinem gerunt: et quia paga est bizantij 75, habeantur ipsi pro expendio uniuscuiusque uiagij. Deinde quia de 50 facit 53, pone  $\frac{50}{53}$  quater pro .iiiij.<sup>er</sup> pagis sic:  $\frac{50}{53} \frac{50}{53} \frac{50}{53} \frac{50}{53}$ ; et multiplica 50, que sunt super prima uirga, per 53, que sunt sub secunda; que per 53, que sunt sub tercia; que per 53, que sunt sub quarta, erunt 7443850. Item multiplica eandem 50 per 50 secunde uirge; que per 53 tercie; que per 53 quarte, erunt 7022500. Iterum multiplica primam 50 per secundam; que per tertiam, erunt 125000; que per 53, que sunt sub quarta uirga, erunt 6625000. Rursum multiplica 50 per 50; que per 50; que per 50, scilicet ea, que sunt super uirgulis, erunt 6250000: que adde cum reliquis tribus modo inuentis numeris, erunt 27341350; que multiplica per 75, erunt 2050601250; que diuide per  $\frac{4}{53} \frac{0}{53} \frac{0}{53} \frac{0}{53}$ , exibunt  $\frac{23}{53} \frac{6}{53} \frac{12}{53} \frac{16}{53} 259$ ; et tot fuerunt bizanthij, quos accepit in prestantia.

bizanthij recepti
-------------------

$\frac{33}{53} \frac{6}{53} \frac{42}{53} \frac{46}{53} 259$
--

*De illo, qui hedificauit palacium.*

Qvidam uolens construere palatum, petijt magistrum, cum quo fecit conuentionem de septem bizantijs in mense: expleto quidem mense debebat esse persolutus. Predictus magister erat pauperculus; supplicauit illi domino operis, ut mutuaret sibi bizantios  $\frac{1}{1}$  pro suis necessarijs. Qui Respondit. Libenter. Sed tali ratione, quod de 60 reddas  $\frac{1}{1}$  in mense, secundum quod accidet de  $\frac{1}{1}$  bizanthijs; et in fine mensis extrahes tuum pretium, scilicet bizantios  $\frac{7}{7}$ ; et quod remanserit, morabitur cum eadem usura, donec lucraberis reliquos. Magister uero professus fuit, quod dominus asseruit, et laborauit opus duobus mensibus. Queritur, quantum dominus operis debebat superaddere prefato magistro: hec regula, secundum regulam prime domus, est operanda; uidelicet ut superponantur usure unius mensis illorum  $\frac{1}{1}$  bizantiorum super ipsos, erunt  $\frac{11}{60} \frac{11}{11}$ ; de quibus discomptentur bizantij  $\frac{7}{7}$ , scilicet pretium illius de uno mense, remanent bizantij  $\frac{11}{60} \frac{4}{4}$ ; quibus extractis de  $\frac{11}{11}$ , remanent  $\frac{19}{60} \frac{6}{6}$ , qui sunt minutio capitalis primi mensis: quem multiplicata per  $61$ , et diuide per  $60$ ; ideo quia de  $60$  facit  $61$ , exibunt bizantij  $\frac{10}{60} \frac{8}{10} \frac{9}{10} \frac{6}{6}$ , qui sunt minutio secundi mensis. In quibus studeas diuidere multiplicationem de bizanthijs  $\frac{11}{60}$  in  $30$ , uidelicet in diebus mensis, exibunt dies  $\frac{34}{61} \frac{13}{409} \frac{18}{18}$ . In quibus, et in uno mense expleuit opus, quod debebat magister ipse pro ipsis bizantijs  $\frac{11}{11}$  operari: quare extrahantur ipsi de duobus mensibus, remanent dies  $\frac{49}{61} \frac{316}{409} \frac{11}{11}$ ; de quibus ipse magister recepturus erat suum pretium, quod illis diebus ei contigit: quod si reperire uolueris, multiplicata ipsos dies  $\frac{49}{61} \frac{316}{409} \frac{11}{11}$  per pretium mensis, scilicet per  $\frac{7}{7}$ , et diuide per  $30$ , scilicet per dies mensis, exibunt bizantij  $\frac{49}{61} \frac{316}{409} \frac{2}{2}$ ; et tantum erat ille recepturus in illis duobus mensibus, ultra illos  $\frac{11}{11}$  bizantios, quos primum habuerat.

bizantij

 $\frac{49}{61} \frac{316}{409} \frac{2}{2}$

## XII.6.56

### *De codem.*

Si dicatur, quod ipse magister laborauit super illis u[er]o bizantijs tantum, quod dominus operis erat ei datus | bizantios 4, multiplica 4 per dies 30, erunt 120; que diuide per 7, exibunt dies  $\frac{4}{7}$  17; quos adde cum mense 1, et diebus  $\frac{34 - 14}{61 - 409}$  18, erunt dies  $\frac{4 - 60 + 102}{7 - 61 - 409}$  65; et tantum laborauit ipse.

die,
$\frac{4 - 60 + 102}{7 - 61 - 409}$ 65

*De duobus hominibus, qui habuerunt societatem in constantinopoli.*

Dvo homines pariter in constantinopolim habuerunt insimul societatem; quorum unus perrexit alexandriam negotiandi causa, et tulit secum de comuni hentica quantum libuit; stetitque ibi annis 5, et diebus 70, et lucrabatur quintam sui capitalis in uno quoque anno, et inde expendebat per annum bizantios 25. Alius qui remanserat constantinopolim lucrabatur in uno quoque anno septimam sui capitalis; et inde expendebat bizantios 37. In fine autem dictorum 5 annorum, et 70 dierum, cum socijs (*sic*) eius fuisset reuersus, nil ei remansit; et socius eius lucratus fuit in suprascripto termino quantum a principio socio suo remanserat. Queritur, quantum unusquisque habuit de eorum hentica comuni. In hac questione due uiagiorum regule, uel domus competenter possunt intelligi: prima quidem de ipso, qui constantinopolim remanserat, cum in unoquoque anno septimum sui capitalis lucraretur, talis est ac si diceretur, quod de 7 faciebat 8; pro 5 enim annis, et diebus 70, uiagij 5, et  $\frac{70}{360}$  unius uiagij intelligitur. Et expendium unius cuiusque anni, quod faciebat, scilicet bizantij 37, est tantum, quantum si dices, quod in uno quoque uiagio ipsos expenderet; uel quod in uno quoque anno ex computabat ipsos pro pensione domus: et cum ei nil remansisse proponatur, incipendum est, secundum regulam domus, ab illis 70 diebus, uidelicet ut inuenias de quanto capitali potuit facere expendium, quod in illis 70 diebus fecerat; quod sic inuenire per regulam domus docuimus: scilicet quia cum in anno de 7 facit 8; ergo in diebus 70 de 7 facit  $\frac{7}{360} \cdot 7$  unius bizantij, cum ipsi 70 dies sint  $\frac{7}{36}$  unius anni: ergo de 252 facit 259, hoc est quod de 36 facit 37. Quare describendi sunt  $\frac{36}{37}$ ; deinde uideas quantum expendium accidit illis diebus 70. Multiplica enim expendium anni, scilicet 37, per dies 70; et diuide per 360, exibunt bizanti  $\frac{36}{37} \cdot 7$ ; et tantum est expendium 70 dierum; quod multiplica per 36, que sunt super 37; et diuide per ipsa 37, exibunt bizanti 7; et tantum habuit ipse post moram quinque annorum.

Deinde ex anno in

annum usque quod ad caput primi anni deuenies, sicuti in domus regula fecimus, studias operari; uidelicet ut cum repertis modo septem bizanthijs addas expendium quinti anni, scilicet 37, erunt 44; que multiplicata per 7, et diuide per 8; ideo quia de 7 facit 8, exibunt  $\frac{1}{2}$  38; et tantum remanserat ei, cum iam .iiiij.<sup>or</sup> transierant anni: super quos adde expendium quarti anni, scilicet 37, erunt bizantij  $\frac{1}{2}$  75; que multiplicata per 7, et diuide per 8, exibunt bizantij  $\frac{10}{28}$  60; et tantum remansit ei post triennium: cum quibus adde expendium tertij anni, uidelicet 37, erunt  $\frac{10}{28}$  103; que multiplicata per 7, et diuide per 8, exibunt bizantij  $\frac{13}{28}$  90; et tantum remansit ei post biennium: cum quibus additis bizantijs 37, quos expenderat in secundo anno, erunt  $\frac{13}{28}$  125; que multiplicata per 7, et diuide per 8, exibunt bizantij  $\frac{10}{28}$  111; et hoc est quod remanserat ei post expendium primi: cum quibus additis bizantijs 37, scilicet ipsius anni expendium, erant bizantij  $\frac{10}{28}$  148; quos multiplicata per 7, et diuide per 8; que multiplicatio sic fit: protrahes uirgam, sub qua sint 2, et 8, et 8, et 8, sicuti sunt sub uirga numeri, quem multiplicare uis per 7; sub qua etiam ex parte dextra pones 8, scilicet diuisorem, et multiplicabis 7 per 1, quod est super 2, et erunt 7; que diuides per eadem 2, exibunt 3, et remanet 1: pone remanens 1 super 2, et 3 serua in manu; et multiplicata 7 per 0, quod est super 8, ueniet 0, quod adde cum 3 seruatis, erunt 3; que diuides per 8, qui inter diuisores octonarios est primus diuisor, exhibet 0, et remanent 3: pone 3 super ipsa 8, et multiplicata 7 per 2, que sunt super secundum octonarium, erunt 14; quibus diuisis per eadem 8, exiit 1, et remanent 6: pone 6 super 8, qui inter diuisores octonarios est secundus, et reserua 1; et multiplicata 7 per 2, que sunt super 8 in ultimo uirge, erunt 14; cum quibus adde unum seruatum, erunt 15; que diuide per penultima 8 uirge seruate, exhibet 1, et remanent 7: pone 7 super ipsa 8, et serua 1; quod adde multiplicationi de 7 in 148, erunt 1037; que diuide per 8, que sunt ultima sub uirga protracta, exibunt bizantij  $\frac{1367}{2888}$  129; et tantum habuit de comuni hentica ipse, qui constantinopolim remanserat.

cedendum est ad eum, qui alexandriam perrexerat; quod secundum viagiorum uel dominus regulam oportet operari, scilicet per eam, in qua preponitur de ipso, qui tenuerat domum annis 5, et diebus 70; et super ipsius capitale lucratus fuit in finem bizantios  $\frac{1}{2} \frac{3}{8} \frac{6}{8} \frac{7}{8} \frac{3}{8}$  129, uidelicet eos, qui remanserunt ei, qui constantinopolim permanserat: que sic superius esse operanda demonstrauimus, uidelicet ut primum inueniatur de quantis bizanthijs potest tantum proficuum habere, unde possit de proficuo facere expendium; et ipsi in finem non comminuantur; qui sic inuenientur. Accipe bizantios 25, qui sunt expendium, et multiplica eos per 5. Ideo quia lucrabatur  $\frac{1}{5}$  sui capitalis, erunt 125; de quorum lucro potes facere expendium; et in fine non comminuentur. Deinde quia de 5 facit 6, scribende sunt  $\frac{5}{6}$  quinquies propter annos 5 sic :  $\frac{5}{6} \frac{5}{6} \frac{5}{6} \frac{5}{6} \frac{5}{6}$ . Rursum quoniam in uno quoque anno de 5 facit 6; ergo in diebus 70 de 5 facit  $\frac{7}{6} 5$ , hoc est, quod de 180 facit 187: quare ponenda sunt 180 super 187, et describenda in ordine cum alijs  $\frac{5}{6}$  sic :  $\frac{180}{187} \frac{5}{6} \frac{5}{6} \frac{5}{6} \frac{5}{6} \frac{5}{6}$ : deinde multiplica omnes numeros, qui sunt super uirgulis, erunt 562500, que habeantur loco capitalis; que extrahe ex multiplicatione numerorum, qui sunt sub uirgulis, que est 1454112, que habentur loco capitalis, et lucri, remanent 897612 pro lucro: in quorum regula diuide multiplicationem de 5625 in  $\frac{1}{2} \frac{3}{8} \frac{6}{8} \frac{7}{8} \frac{3}{8}$  129, scilicet in capitale ipsius, qui constantinopolim remanserat, exhibunt bizanti  $\frac{1}{2} \frac{7}{8} \frac{4}{8} \frac{4}{8} \frac{2}{8} \frac{1}{8} \frac{6}{7} \frac{9}{7}$  81, qui sunt bizantij; cum quibus ipse absque expendio lucratus fuerit bizantios, qui remanserunt, qui constantinopolim remanserat: cum quibus adde 125, cum quibus toturi expendium lucrabatur, erunt bizantij  $\frac{1}{2} \frac{7}{8} \frac{1}{8} \frac{4}{8} \frac{0}{8} \frac{2}{8} \frac{1}{8} \frac{1}{8} \frac{6}{7} \frac{9}{7}$  206; et tantum portauit de communi hentica ipse, qui in alexandriam perrexerat.

Bizantij illius qui iuit ad alexandriam

$\frac{1}{2} \frac{7}{8} \frac{1}{8} \frac{4}{8} \frac{0}{8} \frac{2}{8} \frac{1}{8} \frac{1}{8} \frac{6}{7} \frac{9}{7}$  206