



Liber abaci

CAPITOLUM DUODECIMUM

pars I

pars II

pars III

pars IV

pars V

pars VI

pars VII

pars VIII

pars IX

PARS QUINTA

XII.5.1

Incipit pars quinta de emptione equorum inter consocios secundum datam proportionem.

Duo homines bizanthios habentes inuenierunt equum equum (*sic*) ad uendendum; quem cum ipsi emere uoluissent, primus dixit secundo. Si dares mihi $\frac{1}{2}$ tuorum bizanthiorum, haberem pretium equi. Cui alter petijt $\frac{1}{4}$ suorum bizantiorum, et equi similiter pretium habere proposuit. Queritur pretium equi, et bizantios uniuscuiusque: pone in ordinem $\frac{1}{1} \frac{1}{2}$; et extrahe 1, quod est super 3 ex ipsis 3, remanent 2; que multiplica per 4, erunt bizantij 8; et tot habuit primus. Item 1, quod est super 4, extracto ex ipsis 4, remanent 3; que multiplica per 3, reddunt bizantios 9; et tot habuit alter. Rursus multiplica 3 per 4, erunt 12; de quibus tolle 1, quod exijt ex multiplicatione de 1, quod est super 3, in 1, quod est super 4, remanent bizantij 11 pro pretio equi: procedit enim hec regula ex regula proportionum, scilicet ex inuentione proportionis bizanthiorum unius ad bizantios alterius; que proportio inuenitur sic.

XII.5.2

*Inuentio proportionis et bizantiorum unius ad bizantios alterius;
ex qua proportione procedit regulam suprascriptam (sic).*

Quoniam primus cum $\frac{4}{3}$ bizanthiorum secundi habet quantum secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum primi. Si comuniter auferatur $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi remanebit primus equalis duobus tercijs bizanthiorum secundi, et $\frac{4}{7}$ bizantiorum sui. Item si auferatur comuniter $\frac{1}{4}$ bizantiorum primi, remanebunt $\frac{3}{4}$ bizantiorum primi quantum $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi. Vnde reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{3}{4}$ unius sit $\frac{2}{3}$ alterius. Multiplicabis ergo 4, que sunt sub uirgula de $\frac{3}{4}$ per 2, que sunt super uirgulam de $\frac{2}{3}$, erunt 8; et hoc est quod superius multiplicauimus 2, scilicet 4, extracto de 3, per 4; et habuimus pro bizantijs primi hominis 8. Item ut habeas alium numerum, multiplicanda sunt 3, que sunt sub uirgula de $\frac{2}{1}$, per 3, que sunt super uirgulam de $\frac{3}{4}$, erunt 9; et hoc est quod fecimus superius, cum extraximus 1 de 4; et residuum, scilicet 3, multiplicauimus per 3, et habnimus 9 pro bizantijs secundi hominis.

8	9
$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$

Vel aliter, ut possimus demonstrare inuentionem pretij equi: quia 8 et 9 sunt numeri, quorum $\frac{2}{3}$ unius sunt $\frac{2}{3}$ alterius; redigantur ipsa 8, et 9 in partes alicuius numeri, ut acceptis ipsis partibus ex numero illo, habeamus bizantios uniuscuiusque: redigantur enim in partes de 12, cum $\frac{1}{4} \frac{1}{3}$ reperiantur in ipsis. Sunt enim 8 de 12 due tercie, et 9 tres quarte. Vnde primus homo habet $\frac{2}{3}$ ex quo quis numero; et secundus habebit $\frac{3}{4}$ eiusdem numeri: sitque numerus ille 12; de quibus si acceperis $\frac{2}{3} \frac{2}{3}$, habebimus bizantios illorum. Accepimus enim superius $\frac{2}{3}$ de 12 cum dempto de 3, scilicet 2, multiplicauimus per 4. Sunt enim 2 de 3 due tercie: multiplicatis quidem 2 per aliquem numerum, numerus qui exierit ex multiplicatione, erit $\frac{2}{3}$ ex numero, qui procreabatur ex multiplicatione de 3 in ipso numero, in quo multiplicata fuerint 2. Vnde multiplicatio de 2 in 4, scilicet 8, est $\frac{2}{3}$ multiplicationis de 3 in 4, scilicet de 12. Similiter accepimus $\frac{2}{3}$ de 12, cum dempto de 4, scilicet 3 multiplicauimus per 3: deinde quia primus habet $\frac{2}{3}$ alicuius numeri, ex quo alias habet $\frac{3}{4}$; et ad emendum equum, primus petit secundo $\frac{1}{3}$ suorum bizanthiorum; ergo petit $\frac{1}{3}$ de $\frac{2}{3}$ illius numeri, de quo secundus homo habet $\frac{2}{3}$. Nam $\frac{1}{3}$ de $\frac{2}{3}$ ipsius numeri est $\frac{1}{4}$ eiusdem numeri: ergo primus petit secundo $\frac{1}{4}$ ipsius numeri, de quo ipse habet $\frac{2}{3}$: quo habito, habebit primus $\frac{1}{4} \frac{2}{3}$ ipsius numeri, de quo ipse habet $\frac{2}{3}$. Nam $\frac{1}{4} \frac{2}{3}$ ipsius numeri est $\frac{11}{12}$ eiusdem numeri. Et quia cum primus habeat $\frac{1}{4} \frac{2}{3}$, scilicet $\frac{11}{12}$ ipsius numeri, de quo ipse habet $\frac{2}{3}$, et habeat pretium equi; ergo $\frac{11}{12}$ ipsius numeri est pretium equi: habet primus $\frac{2}{3}$ de 12, scilicet 8; et secundus $\frac{3}{4}$, scilicet 9; et pretium equi est $\frac{11}{12}$ de 12, scilicet 11. Vnde cum superius de multiplicatione de 3 in 4 extraximus multiplicationem de 4 in 1, tunc remanserunt $\frac{11}{12}$ de numero; ex quibus primus habet $\frac{2}{3}$, et secundus $\frac{3}{4}$, scilicet de 12: per hanc enim proportionum regulam, multe alie diuerse questiones solvi possunt, ut in sequentibus demonstrabimus.

primus	
S	
Secundus	
9	
pretium	
11	

XII.5.4

Aliter cum premium equi sit certa quantitas.

Et si proponatur, quod pretium equi sit bizantij 15. Inuenies primum bizantios 8 primi hominis, et 9 secundi, et 11 equi; et multiplicabis singulariter 8 et 9 per 15, et diuides singulariter per 11; et inuenies, primum hominem habere $\frac{10}{11}$ 10; secundum bizantios $\frac{3}{11}$ 12.

11	9	8
	/	/

Primum	$\frac{10}{11}$	10
Secundus	$\frac{9}{11}$	9
tertius	$\frac{8}{11}$	8
quartus	$\frac{11}{11}$	11

De emptione equi inter tres homines, cum unus petat alteri tantum per ordinem.

Item homines sint tres; et primus petat secundo $\frac{1}{3}$ suorum bizanthiorum. Et secundus petat tercio quartam; et tertius primo quintam. Et proponat unusquisque ipsum emere equum: positis petitionibus ipsorum sic : $\frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5}$, extrahe 1 de 3, remanent 2; que 2 multiplica per 4, que sunt sub alia uirgula, erunt 8: super que adde multiplicationem de 1, quod est super 3, in uno, quod est super 4, erunt 9; que multiplica per 5, que sunt sub alia uirgula, erunt bizantij 45; et tot habuit primus. Item extrahe 1, quod est super 4, ex ipsis 4, remanent 3; que multiplica per 5, et superadde multiplicationem de 1, quod est super 4, in 1, quod est super 5, erunt 16; que multiplica per 3 de prima uirgula, erunt 48; et tot habuit secundus. Rursus extrahe 1, quod est super 5, ex ipsis 5, remanent 4; que multiplica per 3 prime uirgule; et superadde 1 multiplicationem de 1, quod est super 5; in 1, quod est super 3, erunt 13; que multiplica per 4, erunt 52; et tot bizantios habuit tertius. Item multiplica numeros, qui sunt sub uirgulis, scilicet 3 per 4; que per 5, erunt 60: super que, cum homines sint impares, adde multiplicationem de 1, quod est super 3, in 1, quod est super 4; quam multiplicatam per 1, quod est super 5; que multiplicatio facit tantum 1, erunt 61; et tot bizantios ualuit equus. Nam, si homines essent pares, extraheres multiplicationem numerorum, qui sunt super uirgulas, ex multiplicatione numerorum, qui sunt sub uirgulis, ut in antecedente questione fecimus: procedit enim hec ex proportionis regula sic.

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$
---------------	---------------	---------------

primus	45
secundus	48
tertius	52
equus	61

*Inuentio proportionis, quam habet primus ad secundum,
ex qua portione procedit regula suprascripta.*

Quoniam primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi; et secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum terciij; et tercius cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi, habent tantum pretium equi; ergo primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, habuit quantum secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum terciij; et quantum tercius cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi: et quia primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi habet quantum secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum terciij. Si communiter auferatur $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, habebit primus quantum $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et quantum $\frac{1}{4}$ bizantiorum terciij. Item quia secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum terciij habet quantum tercius cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi; si communiter auferatur $\frac{1}{4}$ bizantiorum terciij, habebit secundus homo quantum $\frac{3}{4}$ bizantiorum terciij; et quantum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi. Rursus quia tercius homo cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi habet quantum primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi; si communiter auferatur $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi, remanet tercius homo equalis $\frac{4}{5}$ de bizantijs primi, et de $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi. Sed demonstratum est, quod primus homo habet $\frac{2}{3}$ de bizantijs secundi, et quartam de bizantijs terciij. Nunc ostendendum est, que pars sit bizantij primi de bizantijs secundi tantum; que ostenduntur sic: quoniam tercius homo habet $\frac{4}{5}$ de bizantijs primi, et $\frac{1}{3}$ de bizantijs secundi; quarta pars de bizantijs terciij est $\frac{1}{4}$ de $\frac{4}{5}$ de bizantijs primi, et de $\frac{1}{3}$ de bizantijs secundi. Quarta uero pars de $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi est $\frac{1}{3}$ bizantiorum primi; et quarta pars de $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi est $\frac{1}{12}$ bizantiorum secundi: ergo quarta pars bizantiorum terciij (sic) $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{12}$ bizantiorum secundi: ergo primus habet $\frac{1}{12}$ $\frac{2}{3}$, scilicet $\frac{2}{4}$, bizantiorum secundi, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum suorum; cum habeat $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum terciij. Et quia bizantij primi hominis sunt $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum suorum; si communiter auferatur $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi, remanebunt $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi, quantum $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi. Quare reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{1}{5}$ unius sint $\frac{2}{3}$ alterius, erunt 15, et 16. Nam $\frac{2}{3}$ de 15 sunt quantum $\frac{3}{4}$ de 16; ergo in qua proportione est 15 ad 16, in eadem proportione sunt bizantij primi hominis ad bizantios secundi.

XII.5.7

Deinde inuenienda est proportio bizantiorum primi ad bizantios tercij; quam proportionem inuenies sic. Quia primus, ut prediximus, habet $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij. Videas de $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, que pars sit de bizantijs tercij, et primi hominis. Omnes enim bizantij secundi hominis sunt $\frac{3}{4}$ bizantiorum tercij, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi. Quare $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi sunt $\frac{1}{2}$ bizantiorum tercij, et $\frac{2}{15}$ bizantiorum primi. Quare ergo bizantij primi hominis sunt $\frac{1}{4} \frac{1}{2}$, scilicet $\frac{3}{4}$ bizantiorum tercij, et $\frac{2}{15}$ bizantiorum suorum. Quare si comuniter auferantur $\frac{2}{15}$ bizantiorum primi, remanebunt $\frac{13}{15}$, scilicet bizantij primi, quantum $\frac{3}{4}$ bizantiorum tercij: ergo reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{13}{15}$ unius sint $\frac{3}{4}$ alterius; erunt 45, et 52: ergo in qua proportione sunt 45 ad 52, in eadem proportione sunt bizantij primi hominis ad bizantios tercij. Et quia proportio bizanthiorum primi ad bizantios secundi est sicut 15 ad 16; eritque similiter proportio primi hominis ad secundum, sicut est triplum de 45, scilicet 45, ad triplum de 16, scilicet ad 48: ergo si primus habet 45, et secundus habet 48, et tertius 52

et quia bizantij primi hominis, scilicet 45, sunt $\frac{3}{4}$ de 60, in quo reperiuntur petitiones ipsorum, scilicet $\frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{3}$. Ideo accepimus superius $\frac{3}{4}$ de 60, cum habuimus bizantios primi hominis; quam acceptationem accepimus sic: extraximus 1 de 3; et 2 que remanserunt, multiplicauimus per 4, et habuimus 8: quare accepimus tunc $\frac{2}{3}$ de 12, que oriuntur ex multiplicatione de 3 in 4. Et cum super 8 iuneximus multiplicationem de $\frac{1}{3}$ in $\frac{1}{4}$; scilicet cum multiplicauimus 1, quod est super 3, per 4, quod est super 4; | tunc habuimus $\frac{1}{12} \frac{2}{3}$, scilicet $\frac{2}{3}$ de 12; que $\frac{2}{3}$ fuerunt 9: que 9 cum multiplicauimus per 5, habuimus $\frac{3}{4}$ de 60, scilicet 45, scilicet ex numero, qui procreatur ex multiplicatione de 12 in 5; ex quibus 12 fuerunt 9, ut diximus $\frac{3}{4}$. Similiter cum habuimus superius bizanthios secundi hominis, multiplicauimus 4, extracto de 4, scilicet 3 per 5; et superaddidimus multiplicationem de 1, quod est super 4, in 1, quod est super 5; et sic habuimus 16 pro $\frac{1}{3}$ de 20; que 20 oriuntur ex multiplicatione de 4 in 5, que sunt sub uirgulis: que 16, cum multiplicauimus per 3, accepimus $\frac{4}{3}$ ex numero, qui oritur ex 20 suprascriptis in 3, scilicet de 60; quia bizantij secundi hominis sunt $\frac{4}{3}$ de cisdem 60.

XII.5.9

Eademque ratione, cum inuenimus superius bizantios tercij hominis, accepimus $\frac{1}{5}$ de 60, sicut bizantij 52 sunt $\frac{12}{15}$ de eisdem 60. Et quia primus habet $\frac{3}{4}$ de 60; et secundus habet $\frac{4}{5}$ de 60; et primus petit secundo $\frac{1}{3}$ suorum bizantiorum; ergo petit ei $\frac{1}{3}$ de $\frac{4}{5}$ de 60, scilicet $\frac{1}{15} \frac{1}{5}$ de 60: qua petitione, scilicet $\frac{1}{15} \frac{1}{5}$ addita cum $\frac{3}{4}$ de 60 primi hominis, reddit pro pretio equi $\frac{1}{15} \frac{1}{5} \frac{1}{4}$ de 60; que partes sunt $\frac{1}{60}$ de 60, plus ex ipsis 60: et ideo superius super 60, que exeunt ex multiplicationibus numerorum, qui sunt sub uirgulis, scilicet de 3 in 4; que in 5, addidimus multiplicationem numerorum, qui sunt super uirgulas, scilicet de 1, in 1; quam in 1; ex qua multiplicatione exiit tantum 1, scilicet $\frac{1}{60}$ de 60; et sic habuimus pretium equi, ut prediximus.

XII.5.10

Ex huius regule consideratione quedam alia oritur questio, uidelicet de homine, qui habuit ziros 3; quorum primus tenet $\frac{2}{3}$ secundi, et $\frac{1}{4}$ tertij, sicut superius inuenimus, primum hominem habere. Et secundus tenet $\frac{2}{1}$ tertij ziri, et $\frac{1}{5}$ primi, sicut secundus homo habet; et tercius zirus tenet $\frac{4}{5}$ primi ziri, et $\frac{1}{3}$ secundi, sicut tercius homo habet. Vnde primus zirus tenet media 45; secundus 48; tercius 52, ut pro bizantijs trium hominum inuenti sunt.

XII.5.11

Alia questio de tribus hominibus secundum suprascriptum modum.

Item si primus petat secundo $\frac{2}{3}$ suorum. Et secundus petat tercio homini $\frac{4}{7}$ suorum; et tertius querat primo $\frac{5}{9}$: in hac enim positione similiter est operandum, scilicet ut describantur petitiones eorum in ordinem, sicut in margine cernitur. Deinde extrahantur 2, que sunt super 3, ex ipsis 3, remanet 1; quod multiplicetur per 7, et addatur multiplicatio de eisdem 2 per 4, erunt 15; que multiplicantur per 9, erunt 135; et tot bizantios habuit primus. Item extrahantur 4 de 7, remanent 3; qui multiplicetur per 9, et superaddatur multiplicatio de 4 in 5, idest 20, erunt 47; que multiplicentur per 3, erunt 141; et tot bizanthios habuit secundus. Rursum extrahe 5 de 9, remanent 4; que multiplicentur per 3, erunt 12; quibus superaddatur multiplicatio de 5 in 2, erunt 22; que multiplicentur per 7, erunt 154; et tot bizantios habuit tertius. Et multiplicentur 3 per 7; que per 9, erunt 189; quibus superaddantur 40, que excent ex multiplicatione numerorum, qui sunt super uirgulas, scilicet de 2 in 4; que in 5, erunt 220, que habeantur pro pretio equi. Origo huius regule dicenda non est; cum materia ipsius satis aperte in antecedente questione per regulam proportionum demonstrata sit.

$\begin{array}{ccc} 5 & 4 & 2 \\ \hline 9 & 7 & 3 \end{array}$	primus 135 secundus 141 tertius 154 Precio equi 220
--	--

De eodem cum quatuor hominibus.

Uerum si homines .iiiij.^o extiterint; et primus petat secundo tercium suorum bizanthiorum; et secundus tercio $\frac{1}{4}$ suorum. Et tercius petat quarto $\frac{1}{3}$ suorum. Et quartus primo querat $\frac{1}{6}$; et sic unusquisque equum emere proposuerit : describe in ordinem $\frac{1}{6} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{2}$: deinde extrahe 1, quod est super 3 ; et de eisdem 3 remanent 2; que multiplica per 4, erunt 8; quibus superadde multiplicationem de 1, quod est super 3, in 4, quod est super 4, erunt 9; que multiplica per 5, et tolle inde multiplicationem de 1, quod est super 3, in 4, quod est super 4; quam in 1, quod est super 5, remanent 44; que multiplica per 6, erunt 264; et tot habuit primus. Et sic semper in principio est extrahendus numerus, qui est super uirgulam, de numero, qui est sub uirgula illius, que quesita est ab ipso homine; cuius summa tunc inuenimus, sicuti modo de primo homine fecimus: deinde est multiplicandus per numerum, qui est sub sequenti uirgula; et tunc erit addenda multiplicatio superiorum numerorum; et sic semper usque in finem, quotcumque homines fuerint, semel extrahendo, et semel addendo gradieris. In fine autem nec addere, nec extrahere debes.

XII.13

Quare ut inueniantur bizantij secundi hominis, extrahatur 4, quod est super 4, ex ipsis 4; quia ipse petit $\frac{1}{4}$, remanent 3; que multiplica per 5, erunt 15; quibus superadde 1, quod exiit ex multiplicatione de 4, quod est super 4, in 1, quod est super 5, erunt 16; que multiplica per 6, erunt 96: de quibus extrahe multiplicationem de 1, quod est super 4, in 1, quod est super 5; quam in 1, quod est super 6: quod cum non sit nisi tantum 1, remanent 95; que multiplica per 3, erunt 285; et tot habuit secundus. Item ut habeantur bizantij terciij hominis, extrahe 1, quod est super 5, de ipsis 3, remanent 4; que multiplica per 6, erunt 24; quibus superadde 1, quod exiit ex multiplicatione unius, quod est super 5, in 1, quod est super 6, erunt 25; que multiplica per 3, erunt 75: de quibus extrahe multiplicationem de 1, quod est super 5, in 1, quod est super 6; quam in 1, quod est super 3, remanent 74: que multiplica per 4, erunt 296; et tot habuit tercarius. Item extrahe 1 de 6, remanent 5; que multiplica per 3, erunt 15: quibus superadde 1, erunt 16; que multiplica per 4, erunt 64; de quibus extrahe 1, quod exiit ex multiplicatione unius, quod est super 6, in 1, quod est super 3; quam in 1, quod est super 4, remanent 63: que multiplica per 5, erunt 315; et tot habuit quartus homo. Et multiplica 3 per 4; que per 5; que per 6, erunt 360. Item multiplica 1, quod est super 3, per 1, quod est super 4; quod per 1, quod est super 5; quod per 1, quod est super 6, erit 1, quod extrahe de 360. Ideo quia homines sunt pares, remanent 359, que sunt pretium equi.

Secundus

285

Tercius

296

Quartus

315

pretium equi

359

XII.5.14

Qualiter suprascripta regula procedat ex regula proportionum.

Materia huius regule, secundum regulam proportionum, hec est : quia primus cum $\frac{1}{3}$ bizanthiorum secundi habet pretium equi, sicut secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij , et sicut tercius cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, et sicut quartus cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi; ergo primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi habet quantum secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij, et quantum tercius cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, et quantum quartus cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi. Et quoniam primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi habet quantum secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercii; si communiter auferatur $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, inuenies, primum hominem habere $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij. Similiter cum secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij habeat quantum tercius cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti. Si communiter auferatur $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij, habebit secundus $\frac{2}{4}$ bizantiorum tercij, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti. Similiter si supradicto modo procedere sciueris, inuenies, quod tercius homo habet $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti hominis, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi ; et quod quartus homo habet $\frac{2}{6}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi: quibus per ordinem cognitis, inuenienda est proportio primi hominis ad bizantios secundi; quam inueniemus sic : quia primus habet $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij. Redigemus hanc $\frac{1}{4}$ in partes bizantiorum primi, et secundi; quod facere non possumus , nisi primum redigatur ipsa $\frac{1}{4}$ in partes bizantiorum quarti hominis, et primi; quod facies sic : quia bizantij tercij hominis sunt $\frac{4}{5}$ de bizantijs quarti, et $\frac{1}{6}$ de bizantijs primi; ergo $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij est $\frac{1}{5}$ de bizantijs quarti, et $\frac{1}{24}$ de bizantijs primi hominis: ergo bizantij primi hominis sunt $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{24}$ bizantiorum suorum. Si communiter auferatur $\frac{1}{24}$ bizantiorum primi, erunt $\frac{23}{24}$ bizantiorum primi $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti. Et | quoniam bizantij quarti hominis sunt $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi, et $\frac{2}{5}$ bizantiorum secundi; ergo $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti hominis est $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{15}$ bizantiorum secundi : ergo $\frac{23}{24}$ bizantiorum primi sunt $\frac{1}{6} \frac{2}{3}$, scilicet $\frac{11}{15}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum suorum. Communiter auferatur $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, erunt $\frac{19}{24}$ bizantiorum primi $\frac{11}{15}$ bizantiorum secundi. Quare reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{19}{24}$ unius sint $\frac{11}{15}$ alterius; eruntque 264, et 285, qui sunt bizantij primi, et secundi, ut in suprascripta regula inuenimus.

Itaque si duxeris bizan-

tios secundi hominis in partes bizantiorum tercij, sicut reduximus bizantios primi hominis in partes secundi, inuenies, quod $\frac{27}{45}$ bizantiorum secundi sunt $\frac{19}{24}$ bizantiorum tercij. Quare inuenies duos numeros, quorum $\frac{27}{45}$ unius sint $\frac{19}{24}$ alterius; eruntque 855, et 888. Sunt enim in hac proportione 855 secundi hominis. In alia inuenimus 285 pro bizantijs secundi hominis: ergo redigenda sunt suprascripta 855 in 285: est igitur 285 tercia pars de 855; quare diuides 888 per 3, euenient 296 pro bizantijs tercij hominis. Rursum suprascripto ordine reduc bizantios tercij hominis in proportionem bizantiorum quarti; eruntque $\frac{1}{8}$ bizantiorum tercij $\frac{37}{45}$ bizantiorum quarti. Quare inuenies duos numeros, quorum $\frac{1}{8}$ unius sint $\frac{37}{45}$ alterius; eruntque 296, et 315, ut superius pro bizantijs tercij, et quarti hominis inuenimus: bizantij uero primi hominis, scilicet 264, sunt $\frac{11}{15}$ de 360; que 360 proueniunt ex multiplicatione numerorum, qui sunt sub uirgulis, scilicet de 3 in 4; quem in 5; quem in 6. Vnde cum superius in inuentione bizantiorum primi hominis extraximus 1 de 3, remanserunt 2; que 2 sunt $\frac{2}{3}$ de 3. Et multiplicatis ipsis 2 per 4, ut superius fecimus, habuimus 8 pro $\frac{2}{3}$ de 12, que proueniunt ex multiplicatione de 3 in 4; super que 8 cum addidimus 1, scilicet multiplicationem de 1, quod est super 3, in 1, quod est super 4, habuimus 9, scilicet $\frac{3}{4}$ ex eisdem 12: que 9 cum multiplicauimus per 5, habuimus 45 pro $\frac{3}{4}$ de 60, que exeunt ex multiplicatione dictorum 12 in dictis 5: ex quibus 45 cum extraximus 1, quod exiit ex multiplicatione trium unitatum, que sunt super uirgulis de 3, et de 4, et de 5, remanserunt 44; que 44 sunt $\frac{44}{60}$ de 60. Nam extracto $\frac{4}{60}$ de $\frac{3}{4}$, remanent $\frac{11}{15}$: est enim 1 suprascriptum $\frac{4}{60}$ de 60; quia cum multiplicatur 1, quod est super 3, per 4, quod est super 4; quod in 1, quod est super 5, tunc accipitur $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{4}$, de $\frac{1}{5}$, hoc est $\frac{1}{60}$. Item cum multiplicauimus 44 per 6, habuimus 264 pro $\frac{11}{15}$ de bizantijs 360, ut prediximus. Vnde si in reliquis tribus hominibus hanc materiam inspexeris, inuenies in inuentione bizantiorum uniuscuiusque, quod accepimus ipsorum partes de 360. Nam bizantij secundi hominis, scilicet 285, sunt $\frac{19}{24}$ de 360. Et bizantij tercij hominis, scilicet 296, sunt $\frac{27}{45}$ de 360. Et bizantij quarti hominis, scilicet 315, sunt $\frac{7}{8}$ de 360. Et ita has partes in suprascripta regula nos accepisse inuenies. Et quia primus habet $\frac{11}{15}$ de 360; et ad habendum pretium equi petit secundo $\frac{1}{3}$ suorum bizantiorum; ergo petit ei $\frac{1}{3}$ de $\frac{19}{24}$ de 360, sicuti secundo habet; que $\frac{1}{3}$ est $\frac{1}{72}$ $\frac{1}{4}$ de 360: quibus $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{72}$ additis cum $\frac{11}{15}$ faciunt $\frac{1}{360}$ de 360, minus ex ipso 360: et ideo in inuentione bizantiorum equi extrahitur multiplicatio numerorum, qui sunt super uirgulis, scilicet 1, ex multiplicatione numerorum, qui sunt sub uirgulis; et habentur pro pretio equi bizantij 359.

primum	264.
secundum	285
tertium	296
quartum	315

XII.5.16

Egreditur hinc questio ipsius, qui habet uasa 4; quorum primum tenet $\frac{1}{3}$ secundi,
et $\frac{1}{4}$ tercij. Secundum $\frac{2}{3}$ tercij, et $\frac{1}{3}$ quarti. Tercium $\frac{4}{5}$ quarti, et $\frac{1}{6}$ primi. Quartum
tenet $\frac{2}{5}$ primi, et $\frac{1}{3}$ secundi. Primum uas tenet metra 264; secundum 285; tertium 296;
quartum 315.

XII.5.17

Inuentio proportionis primi ad secundum in 5 hominum questionum.

Et si homines quinque, quorum primus ad emendum equum peteret secundo $\frac{1}{5}$ suorum bizantiorum. Secundus tercio peteret $\frac{1}{4}$. Tercius quarto peteret $\frac{1}{3}$. Quartus | quinto peteret $\frac{1}{2}$. Et quintus primo peteret $\frac{1}{7}$. Et uis scire, in qua proportione sunt bizantij unius illorum ad bizantios sui sequentis. Videas quidem suprascripto modo, que pars sint bizantij uniuscuiusque de bizantijs duorum sequentium per ordinem. Bizantij nero primi sunt $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum terciij. Secundi sunt $\frac{3}{4}$ bizantiorum terciij, et $\frac{1}{3}$ bizantiorum quarti. Tercij sunt $\frac{4}{5}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum quinti. Quarti sunt $\frac{5}{6}$ bizantiorum quinti, et $\frac{1}{7}$ bizantiorum primi. Bizantij autem quinti sunt $\frac{6}{7}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{8}$ bizantiorum secundi. Sunt enim, ut diximus, bizantij primi hominis $\frac{2}{3}$ secundi, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum terciij. Bizantij uero terciij sunt $\frac{1}{3}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum secundi: quare $\frac{1}{4}$ bizantiorum terciij est $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{24}$ bizantiorum quinti: ergo bizantij primi hominis sunt $\frac{2}{3}$ secundi, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{24}$ bizantiorum quinti. Sunt enim omnes bizantij quarti hominis $\frac{3}{6}$ bizantiorum quinti, et $\frac{1}{7}$ bizantiorum primi. Quare $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti est $\frac{1}{6}$ bizantiorum quinti, et $\frac{1}{35}$ bizantiorum primi. Ergo bizantij primi sunt $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{24}$, scilicet $\frac{3}{24}$ bizantiorum quinti, et $\frac{1}{35}$ bizantiorum suorum. Comuniter auferatur $\frac{1}{35}$ bizantiorum primi, erunt $\frac{24}{25}$ bizantiorum primi, $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{5}{24}$ bizantiorum quinti. Sunt enim omnes bizantij quinti hominis $\frac{6}{7}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi. Quare $\frac{5}{24}$ bizantiorum quinti sunt $\frac{5}{28}$ bizantiorum primi, et $\frac{5}{28}$ bizantiorum secundi; ergo $\frac{5}{25}$ bizantiorum primi hominis sunt $\frac{5}{72}$, scilicet $\frac{5}{72}$ bizantiorum secundi, et $\frac{5}{28}$ bizantiorum suorum. Comuniter auferantur $\frac{5}{25}$ bizantiorum primi. Erunt $\frac{11}{140}$ bizantiorum primi; $\frac{51}{72}$ bizantiorum secundi. Eademque uia potes inuenire proportiones aliorum per ordinem, cum quibus poteris habere originem suprascripte regule; quam regulam in quinque alijs hominibus inferius recitabimus: habet enim primus suprascriptorum hominum bizantios 1855. Secundus bizantios 1998. Tercius bizantios 2092. Quartus bizantios 2145. Quintus bizantios 2156. Et pretium equi est bizantij 2521.

primus	
1815	
Secundus	
1998	
tertius	
2092	
quartus	
2145	
quintus	
2156	
pretium equi	
2521	

Alia questio de quinque hominibus.

Item homines sint quinque; et primus petat secundo $\frac{2}{3}$ suorum bizantiorum. Secundus itaque petat tertio $\frac{4}{5}$; tertius uero petat quarto $\frac{5}{11}$. Et quartus petat quinto $\frac{6}{19}$. Quintus namque petat primo $\frac{8}{19}$. Describantur minuta petitionum ipsorum per ordinem sic: $\frac{8}{19} \frac{6}{13} \frac{5}{11} \frac{4}{7} \frac{2}{3}$. Et multiplicentur omnes numeri insimul, qui sunt sub uirgulis, erunt 37037. Quibus, cum homines sint impares, superaddatur multiplicatio numerorum, qui sunt super uirgulis, idest de 2 in 4; que in 5; que in 6, erunt 38977, que habeantur pro pretio equi. Et ut habeantur bizantij primi hominis, extrahendus est superior numerus de uirgula sue petitionis de numero inferiori eiusdem uirgule, idest 2 de 3, remanet 1; que per 7, erunt 7; cui superadde multiplicationem de 2 in 4, erunt 15; que multiplica per 11, erunt 165; de quibus deme multiplicationem de 2 in 4; que in 5, remanent 125: que multiplica per 13, erunt 1625; quibus superadde multiplicationem de 2 in 4; que in 5; que in 6, erunt 1865; que multiplicentur per 19, erunt 35435; et tot habuit primus. Item extrahe 4, que sunt super 7, de ipsis 7, remanent 3; que multiplica per 11, erunt 33; cui superadde multiplicationem de 4 in 5, erunt 53; que multiplica per 13, erunt 689; de quibus extrahe multiplicationem de 4 in 5; que in 6, idest 120, remanent 569; que multiplica per 18, erunt 10811: quibus superadde multiplicationem de 4 in 5; que in 6, que in 8, idest 960, erunt 11771; que multiplica per 3, erunt 35313; et tot habuit secundus. Item extrahe 5 de 11, remanent 6; que multiplica per 13, erunt 78; quibus superadde multiplicationem de 5 in 6, erunt 108; que multiplica per 19, erunt 2052: de quibus extrahe multiplicationem de 5 in 6; que in 8, idest 240, remanent 1812; que multiplica per 3, erunt 5436; quibus superadde multiplicationem de 5 in 6; que in 8; que in 2, idest 480, erunt 5946; que multiplica per 7, erunt 41712; et tot habuit tercarius. Et si de quarto, et quinto homine secundum datam et ostensam materiam inuenire studueris, reperies, quod quartus homo habuit bizantios 38643, et quintus habuit 44057; et sic de pluribus facere poteris.

8 19	6 13	5 11	4 7	2 3	primus
					35435
					Secundus
					35313
					tercarius
					41712
					quartus
					38643
					quintus
					44057
					equus
					38977

Alia questio de III.^o hominibus.

Uerum si homines fuerint 4; et primus petat secundo $\frac{1}{4} \frac{1}{3}$; secundus tercio $\frac{1}{5} \frac{1}{4}$; tercius quarto $\frac{1}{6} \frac{1}{5}$; quartus primo $\frac{1}{7} \frac{1}{6}$; de $\frac{1}{4} \frac{1}{3}$ facies $\frac{7}{42}$; de $\frac{1}{5} \frac{1}{4}$ facies $\frac{9}{20}$; de $\frac{1}{6} \frac{1}{5}$ facies $\frac{11}{30}$; de $\frac{1}{7} \frac{1}{6}$ facies $\frac{13}{42}$; et operaberis postea secundum quod supra docuimus; et inuenies, primum habere 176274; secundum 200772; Tercium 205820; Quartum 238830; et pretium equi esse 293391.

XII.5.20

De duobus hominibus, et de duobus equis per regulam proportionum.

Duo homines bizanthios habentes inuenient duos equos ad uendendum; quorum secundus ualebat bizantios $\frac{2}{3}$ plus pretio primi. Et primus homo cum suis bizantijs proponit, primum equum emere, habita $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi. Secundus uero habita $\frac{1}{4}$ bizantiorum primi, proponit secundum equum emere; et sicut hec omnia cum integris numeris. Queritur pretium uniuscuiusque equi; et quot bizantios unusquisque habeat: quia primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi habet pretium primi equi. Et secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum secundi habet pretium secundi equi; ergo primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi habet $\frac{2}{3}$, minus quam secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum primi. Vnde si auferatur ex utroque $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, habebit primus bizantios $\frac{2}{3}$, minus quam $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum suorum. Quare si adhuc ex utroque auferatur $\frac{1}{3}$ bizantiorum primi, remanebunt $\frac{2}{3}$ bizantij primi bizantij $\frac{2}{3}$, minus quam $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi. Quare inuenias duos integros numeros, quorum $\frac{2}{3}$ unius sint $\frac{2}{3}$, minus de $\frac{2}{3}$ alterius: est enim modus reperiendi eos, ut accipias $\frac{2}{3}$ cuiusvis numeri, qui diuidatur integraliter per 4; cui cum superaddideris $\frac{2}{3}$, ueniet numerus, qui diuidatur integraliter per 2, que sunt super 3 de $\frac{2}{3}$: Sitque numerus ille 8 super $\frac{2}{3}$, cuius scilicet super 6 adde 2, in quibus $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi excedunt $\frac{2}{3}$ bizantiorum primi, erunt 8; que 8 sunt $\frac{2}{3}$ alicuius integri numeri; quem inuenies cum multiplicaueris dimidium de 8, scilicet 4 in 3: quare numerus ille est 12: et quia $\frac{2}{3}$ de 8 sunt 2, minus de $\frac{2}{3}$ de 12; habet primus homo bizantios 8, et secundus 12; quorum $\frac{2}{3}$, scilicet 4, additis super 8, reddit 12 pro pretio primi equi: cum quibus additis 2, reddunt 14 pro pretio secundi. Item quia $\frac{2}{3}$ de 10, scilicet 12, sunt 2 minus de $\frac{2}{3}$ de 21; potest primus homo habere bizantios 16. Et secundus bizantios 21. Et primus equus ualeret 23; secundus 25.

Vel primus	Primus homo
16	8
Secundus	Secundus
21	12
Primus equus	primus equus
23	12
Secundus	Secundus
25	14

XII.5.21

Et sic possemus infinitos numeros

habere pro bizantijs uniuscuiusque; cum infiniti sint numeri, qui sunt in dicta proportione, scilicet quod $\frac{2}{3}$ unius sint $\frac{2}{3}$ minus de $\frac{2}{3}$ alterius. Et si pretium secundi equi esset 3, plus pretio primi, inuenires duos numeros, quorum $\frac{2}{3}$ unius essent 3, minus de $\frac{2}{3}$ alterius; qui numeri similiter infiniti sunt, ex quibus unus est 20; alias 27 : quare primus haberet bizantios 20; alias 27. Et pretium primi equi esset 29; secundi 32.

primus homo cum secundus equus ualeat 3 plus primo

20
Secundus
27
primus equus
29
Secundus
32

XII.5.22

De tribus hominibus et tribus equis, cum unus petat alii per ordinem secundum regulam proportionum.

Item homines sint tres, et equi similiter sint tres; quorum secundus ualeat 2 plus primo. Et tertius ualeat 3 plus quam secundus, scilicet 5 plus quam primus. Et primus homo cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi habeat pretium primi equi. Secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum terciij habeat pretium secundi equi. Tercius cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi habet pretium 1 terciij equi. Queruntur in integrum bizanthij uniuscuiusque hominis, et equi: quia primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi habet pretium primi equi. Et secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum terciij habet pretium secundi equi. Sunt ergo bizantij primi hominis cum $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi, bizantij 2 minus de bizantijs secundi hominis cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum terciij. Quare bizantij primi hominis sunt 2 minus de $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi; et de $\frac{1}{4}$ bizantiorum terciij. Item quia secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum terciij habet pretium secundi equi; et tertius homo cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi habeat pretium terciij equi; ergo secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum terciij habet 3, minus quam tertius homo cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi. Vnde bizantij secundi hominis sunt 3, minus de $\frac{3}{4}$ bizantiorum terciij, et de $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi. Vnde bizantij secundi hominis sunt 3, minus de $\frac{3}{4}$ bizantiorum terciij, et de $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi. Rursus quia tertius homo cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi habet pretium terciij equi; et primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi habet pretium primi equi; ergo tertius homo cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi habet 5 plus quam primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi. Vnde bizantij terciij hominis sunt 5 plus quam de $\frac{1}{3}$ bizantiorum primi; et de $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi:

hijs itaque intellectis studeas inuenire proportionem, quam habent bizantij primi hominis ad bizantios secundi. Sunt enim bizantij primi 2, minus de $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et de $\frac{4}{5}$ bizantiorum terciij hominis. Et quia bizantij terciij hominis sunt 5 plus de $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi, et de $\frac{4}{5}$ bizantiorum secundi, erit $\frac{1}{5}$ de bizantijs terciij hominis $\frac{1}{4} + \frac{1}{5}$, plus de $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi, et de $\frac{1}{12}$ bizantiorum secundi : ergo bizantij primi hominis sunt 2, minus de $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{5}$ plus de $\frac{1}{5}$ bizantiorum suorum, et de $\frac{1}{12}$ bizantiorum secundi. Quare extracto $\frac{1}{5} + \frac{1}{12}$ de 2, remanebunt bizantij primi hominis, minus $\frac{2}{3}$ unius bizantij de $\frac{2}{3}$, et $\frac{1}{12}$ secundi hominis, et de $\frac{1}{5}$ bizantiorum suorum : quare $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi hominis sunt $\frac{2}{3}$ unius bizantij, minus de $\frac{2}{3}$, et $\frac{1}{12}$, scilicet de $\frac{3}{4}$ bizantiorum secundi. Vnde si reperiantur duo numeri, quorum $\frac{4}{5}$ unius sint $\frac{3}{4}$ unius bizantij, minus de $\frac{2}{3}$ bizantiorum alterius, habebis bizantios primi, et secundi hominis : quos numeros inuenies sic: quia $\frac{2}{3}$ unius bizantij suprascripti diuiduntur per 3; ita quod non frangitur aliqua ex ipsis tribus quartis. Inuenias numerum, quorum $\frac{4}{5}$ diuidantur integraliter per 3; eritque numerus ille 15, cuius $\frac{4}{5}$ sunt 12: cum quibus adde $\frac{2}{3}$ unius bizantij, erunt $\frac{3}{4} \cdot 12$; que $\frac{3}{4} \cdot 12$ sunt $\frac{9}{4}$ alicuius integri numeri; quem inuenies esse 17, cum multiplicaueris $\frac{3}{4} \cdot 12$ per 4, et diuides per 3: ergo primus homo habet bizantios 15, et secundus 17. Si 17 haberet tertiam in integrum, quam petit ei primus.

Vnde inuenies alios duos numeros,

quorum $\frac{1}{2}$ unius sint minus $\frac{1}{4}$ unius bizantij de $\frac{3}{4}$ alterius; et secundus numerus dividatur integraliter per 3; eruntque 30, et 33: ergo primus habet 30; secundus 33, quorum $\frac{1}{3}$, scilicet 11, addita sunt 30, reddit bizantios 41 pro pretio primi equi: cum quibus adde bizantios 2, erunt bizantij 43 pro pretio secundi equi. Et quia secundus homo cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum terciij habet pretium secundi equi, scilicet 43; ergo differentia, que est a 33 usque in 43, scilicet 10, erit $\frac{1}{4}$ bizantiorum terciij hominis. Quare tercius homo habet bizantios 40. cum quibus addita $\frac{1}{5}$ de bizantijs primi hominis, scilicet de 30, redcunt bizantios 46 pro pretio terciij equi. Potes enim infinitos numeros habere pro bizantijs illorum, cum infiniti sint numeri, ex quibus $\frac{1}{5}$ unius sint $\frac{1}{4}$ unius integri, minus de $\frac{2}{3}$ alterius.

primus homo	
30	
Secundus	
33	
Tercius	
40	
primus equus	
41	
Secundus	
43	
Tercius	
46	

XII.5.25

Et si secundus equus ualeret 2 plus primo, ut diximus; et tercius ualeret 4 plus secundo, scilicet 6 plus primo. Inuenires, suprascriptis dispositis, quod $\frac{4}{3}$ bizantiorum primi essent $\frac{1}{2}$ unius bizantij, minus de $\frac{1}{4}$ bizantiorum alterius: de qua re si regulam habere uis, cum tercius equus ualeat 6 plus primo; primus homo 5; Secundus 6; tercius 12; primus equus 7; Secundus 9, tercius 13. Considera | quid secundus homo petat tercio: petit enim ei $\frac{1}{4}$; pro qua 4 accipe $\frac{1}{4}$ de 6, in quibus pretium terciij equi excedit pretium primi, erit $\frac{1}{2} + 1$; que extrahe de 2, in quibus pretium secundi equi excedit pretium primi, remanebit ipsum $\frac{1}{2}$; in quo $\frac{1}{4}$ bizantiorum secundi excedit $\frac{1}{3}$ bizantiorum primi. In qua proportione infinitos potes reperire integros numeros, ex quibus primi sunt 5 et 6; cum quibus reperies, quod tercius homo habet bizantios 12; et pretium primi equi est 7; secundi 9; terciij 13. Et si pretium terciij equi excederet bizantijs 8 pretium primi; cum $\frac{1}{4}$ ipsorum 8, scilicet 2, fuerint extracta de 2, in quibus pretium secundi equi excedit pretium primi, remanebunt tantum $\frac{1}{3}$ bizantiorum primi hominis esse $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi. Quare primus haberet 45; secundus 48; et pretium primi equi esset 61; et tercius homo haberet 60; et pretium secundi equi esset 63; terciij 69. Rursus si pretium equi terciij excederet bizantijs 10 pretium primi; cum $\frac{1}{4}$ ipsorum, scilicet $\frac{1}{2} \cdot 2$, sint $\frac{1}{2}$ plus de 2, in quibus secundus equus excedit primum, erunt $\frac{1}{3}$ bizantiorum primi $\frac{1}{2}$ unius bizantij, plus de $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi. In qua proportione infinitos poteris in integrum inuenire numeros, ex quibus sunt 40, et 42: quare primus habet 40; secundus 42; tercius 56. Et primus equus ualeret 54; secundus 56; tercius 64. In hac enim questione ad impediendum ipsum, quem interrogaueris, poteris adiungere, quod tercius homo habeat pretium secundi equi; et tunc in alijs numeris, preter quam in suprascriptis, hec questio nullatenus poterit solui.

Cum tercius equus ualeat 8
plus primo Primus homo

	45
	Secundus
	48
	Tercius
	60
Primus equus	
	64
Secundus	
	63
Tercius	
	69

XII.5.26

De quatuor hominibus, et quatuor equis per eandem regulam proportionum.

Item homines sint 4, et equi sint 4; et primus cum $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi emat primum equum; et secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tertij emat secundum. Et tertius cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti emat tertium. Et quartus cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi emat quartum equum; et ualeat secundus equus bizantios 2, plus primo; tertius bizantios 3, plus secundo, scilicet 5, plus primo. Quartus bizantios 5, plus tertio, scilicet bizantios 10, plus primo. Si secundum positiones petitionum ipsarum, et secundum pretia equorum modo suprascripto considerare sciueris, inuenies, quod primus habet bizantios 2, minus de $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et de $\frac{1}{4}$ bizantiorum tertij. Et secundus habet $\frac{2}{5}$ bizantiorum tertij, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, minus bizantijs 3; et tertius habet $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, minus bizantijs 5. Et quartus habet bizantios 10, plus de $\frac{5}{6}$ primi hominis, et de $\frac{1}{8}$ secundi: et quia primus habet 2, minus de $\frac{2}{3}$ secundi, et de $\frac{1}{4}$ bizantiorum tertij, redigemus hanc $\frac{1}{4}$ bizantiorum tertij in portiones quarti hominis, et primi. Sunt enim omnes bizantij tertij hominis bizantij 5, minus de $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, et de $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi: quare $\frac{1}{4}$ bizantiorum tertij sunt minus quarta parte bizantiorum, scilicet 5, scilicet $\frac{1}{4} \cdot 1$, de quarta parte de $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, et de quarta parte de $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi: ergo bizantij primi hominis sunt bizantij 2, minus de $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi; et $\frac{1}{4} \cdot 1$, minus de $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, et de $\frac{1}{24}$ bizantiorum suorum: quare si communiter auferatur $\frac{1}{24}$ bizantiorum primi, tunc $\frac{23}{24}$ bizantiorum primi erunt bizantij $\frac{1}{4} \cdot 3$, minus de $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et de $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti: quam $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti rediges iterum in partes primi, et secundi. Sunt enim bizantij quarti hominis bizantij 10, plus de $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi, et de $\frac{1}{8}$ bizantiorum secundi: quare $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti est bizantij 2 plus de $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, et de $\frac{1}{15}$ bizantiorum secundi: ergo $\frac{23}{24}$ bizantiorum primi sunt $\frac{1}{4} \cdot 3$ minus, et bizantij 2 plus de $\frac{1}{15} \cdot \frac{2}{3}$, scilicet de $\frac{11}{15}$ bizantiorum secundi, et de $\frac{1}{8}$ bizantiorum suorum. Vnde extractis bizantijs 2, qui sunt plus de bizantijs $\frac{1}{4} \cdot 3$, qui sunt minus, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi de $\frac{23}{24}$ bizantiorum ipsius, remanebunt $\frac{19}{24}$ bizantiorum primi quantum $\frac{11}{15}$ bizantiorum secundi, minus bizantijs $\frac{1}{4} \cdot 1$.

Primus	40
Secondus	42
Tertius	36
Quartus	54
Primi equus	54
Secondus	55
Tertius	64

Quare inuenies duos numeros, quorum $\frac{19}{24}$ unius sint $\frac{1}{5}$ 4, minus de $\frac{11}{15}$ alterius; quos inuenies sic: primum inuenies numerum, ex quo cum acceperis $\frac{9}{24}$ ipsius, et super ipsum addideris $\frac{1}{4}$ 4, facient integrum numerum, qui diuidatur per 11 integraliter; eritque numerus ipse 54, cuius $\frac{19}{24}$ sunt $\frac{1}{4}$ 42: cum quibus addito $\frac{1}{4}$ 4, faciunt 44; quorum $\frac{1}{11}$, que est 4, multiplicata per 15, reddet pro alio numero 60: ergo primus habet bizantios 54, Secundus 60; quorum tercia, scilicet 20, addita cum 54, reddit bizantios 7 pro pretio primi equi: per quorum inventionem inuenies bizantios terciij hominis esse 64; quarti 75; pretium secundi equi 76; terciij 79; quarti 84. Et nota quod si $\frac{1}{5}$ de bizantijs 10, in quibus pretium quarti equi excedit pretium primi, esset equalis de bizantijs $\frac{1}{4}$ 3 suprascriptis, remanent $\frac{19}{24}$ bizantiorum primi quantum $\frac{11}{15}$ bizantiorum secundi: et si esset plus dicta $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{4}$ 3, hoc est quod in loco decenarij ex positione alicuius alie similis questionis caderet aliquis numerus maior de 10, cuius $\frac{1}{5}$ esset plus de $\frac{1}{4}$ 3, tunc remanerent $\frac{19}{24}$ bizantiorum primi quantum $\frac{11}{15}$ bizantiorum secundi, et plus hoc quod esset $\frac{1}{5}$ ipsius numeri magis de bizantijs $\frac{1}{4}$ 3 predictis.

Primus homo	
54	
Secundus	
60	
Tertius	
64	
Quartus	
75	
Primus equus	
74	
Secundus	
76	
Tertius	
79	
Quartus	
84	

XII.5.28

De quinque hominibus et totidem equis secundum eandem regulam.

Item homines sint quinque, et equi similiter. Et primus petat secundo $\frac{1}{2}$; Secundus tertio $\frac{1}{3}$; tercius quarto $\frac{1}{5}$; quartus quinto $\frac{1}{6}$; quintus primo $\frac{1}{7}$. Et sic emat primus primum equum; Secundus secundum equum, qui ualeat bizantios 2, plus primo. Et tercius tercius (*sic*) tercium, qui ualeat bizantios 3, plus pretio secundi. Et quartus emat quartum, qui ualeat bizantios 5, plus tertio. Et quintus homo emat quintum equum, qui ualeat bizantios 7, plus quarto, scilicet bizantios 17, plus primo. Inuenies quidem ordine demonstrato, qualiter bizantij primi sunt bizantij 2, minus de $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et de $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij. Et qualiter bizantij secundi sunt 3, minus de $\frac{2}{5}$ bizantiorum tercij, et de $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti: etiam et qualiter bizantij tercij hominis sunt bizantij 5, minus de $\frac{2}{6}$ bizantiorum quarti, et de $\frac{1}{6}$ bizantiorum quinti; etiam et qualiter bizantij quarti hominis sunt bizantij 7, minus de $\frac{2}{7}$ bizantiorum quinti, et de $\frac{1}{7}$ bizantiorum primi. Et qualiter bizantij quinti hominis sunt bizantij 17, plus de $\frac{2}{7}$ bizantiorum primi, et de $\frac{1}{7}$ bizantiorum secundi :

tunc studebis redigere $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij in partes bizantiorum primi, et secundi. Sunt enim omnes bizantij tercij hominis 5, minus de $\frac{4}{5}$ bizantiorum quarti, et de $\frac{1}{6}$ bizantiorum quinti. Quare $\frac{1}{5}$ bizantiorum tercij sunt $\frac{1}{4} \cdot 1$, minus de $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti, et de $\frac{1}{24}$ bizantiorum quinti: ergo bizantiorum (sic) primi hominis sunt 2, minus de $\frac{2}{5}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{4} \cdot 1$, minus de $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, et de $\frac{1}{24}$ bizantiorum quinti; hoc est bizantij primi hominis sunt $\frac{1}{4} \cdot 3$, minus de $\frac{2}{5}$ secundi, et de $\frac{1}{5}$ quarti, et de $\frac{1}{24}$ quinti. Sunt enim omnes bizantij quarti hominis 7, minus de $\frac{5}{6}$ bizantiorum quinti, et de $\frac{1}{7}$ bizantiorum primi: quare $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti sunt $\frac{2}{5} \cdot 1$, minus de $\frac{1}{6}$ bizantiorum quinti, et de $\frac{1}{25}$ bizantiorum primi: ergo bizantij primi hominis sunt $\frac{1}{4} \cdot 3$, et $\frac{2}{5} \cdot 1$, scilicet $\frac{13}{20} \cdot 4$, minus de $\frac{2}{5}$ bizantiorum secundi, et de $\frac{1}{24}$, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum quinti, et de $\frac{1}{25}$ bizantiorum suorum. Quare si comuniter auferatur $\frac{1}{25}$ bizantiorum primi, tunc $\frac{24}{25}$ bizantiorum eius erunt bizantij $\frac{13}{20} \cdot 4$, minus de $\frac{2}{5}$ bizantiorum secundi, et de $\frac{1}{24}$ bizantiorum quinti. Et quoniam omnes bizantij quinti hominis sunt 17, plus de $\frac{6}{7}$ bizantiorum primi, et de $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi; ergo $\frac{5}{24}$ bizantiorum quinti erunt $\frac{5}{24}$ de bizantijs 17, scilicet bizantij $\frac{13}{24} \cdot 3$, plus de $\frac{5}{24}$ de $\frac{6}{7}$ bizantiorum primi, et de $\frac{5}{24}$ de $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi. Nam $\frac{5}{24}$ de $\frac{6}{7}$ bizantiorum primi sunt $\frac{5}{28}$ bizantiorum ipsius, et $\frac{5}{24}$ de $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi sunt $\frac{5}{72}$ ipsius. Quare $\frac{24}{25}$ bizantiorum primi sunt bizantij $\frac{13}{20} \cdot 4$, minus de $\frac{2}{5}$ bizantiorum secundi, et plus $\frac{13}{24} \cdot 3$ de $\frac{5}{28}$ bizantiorum ipsius, et de $\frac{5}{72}$ bizantiorum secundi: quare extractis $\frac{5}{28}$ bizantiorum primi de $\frac{24}{25}$ bizantiorum ipsius, remanebunt $\frac{111}{140}$ eiusdem; qui $\frac{111}{140}$ sunt $\frac{13}{20} \cdot 4$ minus, et $\frac{13}{24} \cdot 3$ plus de $\frac{5}{72}$ secundi. Quare extractis $\frac{13}{24} \cdot 3$, de $\frac{13}{20} \cdot 4$, remanebunt $\frac{13}{140} \cdot 4$: ergo $\frac{111}{140}$ bizantiorum primi sunt de $\frac{13}{120} \cdot 4$, minus de $\frac{5}{72}$ bizantiorum secundi.

XII.5.30

Quare pro bizanthijs primi, et secundi hominis reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{111}{140}$ unius sint $\frac{13}{120}$ t, minus de $\frac{53}{72}$ alterius; eruntque 1589 et 1713; qui reperiuntur sic: quia $\frac{111}{140}$ unius sunt minus $\frac{13}{120}$ t de $\frac{53}{72}$ alterius. Oportet, ut reperiatur numerus, de quo acceptis $\frac{111}{140}$, et addito $\frac{13}{120}$ t super ipsas, faciant numerum, qui diuidatur integraliter per 53: quem numerum inuenire non poteris, nisi querendo per numeros, qui sunt integra pars, uel partes de 140: et quia super $\frac{111}{140}$ oportet addere $\frac{13}{120}$ t, inueniendus est maior numerus, in quo 140 et 120 integraliter diuidantur; qui numerus est 20. In quo diuide 140, exibunt 7; a quibus incipies querere numeros suprascriptos, scilicet pones, quod primus numerus sit 7; quorum $\frac{111}{140}$ sunt uigesima de 111, sicut 7 sunt uigesima pars de 140: uigesima enim pars de 111 est $\frac{111}{20}$. Ex quibus fac $\frac{111}{120}$. Et quoniam una queque uigesima est $\frac{6}{120}$; ergo $\frac{111}{120}$ sunt $\frac{666}{120}$: deinde diuide $\frac{13}{120}$ t, scilicet $\frac{13}{20}$ per 53, vt scias quid ex ipsa diuisione remaneat: diuisis enim 133 per 53, remanent 27; a quibus usque in 53 desunt 26; et tot oportet superare de $\frac{111}{140}$ illius numeri, quem in portione primi posueris. Vnde diuidas $\frac{111}{140}$ positorum 7 pro primo numero, scilicet $\frac{666}{120}$ per 53, uidens quid ex ipsa diuisione remaneat. Remanent enim 30; que 30, cum non sint 26, ut oportet, pones in portione primi hominis alia 7 super priora 7; ex quibus accipe $\frac{111}{140}$, erunt duplum de $\frac{666}{120}$; quibus diuisis per 53, remanent duplum de 30, scilicet 60: quibus 60 diuisis per 53, remanent 7; que cum iam sint 26, triplicabis ipsa 30, uel quadriplicabis, uel per 5 multiplicabis, uel per aliud numerum, donec ex multiplicatione per 53 remaneat 26: ergo multiplicabis 30 per 15, erunt 450; quibus diuisis proueniat numerus, qui cum diuisus fuerit per 53, remanent 26, ut oportet:

XII.5.31

quare pones pro quantitate primi numeri quindecies 7, scilicet 105; de quibus accipe $\frac{111}{140}$, scilicet quindecies $\frac{11}{20} 5$, hoc est $\frac{1}{4} 83$, et adde super ipsa $\frac{15}{120} 1$, erunt $\frac{43}{120} 84$; que diuide per 53, uenit $\frac{71}{120}$; per que multiplicata 72 sic: multiplicatio de 1 in 72 facit 72; et multiplicatio de $\frac{1}{120}$ in 72 facit $\frac{1}{5}$; cum 72 sint $\frac{2}{5}$ de 120: quare multiplicatio de $\frac{71}{120}$ in 72 facit septuaginta unam uices $\frac{1}{5}$, scilicet quintas 213, que sunt integra $\frac{3}{5} 42$: quibus additis cum 72, reddent pro secundo numero $\frac{7}{5} 114$; qui numerus, cum non sit integer, oportet, ut super 105 ponamus totiens 7 et 7, donec habeamus secundum numerum in integrum. Vnde si addemus semel 7 super 105, remanebunt ex $\frac{111}{140}$ ipsorum 7, ut prediximus $\frac{36}{120}$, cum diuise fuerint per 53. Quare si super 105 predictis posuerimus bis 7, remanebunt bis 30 ex diuisione de $\frac{111}{140}$ ipsorum 14 per 53. Quare ex triplo septenario remanebunt ter 30; et cum non oporteat aliquid remanere ex ipsa diuisione, pone super ipsa 105 quinquaginta tres uices 7, scilicet 371; et sic habebis pro primo numero 476. Et cum $\frac{111}{140}$ ipsorum 476 fuerint additi cum $\frac{43}{120} 1$; et multiplicata $\frac{1}{55}$ ipsorum per 72 non faciant integrum numerum, oportet iterum super 476 addere 371 semel, bis; et donec procreetur numerus, cuius $\frac{111}{140}$, et $\frac{43}{120} 1$ additis; et multiplica $\frac{1}{55}$ ipsorum per 72, faciat integrum numerum. Vnde si super 476 addideris ter 371, scilicet 1113, uenient 1589, quorum $\frac{111}{140}$ acceptis eis, et superaddito $\frac{43}{120} 1$, et eorum $\frac{1}{55}$ multiplica per 72, procreantur pro secundo numero 1713: ergo primus homo habet 1589; secundus 1713; quorum 1713 tercia parte, scilicet 571 addita cum bizantijs primi hominis, scilicet cum 1589, uenit 2160 pro pretio primi equi: quare pretium secundi equi erit 2162; pretium quoque tertij 2165; pretium quarti 2170; pretium quinti 2177. Et tercius homo habebit 1796; quartus 1845; quintus 1930.

Primitus homo	Primus equus
1589	2160
Secundus	Secundus
1713	2162
Tertius	Tertius
1796	2163
Quartus	Quartus
1845	2170
Quintus	Quintus
1930	2177

XII.5.32

*Modus alius, cum unusquisque petit duobus illorum per ordinem
in questione quatuor hominum, et unius equi.*

Quatuor homines bizanthios habentes equum emere uoluerunt; ex quibus primus petit secundo, et tertio homini $\frac{1}{3}$. Secundus tertio, et quarto petit $\frac{1}{4}$. Tercius quarto, et primo querit $\frac{1}{5}$. Quartus quoque primo, et secundo querit $\frac{1}{6}$ suorum bizantiorum; et sic unusquisque proponit ipsum emere equum. Quia primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, et terciij hominis proponit, ipsum emere equum; sicut secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum terciij, et quarti. Et sicut tercius homo cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti et primi. Et sicut quartus cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, et secundi: ergo primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, et terciij habet tantum quantum secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum terciij, et quarti; et quantum tercius cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, et primi; et quantum quartus cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, et secundi.

Et quoniam primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, et tercij
 habet quantum secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij, et quarti. Si de secundo auferatur
 $\frac{1}{3}$ bizantiorum suorum, remanebit primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercij, equalis de $\frac{2}{3}$ bizan-
 torum secundi cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij, et quarti. Vnde si de $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercij
 auferatur $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij, remanebit primus cum $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercij, equalis de
 $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercij cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum quarti. Similiter, eisdem dispositis, inuenies
 secundum hominem habere cum $\frac{1}{20}$ bizantiorum quarti quantum tercios cum $\frac{1}{5}$ bizan-
 torum primi. Etiam inuenies, tertium hominem cum $\frac{1}{20}$ bizantiorum primi habere quan-
 tum quartus homo cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum secundi. Item quia quartus cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum
 primi, et secundi habet quantum primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, et tercij. Si de
 primo auferatur $\frac{1}{6}$ bizantiorum suorum, remanebit quartus cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum secundi,
 equalis de $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi et tercij. Quare si de $\frac{1}{3}$ bi-
 zantiorum secundi auferatur $\frac{1}{6}$ bizantiorum ipsius, remanebit quartus homo equalis de $\frac{5}{6}$
 bizantiorum primi, et de $\frac{1}{6}$ bizantiorum secundi, et de $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercij. Rursus quia
 primus cum $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercij habet quantum $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi cum $\frac{1}{4}$ bizan-
 torum quarti; hanc $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti rediges in partes primi, et secundi sic: quia
 omnes bizantij quarti hominis sunt $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{3}$
 bizantiorum tercij; ergo quarta pars bizantiorum quarti est $\frac{1}{4}$ de $\frac{5}{6}$, scilicet $\frac{5}{24}$ bizantio-
 rum primi, et $\frac{10}{24}$ bizantiorum secundi, scilicet $\frac{11}{24}$, et $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$, scilicet $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercij:
 ergo bizantij primi hominis cum $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercij sunt $\frac{2}{3}$, et $\frac{1}{24}$ bizantiorum secundi,
 et $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercij, et $\frac{5}{24}$ bizantiorum suorum: vnde si ex utraque parte relin-
 quatur $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercij, et $\frac{5}{24}$ bizantiorum primi, remanebunt $\frac{19}{24}$ bizantiorum
 primi, equales de $\frac{1}{24}$ $\frac{2}{3}$, scilicet de $\frac{17}{24}$ bizantiorum secundi. Quare inueniendi sunt duo
 numeri, quorum $\frac{19}{24}$ unius sint $\frac{17}{24}$ alterius; eruntque 17, et 19: quare bizantij primi
 hominis sunt a bizantios (sic) secundi in ipsa proportione, in qua sunt 17 ad 19

ut inuenies proportionem, quam primus, uel secundus habet ad bizantios tercij. Considerabit qualiter primus cum $\frac{4}{3}$ bizantiorum secundi, et tercij hominis sunt quantum bizantij tercij hominis cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum quarti, et primi, ut superius demonstravimus: quare si auferatur communiter $\frac{4}{3}$ bizantiorum tercij, et $\frac{1}{3}$ bizantiorum primi, remanebunt $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, equales de $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercij, et de $\frac{1}{3}$ bizantiorum quarti. Ostensum est autem, quod bizantij quarti hominis sunt $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi, et $\frac{4}{6}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{2}$ bizantiorum tercij: quare $\frac{4}{5}$ bizantiorum quarti est $\frac{4}{5}$ de $\frac{5}{6}$, scilicet $\frac{4}{6}$ bizantiorum primi, et est $\frac{19}{30}$, scilicet $\frac{4}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{2}$, scilicet $\frac{1}{15}$ bizantiorum tercij. Et quia $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercij cum $\frac{4}{3}$ bizantiorum quarti est quantum $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi; ergo $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercij cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, et cum $\frac{1}{20}$ bizantiorum secundi, et cum $\frac{1}{15}$ bizantiorum suorum, scilicet tercij, sunt quantum $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi. Verum $\frac{1}{15}$ $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercij sunt $\frac{11}{15}$ bizantiorum ipsius. Quare $\frac{11}{15}$ bizantiorum tercij cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, et cum $\frac{1}{20}$ bizantiorum secundi sunt quantum $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi. Quare si de $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi auferatur $\frac{1}{6}$ bizantiorum ipsius, remanebunt $\frac{19}{30}$. Similiter si de $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi auferatur $\frac{1}{20}$ bizantiorum ipsius, remanebunt $\frac{9}{20}$. Vnde $\frac{11}{15}$ bizantiorum tercij sunt $\frac{19}{30}$ bizantiorum primi, et $\frac{9}{20}$ bizantiorum secundi. Demonstratum est igitur, quod $\frac{19}{25}$ bizantiorum primi sunt $\frac{17}{24}$ bizantiorum secundi. Et quia partes ipsorum sunt ex eodem numero, scilicet de 24, erunt similiter 19. partes quelibet bizantiorum primi 17 partes ex eisdem partibus bizantiorum secundi. Quare $\frac{19}{30}$ bizantiorum primi sunt $\frac{17}{20}$ bizantiorum secundi: et quia $\frac{11}{15}$ bizantiorum tercij sunt $\frac{19}{30}$ bizantiorum primi, et $\frac{9}{20}$ bizantiorum secundi, erunt similiter ipse $\frac{11}{15}$ bizantiorum tercij $\frac{17}{20}$ bizantiorum secundi, et $\frac{9}{20}$ bizantiorum secundi. Verum $\frac{17}{20}$, et $\frac{9}{20}$ bizantiorum secundi sunt $\frac{26}{30}$, scilicet $\frac{13}{15}$ bizantiorum ipsius; ergo $\frac{13}{15}$ bizantiorum secundi sunt $\frac{14}{15}$ bizantiorum tercij. Quare reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{13}{15}$ unius sint $\frac{14}{15}$ alterius; eruntque 11 et 13: ergo sicut 11 est ad 13, ita bizantii secundi hominis sunt ad bizantios tercij.

Sunt enim et bizantij secundi hominis ad bizantios primi, ut 19 est ad 17. Quare reperiendi sunt tres numeri, quorum primus sit ad secundum, sicut 17 est ad 19. Et secundus ad tertium sit, sicut 11 est ad 13; quos inuenies si multiplicabis proportionem, quam secundus habet ad tertium, per numerum proportionis, quam primus habet ad secundum, scilicet 11 per 17, erunt 187, qui est primus numerus : deinde multiplicabis numeros proportionum, quas secundus numerus habet ad primum, et ad tertium, scilicet 19 per 11, erunt 209, qui est secundus numerus. Rursus multiplicabis numeros proportionis, quam secundus habet ad primum, scilicet 19, per numeros proportionis, quam tertius habet ad secundum, scilicet per 13, erunt 247 : ergo primus homo habet 187. Secundus 209. Tercius 247. Et quia primus homo petit secundo, et tercio $\frac{1}{3}$ bizantiorum suorum, adde bizantios secundi, et terciij in unum, scilicet 209, et 247, erunt bizantij 456 ; quorum terciam partem, scilicet 152, adde super bizantios primi hominis, scilicet super 187, erunt bizantij 339; et tot bizantios ualuit equus. Rursus quia secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum terciij, et quarti hominis proponit habere ipsos bizantios 339, scilicet pretium equi, extrahe bizantios secundi hominis de 339, remanent 130, qui sunt quartum de bizantijs terciij, et quarti hominis: quare quadruplum de 130, scilicet 520, habent inter tertium, et quartum hominem; ex quibus 520, cum tercius habeat 247, quartus homo habebit bizantios 273, qui sunt a bizantijs 247 usque in 520.

Primus	
187	
Secundus	
209	
Tercius	
247	
Quartus	
273	
Equus	
233	

XII.5.36

*Modus alius de emptione equi inter tres homines,
secundum regulam proportionum.*

Tres homines equum emere uolentes, primus, et secundus petunt tercio homini $\frac{1}{2}$; et proponunt ipsum emere equum. Secundus quoque, et tertius petunt primo $\frac{1}{3}$. Tercius, et primus petunt secundo $\frac{1}{3}$. Quia primus, et secundus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum terciij habent quantum secundus, et tertius cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum primi, scilicet pretium equi. Si comuniter auferatur $\frac{1}{4}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum terciij, remanebunt $\frac{2}{5}$ bizantiorum primi cum bizantijs secundi, quantum bizantij secundi cum $\frac{2}{3}$ bizantiorum terciij. Quare si comuniter auferantur bizantij secundi, remanebunt $\frac{2}{5}$ bizantiorum primi quantum $\frac{2}{3}$ bizantiorum terciij. Rursus quia secundus, et tertius cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum primi habent quantum tercius, et primus cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum secundi. Si comuniter auferatur $\frac{1}{4}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum secundi, et terciij, remanebunt $\frac{2}{5}$ bizantiorum primi, quantum $\frac{1}{5}$ bizantiorum secundi. Que $\frac{2}{5}$ bizantiorum primi sunt $\frac{2}{3}$ bizantiorum terciij.

Vel aliter. Cum tertius dat $\frac{1}{3}$ primo, et secundo, remanent ei $\frac{2}{3}$, que sunt residuum, quod est a pretio equi usque in summam bizantiorum trium hominum : quod etiam residuum remanet primo, cum dat reliquis $\frac{1}{4}$; quod residuum est $\frac{3}{4}$ bizantiorum suorum. Similiter cum secundus dat $\frac{4}{5}$ primo, et tercio, remanent $\frac{1}{5}$ suorum bizantiorum pro eodem residuo: ergo $\frac{2}{5}$ bizantiorum primi sunt quantum $\frac{4}{5}$ bizantiorum secundi, et quantum $\frac{2}{5}$ bizantiorum tercij, ut prediximus. Quare reperies tres numeros, quorum $\frac{2}{3}$ unius sint $\frac{4}{5}$ alterius, et $\frac{2}{3}$ tercij numeri, quos inuenies sic. Positis $\frac{3}{4}$, et $\frac{4}{5}$, et $\frac{2}{3}$, multiplicabis 4, que sunt sub 3, per 4, que sunt super 5; que per 2, que sunt super 3, erunt 32. Item multiplicabis 5 per 3, que sunt super 4; que per 2, que sunt super 3, erunt 30. Item multiplicabis 3, que sunt sub 2, per 4, que sunt super 5; que per 3, que sunt super 4, erunt 36. Et quoniam 32, et 30, et 36 diuiduntur integraliter per 2, diuide ipsa per 2, ut habeas ea in minoribus numeris; et habebis pro bizantijs primi 16; pro bizantijs secundi 15; pro bizantijs tercij 18. Addidis ergo $\frac{1}{3}$ de bizantijs 18, scilicet 6, super bizantios primi, et secundi, habebis bizantios 37 pro pretio equi.

De quatuor hominibus, cum duo petant uni eorum per ordinem secundum eandem regulam.

Item homines sint $\text{iii}^{\text{m}}\text{o}$; et primus, et secundus petant tercio $\frac{1}{3}$; secundus, et tertius quarto $\frac{1}{4}$. Tercius, et quartus primo $\frac{4}{5}$; quartus, et primus secundo petant $\frac{1}{6}$. Quoniam primus, et secundus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum terciij habent quantum secundus, et tertius cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti, scilicet pretium equi. Si comuniter auferantur bizantij secundi hominis, et $\frac{1}{3}$ bizantiorum terciij, inuenies bizantios primi esse $\frac{2}{5}$ bizantiorum terciij, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti. Similiter, si de reliquis inspexeris, inuenies bizantios secundi esse $\frac{3}{4}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi; et bizantios terciij esse $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum secundi; et bizantios quarti esse $\frac{5}{6}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{8}$ bizantiorum terciij. Sunt itaque, ut diximus, bizantij primi $\frac{2}{5}$ bizantiorum terciij, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti. Bizantijs (sic) uero terciij sunt $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum secundi. Quare $\frac{2}{5}$ bizantiorum terciij sunt $\frac{2}{5}$ de $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi, scilicet $\frac{8}{25}$; et sunt $\frac{2}{15}$ bizantiorum secundi, scilicet $\frac{4}{9}$: ergo bizantij primi hominis sunt $\frac{8}{15}$ eiusdem, et bizantiorum secundi, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti. Quare si comuniter auferatur $\frac{8}{15}$ bizantiorum primi, remanebunt $\frac{7}{15}$ bizantiorum primi, equales de $\frac{1}{9}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti: et quoniam bizantij secundi hominis sunt $\frac{3}{4}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi, erit $\frac{1}{9}$ bizantiorum secundi $\frac{1}{6}$ de $\frac{2}{4}$, scilicet $\frac{1}{12}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{9}$ de $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi, scilicet $\frac{1}{45}$. Quare $\frac{7}{15}$ bizantiorum primi sunt $\frac{1}{4} \frac{1}{12}$, scilicet $\frac{1}{3}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{15}$ bizantiorum primi. Vnde si comuniter auferatur $\frac{1}{3}$ bizantiorum primi, remanebunt $\frac{20}{15}$ bizantiorum primi quantum $\frac{1}{2}$ bizantiorum quarti. Quare inuenias duos numeros, quorum $\frac{20}{15}$, scilicet $\frac{4}{3}$ unius, sint $\frac{1}{3}$ alterius; eruntque 15, et 20: ergo primus habet 15, et quartus 20. Et quoniam primus habet quantum $\frac{2}{3}$ bizantiorum terciij cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti; si de bizantijs 15 primi hominis auferatur $\frac{1}{4}$ de bizantijs 20 quarti hominis, remanebunt 10 pro $\frac{2}{3}$ bizantiorum terciij. Quare tertius homo habet 15. Et quoniam secundus habet quantum $\frac{3}{4}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi, accipe $\frac{3}{4}$ de bizantijs 20 quarti hominis, scilicet 15, et adde cum $\frac{1}{5}$ de bizantijs 15 primi, habebis 18 pro bizantijs secundi: additis itaque 1 bizantijs 15 primi cum bizantijs 18 secundi, erunt 33; cum quibus adde $\frac{1}{3}$ bizantiorum terciij, scilicet 5, habebis 38 pro pretio equi.

Primus	
15	
Secundus	
18	
Tertius	
15	
Quartus	
20	
equus	
28	

*De quinque hominibus, et uno equo, cum tres petant uni eorum,
secundum regulam proportionum.*

Rvrsus homines sint quinque. Et primus, et secundus, et tercius petant quarto homini $\frac{1}{4}$. Secundus uero, et tercius, et quartus petant quinto $\frac{1}{5}$. Tercius namque, et quartus, et quintus petant primo $\frac{1}{6}$. Quartus quidem, et quintus, et primus petant secundo $\frac{1}{7}$. Quintus uero, et primus, et secundus petant tercio $\frac{1}{8}$; et proponant ipsum equum emere. Quoniam primus cum secundo, et tercio, et cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti habet quantum secundus, et tercius, et quartus cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum quinti. Si comuniter auferantur secundus, et tercius, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti, remanebit primus equalis de $\frac{2}{4}$ bizantiorum quarti cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum quinti. Si de reliquis inspexeris, inuenies, secundum habere $\frac{4}{5}$ bizantiorum quinti, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi; et tercium habere $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{7}$ bizantiorum secundi. Et quartum $\frac{6}{7}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{8}$ bizantiorum tercij. Et inuenies similiter, quintum hominem habere $\frac{7}{9}$ bizantiorum tercij, et $\frac{1}{9}$ bizantiorum quarti. Et quoniam primus habet $\frac{2}{4}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quinti. Et quartus habet $\frac{6}{7}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{8}$ bizantiorum tercij. Erunt ergo $\frac{3}{4}$ bizantiorum quarti $\frac{3}{4}$ de $\frac{6}{7}$ bizantiorum secundi, et $\frac{29}{48}$, scilicet $\frac{3}{32}$ bizantiorum tercij. Nam $\frac{3}{4}$ de $\frac{6}{7}$ bizantiorum secundi sunt $\frac{3}{14}$ bizantiorum ipsius; ergo primus habet $\frac{9}{14}$ bizantiorum secundi, et $\frac{3}{12}$ bizantiorum tercij, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quinti. Et quoniam bizantij tercij hominis sunt $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{7}$ bizantiorum secundi; ergo $\frac{3}{2}$ bizantiorum tercij erunt $\frac{5}{22}$ de $\frac{3}{6}$ bizantiorum primi, et $\frac{3}{32}$ de $\frac{1}{7}$ bizantiorum secundi. Nam $\frac{3}{2}$ de $\frac{3}{6}$ bizantiorum primi sunt $\frac{5}{64}$ bizantiorum ipsius, et $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{7}$ bizantiorum secundi sunt $\frac{5}{224}$ bizantiorum ipsius; ergo primus habet $\frac{9}{14}$, et $\frac{3}{224}$ bizantiorum secundi, et $\frac{5}{64}$ bizantiorum suorum, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quinti. Quare si comuniter auferatur $\frac{5}{64}$ bizantiorum primi, remanebunt $\frac{59}{64}$ bizantiorum primi, equales de $\frac{9}{14}$, et $\frac{3}{224}$ bizantiorum secundi, et de $\frac{1}{5}$ bizantiorum quinti. Sed $\frac{9}{14}$, et $\frac{3}{224}$ bizantiorum secundi sunt $\frac{21}{16}$ bizantiorum ipsius: ergo $\frac{59}{64}$ bizantiorum primi sunt $\frac{21}{16}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quinti. Rursus quia bizantij secundi hominis sunt $\frac{4}{5}$ bizantiorum quinti, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi; ergo $\frac{21}{16}$ bizantiorum secundi sunt $\frac{21}{32}$ de $\frac{4}{5}$ bizantiorum quinti, et de $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi. Nam $\frac{21}{32}$ de $\frac{4}{5}$ bizantiorum quinti sunt $\frac{21}{40}$ bizantiorum ipsius; et $\frac{21}{32}$ de $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi sunt $\frac{7}{64}$ bizantiorum ipsius; ergo $\frac{59}{64}$ bizantiorum primi sunt $\frac{21}{40}$, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quinti, et $\frac{7}{64}$ bizantiorum suorum: quibus $\frac{7}{64}$ extractis de $\frac{59}{64}$ bizantiorum primi, remanebunt $\frac{52}{64}$, scilicet $\frac{13}{16}$ bizantiorum primi, equales de $\frac{21}{32}$, et de $\frac{1}{5}$, scilicet de $\frac{21}{40}$ bizantiorum quinti. Quare reperies duos numeros, quorum $\frac{13}{16}$ unius sint $\frac{21}{40}$ alterius: multiplicabis ergo 40 per 29, et 40 per 43, et cuitabis $\frac{1}{8}$ ex utraque multiplicatione, cum possibile sit; et habebis pro primo numero 58, et 65 pro secundo, scilicet pro bizantijs quinti hominis.

Sed quia primo homini petitur $\frac{1}{6}$, ex qua in 58 non reperitur nisi $\frac{1}{2}$, multiplicabis utrumque numerum per 3, et habebis 174 pro bizantijs primi hominis, et 195 pro bizantijs quinti. Et quoniam bizantij primi hominis $\frac{2}{3}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{3}$ bizantiorum quinti, si $\frac{1}{3}$ bizantiorum quinti, scilicet 39, auferatur de bizantijs primi, scilicet de 174, remanebunt 135 pro $\frac{2}{3}$ bizantiorum quarti. Quare multiplicabis 135 per 4, et diuides per 3, exibunt 180 pro bizantijs quarti hominis. Item quia secundus habet $\frac{1}{5}$ bizantiorum quinti, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, accipe $\frac{1}{5}$ de 195, scilicet 156, et adde cum $\frac{1}{6}$ de 174, scilicet cum 29; et habebis 185 pro bizantijs secundi hominis. Rursus quia tertius homo habet $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{7}$ bizantiorum secundi, accipe $\frac{5}{6}$ de 174, que sunt 145, et adde ipsa cum $\frac{1}{7}$ de 185; et habebis $\frac{5}{7}$ 171 pro bizantijs terciis: qui cum non sint in integrum, multiplicabis omnes numeros inuentos per 7, et habebis pro bizantijs primi hominis 1218; et pro bizantijs secundi 1295; et pro bizantijs terciis 1200; et pro bizantijs quarti 1260; et pro bizantijs quinti 1365. Deinde, ut habeas pretium equi, adde bizantios primi cum bizantijs secundi, et cum bizantijs terciis, erunt 3713; cum quibus adde $\frac{1}{3}$ de bizantijs quarti hominis, scilicet 315, erunt bizantij 4028, qui sunt pretium equi.

primus

1218

Secundus

1295

tertius

1200

Quartus

1269

Quintus

1365

equus

4028

Modus alias de tribus hominibus et uno equo, cum unusquisque petat reliquis per ordinem.

Sint iterum tres homines bizantios habentes, qui equum emere concupiscant. Et cum nullus illorum ipsum emere posset, primus petat reliquis duobus hominibus $\frac{1}{3}$ suorum bizantiorum. Et secundus petat $\frac{1}{4}$ bizantiorum reliquorum duorum hominum. Similiter et tertius petat $\frac{1}{5}$ reliquis; et sic proponat unusquisque ipsum emere equum. Describatur $\frac{1}{5} \frac{1}{4} \frac{1}{3}$ de positione prima, et extrahatur 1, quod est super 3, de ipsis 3, remanent 2; super que ponat ipsum 1 cum virgula, ut faciant $\frac{1}{2}$. Item extrahatur 1, quod est super 4, de ipsis 4, remanent 3; super que ponatur ipsum 1 cum virgula; et facient $\frac{1}{3}$. Rursus extrahe 1, quod est super 5, de ipsis 5, remanent 4; super que pone 1 cum virgula; et faciet $\frac{1}{4}$. Post hec pone in ordinem $\frac{1}{4} \frac{1}{3} \frac{1}{2}$; et uocentur de positione secunda. Et uide, in quo numero reperiantur ipse, scilicet in 12; que multiplica per 3 prime positionis, erunt 36; que diuide per 2 secunde positionis, exibunt 18, que serua. Item multiplica eadem 12 per 4 prime positionis, et diuide per 3 secunde, exibunt 16. Item multiplica prescripta 12 per 5 prime positionis, et diuide per 4 secunde, exibunt 15; que adde cum 18, et cum 16, erunt 49, que sunt summa bizantiorum illorum trium hominum. Deinde extrahatur unus homo de ipsis tribus, remanent 2; per que multiplica eadem 12, erunt 24: que extrahe de 49, remanent 25, que sunt pretium equi. Post hec multiplica prescripta 24 per 1, quod est super 2 secunde positionis, et diuide per ipsa 2, exibunt 12; que extrahe de 25, scilicet de pretio equi, remanent 13; et tot habuit primus. Item multiplica eadem 24 per 1, quod est super 3, eiusdem secunde positionis; et diuide per eadem 3, exibunt 8; a quibus usque in dicta 25 desunt 17; et tot habuit secundus: adhuc multiplica 24 per 1, quod est super 4, secunde positionis; et diuide per 4, exibunt 6; a quibus usque in 25 desunt 19; et tot habuit tertius.

positio prima	
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{3}$	

positio secunda	
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{2}$	

Primus	13
Secundus	17
Tertius	19
equus	
	25

De eodem inter .iiiij.^{or} homines.

Et si homines essent .iiiij.^{or}; et primus illorum peteret reliquis tribus medietatem suorum bizantiorum, et secundus peteret tertiam reliquis, et tercius peteret quartam reliquis, et quartus peteret quintam reliquis; hanc enim positionem per suprascriptam regulam reperies, uidelicet ut describas in ordinem $\frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{3} \frac{1}{2}$; et uocabis eas de positione prima. Deinde extrahas figuram, que est super unamquamque uirgulam de figura, que est sub eadem uirgula, faciens ex eis secundam positionem sic: $\frac{1}{4} \frac{1}{3} \frac{1}{2} 1$. Deinde uideas de $\frac{1}{4} \frac{1}{3} \frac{1}{2} 1$ in quo numero reperiantur, scilicet in 12. Quare multiplicabis 12 per 2 prime positionis, erunt 24; que diuide per 4 secunde, exhibunt 24, que serua: et multiplicia eadem 12 per 3 prime positionis; et diuide per 2 secunde, exhibunt 18, que serua, multiplicans 12 per 4 prime positionis, et diuidens per 3 secunde, exhibunt 16, que serua: et iterum multiplicia 12 per 5 prime positionis, et diuides per 4 secunde, exhibunt 15. Addes itaque 24, et 18, et 16, et 15, erunt 73, que sunt summa bizantiorum illorum j .iiiij.^{or}. hominum: deinde extrahe 1 de illis .iiiij.^{or} hominibus, remanent 3; per que multiplicia 12 prescripta, erunt 36; que extrahe de 73, remanent 37; et tot ualuit equus. Deinde diuide prescripta 36 per 4 secunde positionis, exhibunt 36; que extrahe de 37, remanet 1; et tot habuit primus. Postea uero accipe dimidium de 36 propter $\frac{1}{2}$ secunde positionis, scilicet 18, et extrahe de 37, remanent 19; et tot habuit secundus. Similiter accipe $\frac{1}{3}$ de 36 pro ipsa $\frac{1}{3}$, que est in secunda positione. Et extrahe de 37, remanent 25; et tot habuit tercius. Rursus pro $\frac{1}{4}$, que est in se- cunda positione, accipe $\frac{1}{4}$ de 36, scilicet 9, que extrahe de 37, remanent 28; et tot habuit quartus.

positio prima			
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
Secunda			
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1

Primus
1
Secundus
19
tercius
23
Quartus
28
Eiusm
37

Nam si vnde hec regula procedat nosse uolueris, considera igitur, quia cum primus homo petat reliquis $\frac{1}{2}$ ipsorum bizantiorum, cum habeat ipsam medietatem, non habet amplius quam pretium equi; ergo remanet reliquis tribus, scilicet secundo, et tercio, et quarto a pretio equi usque in summa omnium bizantiorum illorum .iiiij.^{or} hominum. Et cum secundus habeat $\frac{1}{3}$ bizantiorum reliquorum trium hominum, et non habeat tunc nisi tantum pretium equi ; ergo reliquis tribus, scilicet primo, et tercio et quarto remanet hoc idem, quod est inter pretium equi, et summam bizantiorum illorum .iiij.^{or}. Similiter cum tertius homo habuerit $\frac{1}{4}$ bizantiorum reliquorum trium hominum; et habuerit tantum pretium equi, reliquis tribus, scilicet quarto, et primo, et secundo remanet illud idem, quod est a pretio equi usque in summa bizantiorum illorum .iiij.^{or} Propter eandem primo, et secundo, et tercio remanet illud idem, quod est a pretio equi usque in summam prescriptam, uidelicet data quinta illorum bizantiorum quarto homini: ergo cum quilibet illorum petat , et sua petitione ab ipsis recepta , remanet eis una , et eadem quantitas , scilicet una, que est a pretio equi usque in summam omnium bizantiorum illorum .iiij.^{or} hominum. Post hanc itaque considerationem describe petitiones eorum in ordinem sic : $\frac{1}{5} \frac{1}{4} \frac{1}{3} \frac{1}{2}$, de quibus superius fecimus primam positionem. Deinde considera, quam partem quilibet tres illorum tribuant suo petitori ex hoc, quod eis remanet; quod sic considerandum est. Cum secundus, et tertius, et quartus tribuant suo petitori, uidelicet primo, medietatem ipsorum bizantiorum; ergo, si ipsi habent duos bizantios, dant ei 1, et remanet eis aliis: ergo tantum dant, quantum remanet eis. Quare scribitur superius in principio secunde positionis 4. Item cum tertius, et quartus, et primus tribuant secundo homini $\frac{1}{2}$ suorum bizantiorum, ut ipse petit eis; ergo si ipsi habent bizantios 3, dant ei 1 ex ipsis tribus bizantijs, et remanent eis 2: ergo dant medietatem eius, quod remanet eis. Quare describitur $\frac{1}{2}$ in secunda positione sub $\frac{1}{3}$ prime positionis, ut in descriptione ostenditur. Item cum quartus, et primus, et secundus tribuant tercio homini $\frac{1}{3}$ ipsorum bizantiorum, sicut ipse petit eis; ergo, si ipsi tres habent bizantios 4, dant ei 1 ex ipsis pro quarta parte, et remanent eis bizantij 3 : ergo dant terciam ex eo, quod eis remanet. Quare describitur $\frac{1}{3}$ in secunda positione sub $\frac{1}{4}$ prime positionis. Rursus cum primus, et secundus, et tertius tribuant quarto homini $\frac{1}{4}$ bizantiorum eorum, ut ipse petit eis; ergo si ipsi tres habent bizantios 5, dant ei 1 ex ipsis pro quinta parte, et remanent eis bizantij 4; ergo dant $\frac{1}{4}$ ex hoc, quod remanet eis. Et ideo describitur $\frac{1}{4}$ in fine secunde positionis, ut in prescripta descriptione demonstratur.

Item quia tertius , et quartus, et primus homodant secundo homini medietatem bizantiorum, qui ei remanent; ergo si remanent eis bizantij 12, ut positum est; et ei dederunt bizantios 6 , scilicet medietatem de 12 ; ergo habuerunt in principio ipsi tres bizantios 18; et hoc est quod multiplicauimus in suprascripta regula 12 per 3 prime positionis, et diuisimus per 2 secunde, et habuimus 18. Rursus quia quartus, et primus , et secundus dant tercio homini tercium bizantiorum, quos eis remanet; ergo si remanent eis 12, ut prediximus, ei dederunt bizantios 4, scilicet terciam de 12 : ergo habuerunt ipsi tres bizantios 16, quos habuimus superius, cum multiplicauimus 12 per 4 prime positionis, et diuisimus per 3 secunde: adhuc quia primus , et secundus, et tertius dant quarto homini quartam bizantiorum, quos eis remanent; ergo si remansit eis bizantij 12 vt ceteris quibuslibet tribus , et ei dederunt bizantios 3, scilicet $\frac{1}{4}$ de 12; ergo habuerunt ipsi tres bizantios 15 in principio, quod superius inuenimus , cum multiplicauimus 12 per 5 prime positionis , et diuisimus per 4 secunde:

XII.5.45

ergo cum addidimus bizantios 24, quos habent inter secundum,
et tertium, et quartum hominem cum bizantijs 18, quos habent inter tertium, et quartum,
et primum. Et cum bizantijs 16, quos habent inter quartum, et primum, et se-
cundum. Et cum bizantijs 15, quos habent inter primum, et secundum, et tertium ho-
minem, habuimus in summa bizantios 73. In qua summa, cum unusquisque ipsorum
ter computatus sit pro eorum bizantiorum summa, terciam de bizantijs 73 habere necesse
est. Ideo quia 73 triplum est summe eorum propter triplam computationem ipsorum.
Sed quia $\frac{1}{3}$ de 73 sine rupto esse non potest, relinquimus 73 pro eorum summa, ut
prediximus; et triplicamus residuum, scilicet 42; que triplicatio est 36, secundum quod
superius inuenimus, quando multiplicauimus 42 per 3, scilicet per numerum .iiiij.^{or} ho-
minum prescriptorum, uno uidelicet ex eis extracto: ergo si summa eorum est 73; et
residuum, quod remanet quibuslibet tribus eorum, est 36. Et prescriptum residuum,
scilicet 36, distat pretium equi ad summam bizantiorum illorum, uidelicet a 73, ut su-
perius demonstrauimus: ergo quot distant 36 a 73, scilicet 37, tot ualeat equus.

quia primus petit reliquis tantum quantum eis remanet; pro quo tanto in secunda positione et describitur; ergo quesuit eis bizantios 36; a quibus usque in pretium equi, uidelicet in 37, deest 1; ergo tot habuit primus, quia addito ipso bizanthio cum bizantijs 36, quos querit reliquis, nimirum in pretium equi, scilicet in 37 ascendit. Item quia secundo homini datur ab alijs medietas predicti residui, scilicet 18; ergo oportet eum habere bizantios 19, uidelicet differentiam, que est a 18 usque in 37. Et hoc est cum in precedenti accepimus $\frac{1}{2}$ de 36 pro $\frac{1}{2}$ secunde positionis, extraximus ipsam medietatem, scilicet 18 de pretio equi, uidelicet de 37; et sic habuimus 19 pro bizantijs secundi. Rursus quia ad tertium hominem reliqui tres dant terciam de residuo eorum, uidelicet de 36; ergo dant ei 12; a quibus usque in 37 desunt bizantij 25; et tot oportet, ut habeat ipse: et hoc est quod superius fecimus, cum accepimus $\frac{1}{2}$ de 36, scilicet 12, et extraximus de 37. Et sic habuimus tunc 25 pro bizantijs tercij hominis. Adhuc quia quarto homini reliqui tres dant quartam residui eorum, uidelicet de 36; ergo dant ei 9; a quibus usque in bizantijs 37 desunt bizantij 28; et tot oportet habere quartum hominem. Et hoc est cum superius accepimus $\frac{1}{4}$ de 36, scilicet 9, et extraximus de 37; et tunc habuimus | similiter 23 pro bizantijs quarti hominis. Et sic per eandem considerationem poteris quaslibet similes questiones, siue trium, siue plurium facillime denodare. Sed quia nobis grauiissimum est singula singulis demonstrationibus demonstrare, alias huiusmodi questiones in sequentibus, secundum priorem datam regulam, te docebimus denodare.

Questio alia de .IIIJ.º hominibus.

Proponamus enim aliam .IIIJ.º hominum questionem, ut que dicta sunt in suprascripta regula apertius intelligantur. Ut si dicatur: sunt .IIIJ.º homines equum emere uolentes. Et primus petat alijs tribus hominibus $\frac{2}{3}$ corum bizantiorum. Et alter petat reliquis tribus $\frac{1}{3}$. Et tertius petat $\frac{1}{11}$. Quartus querat reliquis $\frac{6}{19}$. Descriptis itaque per ordinem $\frac{6}{19} \frac{1}{11} \frac{2}{3} \frac{1}{3}$, in quibus continetur prima positio. Et extrahatur unusquisque numerorum, qui sunt super uirgulis, de numero ei existenti sub uirgula, idest 2 de 5, et 3 de 8, et 4 de 11, et 6 de 19, remanebunt 3, et 5, et 7, et 13, super quibus ponantur uirgule, et super 3 ponantur 2, et super 5 ponantur 3, et super 7 ponantur 4, et super 13 ponantur 6; et habebuntur pro secunda positione $\frac{6}{13} \frac{4}{7} \frac{3}{5} \frac{2}{3}$, que sunt partes per ordinem, que dant tres homines eorum petitori de hijs, que remanent eis, sicuti in precedenti demonstratione demonstrauimus. Et pone secundam positionem sub prima, ut inferius ostenditur. Deinde uide, in quo numero ipsi rupti secunde positionis reperiantur: reperiuntur enim in 1365 : deinde multiplicata 1365 per 5, que sunt sub prima uirgula prime positionis; et diuide per 3, que sunt sub prima uirgula secunde positionis, exibunt 2275, que serua. Iterum multiplicata 1365 per 8 de prima positione; et diuide per 5, exibunt 2184. Rursus multiplicata 1365 per 11 prime, et diuide per 7 secunde, exibunt 2145. Adhuc multiplicata 1365 per 19, et diuide per 13, exibunt 1995; que adde cum 2275, et cum 2184, et cum 2145, erunt 8599, que sunt summa cunctorum bizantiorum illorum. Postea quia homines sunt .IIIJ.º; et unus illorum semper petit reliquis, extrahatur 1 de 4, remanent 3, in quibus multiplicetur 1365, erunt 4095; qui numerus est illud residuum, quod semper remanet quibuslibet tribus illorum. Post emptionem equi, que extrahantur de 8599, remanet 4504 pro pretio equi. Deinde ut habeas bizanthios primi hominis, pro $\frac{2}{3}$, que sunt in secunda positione accipe $\frac{2}{3}$ de 4095, exibunt 2730; que extrahe de pretio equi, scilicet de 4504, remanent 1774; et tot habuit primus. Item ut habeas bizantios secundi, accipe $\frac{3}{8}$ de 4095 pro $\frac{5}{8}$, que sunt in secunda positione, erunt 2457; que extrahe de 4504, remanent 2047; et tot habuit secundus. Rursus pro $\frac{1}{7}$ secunde positionis accipe $\frac{1}{7}$ de 4095, que sunt 2340, et extrahe ea de 4504, remanent 2164; et tot habuit tertius. Iterum accipe $\frac{6}{13}$ de 4095, que sunt 1890, et extrahe ea de 4504, remanent 2614; et tot habuit quartus.

perditio prima	2	3	5
6	4	2	3
6	4	2	3

Equus	
4504	
primus	
1774	
Sororius	
2047	
tertius	
2164	
Quartus	
2164	

Possimus hoc idem

per aliam regulam promptius operari , uidelicet cum secundus homo , et tertius , et quartus dant primo $\frac{2}{5}$, remanent eis $\frac{3}{5}$ bizantiorum suorum; que $\frac{2}{5}$ sunt residuum, quod est a pretio equi in summam bizantiorum .iiiij.^{or} hominum. Item cum reliqui dant secundo $\frac{3}{8}$, remanent eis $\frac{5}{8}$ bizantiorum, que sunt idem residuum. Rursus cum | reliqui dant tertio $\frac{4}{11}$, remanent eis $\frac{7}{11}$ pro eodem residuo. Adhuc cum reliqui dant quarto homini $\frac{6}{19}$, remanent eis pro residuo suprascripto $\frac{13}{19}$: ergo $\frac{2}{5}$ bizantiorum secundi , et terciij, et quarti sunt quantum $\frac{3}{8}$ bizantiorum terciij, et quarti, et primi hominis; et quantum $\frac{7}{11}$ quarti, et primi, et secundi; et quantum $\frac{13}{19}$ bizantiorum primi, secundi, et terciij hominis. Quare reperiendi sunt .iiiij.^{or} numeri, quorum $\frac{2}{5}$ primi sint quantum $\frac{3}{8}$ secundi, et quantum $\frac{7}{11}$ terciij , et quantum $\frac{13}{19}$ quarti numeri. Erunt 2275, et 2184, et 2145, et 1995, sicut in secunda parte huius capituli similes proportiones docuimus inuenire. Ex quibus .iiiij.^{or} numeris primus est summa bizantiorum secundi , et terciij , et quarti hominis. Secundus numerus terciij, et quarti , et primi hominis. Tercius numerus est summa quarti, et primi, et secundi hominis. Quartus numerus est summa bizantiorum primi, et secundi , et terciij hominis. Quare ipsi .iiiij.^{or} numeri in unum coniuncti reddunt 8599; qui numerus est triplum summe bizantiorum ipsorum .iiiij.^{or}; cum quilibet ipsorum sit ter in ipso computatus. Quare summa ipsorum .iiiij.^{or} est tercia pars ipsius numeri. Sed cum iste numerus per ternarium integre non dividatur, et nos uelimus sanos omnes habere numeros; retinemus 8599 pro summa ipsorum .iiiij.^{or}. Quare tres illorum per ordinem habebunt triplum dictorum numerorum, scilicet secundus, et tertius, et quartus homo 6825; tertius, et quartus, et primus 6552. Quartus, et primus, et secundus 6435; primus, et secundus, et tertius 5985. Et quoniam summa ipsorum .iiiij.^{or} est 8599; de qua secundus, et tertius, et quartus homo habent 6825 ; ergo residuum, quod est inter utrumque, scilicet 1774, habet primus ; propter quod si extraxerimus 6552 de 8599 , remanent pro bizantijs secundi hominis 2047. Similiter extracto tertio, et quarto numero de 8599, remanent tertio homini 2164; quarto 2614.

XII.5.49

Et ut habeamus pretium equi, multiplica 3, que sunt super 5, per 5,
que sunt super 8; et hoc totum per 7, que sunt super 11; que per 13, que sunt super
19, erunt 1365; que triplica, sicut alios numeros triplicasti, erunt 4095, que est summa
predicti residui: quibus extractis de 8599, remanent pro pretio equi 4504, ut per aliam
regulam inuenimus. Et nota, quod per hanc regulam omnes illas poteris soluere que-
stiones, in quibus unus petit ab omnibus alijs sibi suorum bizantiorum partem ali-
quam, uel partes exhiberi. Et si primus peteret reliquis $\frac{1}{4} \frac{1}{9}$, scilicet $\frac{7}{12}$; et secundus
 $\frac{1}{5} \frac{1}{4}$, scilicet $\frac{9}{20}$; et tercius $\frac{1}{6} \frac{1}{5}$, scilicet $\frac{11}{30}$; et quartus $\frac{1}{7} \frac{1}{6}$, scilicet $\frac{13}{42}$. Inuenies ordine
suprascripto, primum habere 1376; secundum 54272; tertium 76022; quartum 87902; et
pretium equi esse 128657.

*Questio nobis proposita a peritissimo magistro musco constantinopolitano
in constantinopoli.*

Item quinque homines bizantios habentes nauem emere uoluerunt; quorum primus petit $\frac{1}{5} \frac{2}{3}$ reliquis .iiiij.^o ipsorum bizantiorum. Secundus petit $\frac{1}{480} \frac{1}{6} \frac{2}{3}$; tercius petit reliquis $\frac{1}{638} \frac{1}{6} \frac{2}{3}$; quartus petit $\frac{1}{420} \frac{1}{7} \frac{2}{3}$. Quintus petit reliquis $\frac{1}{810} \frac{1}{27} \frac{1}{10} \frac{2}{3}$. Quam questionem ita ad suprascriptam regulam reducere studui. Quia primus petijt $\frac{1}{5} \frac{2}{3}$, ipsas duas uirgulas in unam uirgulam reduxi sic quod uidi de $\frac{1}{5} \frac{2}{3}$, in quo numero reperirentur, uidelicet in 15; et accepi de $\frac{2}{3}$ de 15, que sunt 10, et $\frac{1}{5}$ de 15, que est 3; et iuxxi insimul, et fuerunt $\frac{13}{15}$. Item eademque ratione de $\frac{1}{480} \frac{1}{6} \frac{2}{3}$, que petijt secundus, feci aliam uirgulam, que est $\frac{101}{480}$. Iterum de $\frac{1}{638} \frac{1}{6} \frac{2}{3}$ feci aliam uirgulam, scilicet $\frac{799}{957}$. Rursus $\frac{1}{420} \frac{1}{7} \frac{2}{3}$ quia quarti petitionem redigi in unam uirgulam, scilicet in $\frac{341}{420}$. Adhuc redigi minuta petitionis quinti hominis, scilicet $\frac{1}{810} \frac{1}{27} \frac{1}{10} \frac{2}{3}$ in aliam uirgulam, scilicet in $\frac{226}{405}$, et posui per ordinem $\frac{326}{405} \frac{341}{420} \frac{799}{957} \frac{101}{480} \frac{13}{15}$; et habui eos pro prima positione. Deinde extraxi 13 de 15, remanserunt 2; super que posui 13 cum uirgula sic: $\frac{13}{2}$, quamuis non sit maior numerus super uirgulam ponendus. Item extraxi 401 de 480, remanent 79; super que posui 401 cum uirgula sic: $\frac{401}{79}$. Item extraxi 799 de 957, remanserunt 458; super quem posui 799 cum uirgula $\frac{799}{458}$. Rursus minui 341 de 420, remanserunt 79; super que posui 341 sic: $\frac{341}{79}$. Adhuc extraxi 326 de 405, remanserunt 79; super que posui 326 sic: $\frac{326}{79}$. Postea posui ex parte sub prima positione $\frac{326}{79} \frac{341}{79} \frac{799}{458} \frac{101}{79} \frac{13}{2}$. Et habui eas pro secunda positione, ut hic ostenditur.

positio prima					
$\frac{326}{405}$	$\frac{341}{420}$	$\frac{799}{957}$	$\frac{101}{480}$	$\frac{13}{15}$	
Secunda					
$\frac{326}{79}$	$\frac{341}{79}$	$\frac{799}{458}$	$\frac{101}{79}$	$\frac{13}{2}$	

Deinde inueni 158, in quibus reperiuntur omnes rupti secunde positionis; et multiplicaui ipsa 158 per 13 prime positionis, et diuisi per 2, que sunt sub prima uirgula secunde positionis, exierunt 1185: adhuc multiplicauit 158 per 480, et diuisi per 79, hoc est duplicaui 480, et habui 960. Item multiplicauit prescripta 158 per 957 prime, et diuisi per 158, exierunt inde 957. Rursus multiplicauit eadem 158 per 420, et diuisi per 79, que sunt sub 341, exierunt 840. Et adhuc multiplicauit 158 per 405 prime positionis, et diuisi per 79, que sunt sub 326 secunde, exierunt 810: cum quibus iunxi 1185, et 960, et 957, et 840 modo inuentis, fuerunt 4752; que cum debui habere pro summa cunctorum bizantiorum illorum quinque hominum, et multiplicare 158 per numerum hominum, uno inde extracto, scilicet per 4, reliqui quod non multiplicauit 158 per 4, sed seruaui ea pro residuo, quod remanet semper .mij.º hominibus. Post emptionem nauis, ideo quia bizantij 4752 integraliter per prescripta 4 diuidi possunt. Vnde diuisi 4752 per 4, exierunt bizantij 1188, quos habuimus pro summa illorum quinque hominum; ex quibus extraxi seruatum residuum, scilicet 158, remanserunt pro pretio nauis bizantij 1030: deinde ut haberem bizantios primi hominis, accepi $\frac{13}{2}$ de 158, hoc est quod multiplicauit 158 per 13, et diuisi per 2, exierunt 1027; que extraxi de pretio nauis, scilicet de 1030, remanserunt bizantij 3; et tot habuit primus. Deinde ut haberem bizantios secundi, multiplicauit 158 per 401, que sunt super 79, et diuisi per ipsum 79; et hoc est quod accepi $\frac{401}{79}$ de 158, que sunt 802, que extraxi de 1030, remanserunt bizantij 228; et tot habuit secundus. Item ut haberem bizantios tertij hominis, accepi $\frac{799}{158}$ de 158, uidelicet de prescripto residuo, fuerunt itaque 799; que extraxi de 1030, remanserunt bizantij 231; et tot habuit tertius. Iterum accepi $\frac{341}{79}$ de 158 sic quod diuisi 158 per 79, exierunt 2; que multiplicauit per 341, et habui 682; que extraxi de 1030 predictis, remanserunt 348; et tot habuit quartus. Similiter accepi $\frac{378}{79}$, scilicet quintam uirgulam secunde positionis de 158, et fuerunt 652; que extraxi de 1030, remanserunt 378; et tot habuit quintus.

Nauis	
1030	

Primus	
3	
Secondus	
228	
Tertius	
231	
Quartus	
348	
Quintus	
378	

Modus alius de quinque hominibus in emptione unius equi.

Item homines sint quinque, quorum primus, et secundus petunt reliquis tribus $\frac{1}{2}$ suorum bizantiorum. Secundus uero, et tertius petunt reliquis $\frac{1}{2}$. Tercius, et quartus petunt reliquis $\frac{1}{4}$. Quartus, et quintus petunt reliquis $\frac{1}{5}$. Quintus, et primus petunt reliquis $\frac{1}{6}$; et sic proponunt ipsum eenum emere. Quamuis duo illorum insimul petant, tamen non dissimilatur hec questio a suprascriptis, in quibus unus petit omnibus reliquis: quare pones in ordinem petitiones ipsorum, sicut in margine cernitur; et uocabis ipsas primam positionem, sub qua describas secundam positionem; et multiplicabis singulariter 60, in quibus reperiuntur rupti secunde positionis per numeros, qui sub virgulis sunt prime, scilicet per 2, et per 3, et per 4, et per 5, et per 6; et diuides primam multiplicationem per 1 secunde positionis; secundam per 2; terciam per 3. Quartam per 4. Quintam per 5, ut superius fecimus in questione .iiiij.^{or} hominum, et trium; et habebis 420, et 90, et 80, et 75, et 72: quibus omnibus insimul iunctis, faciunt 437, in quibus unusquisque ipsorum ter computatus est; cum duo illorum semper per ordinem petant reliquis: quare cum 437 integraliter non diuidatur per 3, triplicabis residuum, quod remanet tribus illorum per ordinem post dationem, quam dant suis petitoribus; quod residuum est 60: quibus triplicatis, faciunt 180; que sunt residuum, quod remanet tribus illorum per ordinem post emptionem equi; cum summa quinque hominum fuerit 437. Quare extracto residuo suprascripto a summa, scilicet 180 de 437, remanent pro pretio equi bizantij 257.

Equus	positio prima				
	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$
257					
	Secunda				
	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	4

Et quia tercius , et quartus , et quintus dant suis petitoribus, scilicet primo, et secundo, quantum eis remanet, scilicet 180, extrahes 180 de pretio equi, remanebunt 77 ; et tot bizantios habent inter primum, et secundum hominem. Item quia quartus, et quintus, et primus homo dant secundo, et tertio medietatem dicti residui, ut in secunda positione cernitur, extrahes dimidium residui, scilicet 90, de pretio equi , remanebunt pro bizantijs secundi , et tercij 167 : eademque ratione, extracta $\frac{1}{2}$, et $\frac{1}{4}$, et $\frac{1}{5}$ eiusdem residui, scilicet 60, et 45, et 36, de pretio equi, remanebunt pro bizantijs tercij, et quarti 197; et pro bizantijs quarti, et quinti 212; et pro bizantijs quinti, et primi 221: et ut separentur bizantij uniuscuiusque ad inuicem, adde 77 primi, et secundi cum bizantijs 197 tercij, et quarti, et cum 221 quinti, et primi, erunt 495; in quibus 495 primus bis computatus est. Est enim summa quinque hominum 437: ergo differentiam, que est a 437 usque in 495, scilicet 58, habet primus homo: quibus 58 extrahens de bizantijs primi, et secundi hominis , scilicet de 77 , remanebunt secundo homini bizantij 49 : quibus extractis de bizantijs secundi, et tercij, scilicet de 167, remanent 148 pro bizantijs tercij hominis: quibus extractis de bizantijs tercij, et quarti hominis , scilicet de 197 , remanent 49 quarto homini: quibus extractis de bizantijs quarti, et quinti hominis, scilicet de 212, remanebunt quinto homini 163; quibus additis cum bizantijs 58 primi hominis inuentis, reddunt 221, ut pro bizantijs quinti, et primi inuenimus. Vnde hec questio solubilis est: possemus enim ponere in similibus questionibus , ut plures quam duo peterent reliquias suas petitiones, quas solueres ordine suprascripto : et scias, quia si homines fuerint pares; et duo, uel plures per ordinem petant reliquias, erunt questiones eorum quandoque solubiles, quandoque non: quare ponamus unam questionem insolubilem, et aliam solubilem de .iii.º hominibus, ut habeas melius notitiam cognoscendi solubiles ab insolubilibus.

primos	
58	
Secondi	
49	
tercius	
148	
Quartus	
49	
Quintus	
163	

Questio insolubilis.

Sint ergo .iiiij.^o homines, quorum primus, et secundus petant reliquis $\frac{1}{2}$. Secundus et tercius reliquis $\frac{1}{3}$. Tertius, et quartus $\frac{1}{4}$; quintus et primus petant reliquis $\frac{1}{5}$. Inuenies per primam, et secundam positionem, quod summa eorum est 73; et residuum, quod remanet duobus illorum per ordinem, est 24: quibus extractis de 73, remanent 49 pro pretio equi: et quia tercius, et quartus dant primo, et secundo tantum quantum eis remanet, scilicet 24; cum quibus 24 primus, et secundus habent 49; ergo primus, et secundus habent 25: similiter quia primus, et quartus dant tercio, et secundo di-midium residui, scilicet 12, extrahe 12 de 49, remanent 37 pro bizantijs secundi, et tercij. Item extrahe 8, scilicet $\frac{1}{2}$ de 24, de 49, remanent 41 pro bizantijs tercij, et quarti; quod est impossibile: est enim summa eorum 73; ex quibus primus, et secundus habent 25; quare tercius, et quartus deberent habere 48, scilicet residuum, quod est a 25 usque in 73: uel aliter:

quia primus, et secundus petunt tercio, et quarto $\frac{1}{5}$; et tercius, et quartus petunt primo, et secundo $\frac{1}{4}$. Ideo inuenias, que partes sunt pretium equi ex summa hominum .iiiij.^{or}; quas inuenies inuentis bizantij primi 7, et secundi, et tercij, et quarti, tamquam essent bizantij duorum hominum, quod demonstrauimus in regula duorum hominum, scilicet pone, quod primus, et secundus sint unus homo; et tercius, et quartus sint alius; et tunc petat primus secundo $\frac{1}{5}$; et secundus primo $\frac{1}{4}$: quare primus, scilicet inter primum, et secundum habent 4; secundus, scilicet inter tertium, et quartum 6; et pretium equi est 7: ideo quia addito dimidio de 6 super 4, uel $\frac{1}{4}$ de 6 super 6, faciunt 7; que 7 de 4, et de 6 insimul iunctis sunt $\frac{7}{10}$: ergo pretium equi est $\frac{7}{10}$ de summa illorum .iiiij.^{or}: deinde uideas, que partes sint pretium equi ex eadem summa secundum petitiones, quas petunt secundus, et tercius quarto, et primo; et quartus, et primus secundo et tercio. Nam secundus, et tercius petunt quarto, et primo $\frac{1}{5}$; et quartus, et primus petunt secundo, et tercio $\frac{1}{5}$. Vnde per regulam duorum hominum predictam inuenies, secundum, et tertium habere 5; quartum et primum 6; pretium equi 7; quod pretium, scilicet 7, de 5, et de 6, scilicet de 11, sunt $\frac{7}{11}$: ergo pretium equi de summa .iiiij.^{or} hominum est $\frac{7}{11}$. Inuenimus enim primum, ipsum pretium esse $\frac{7}{10}$ de eadem summa, quod est inconueniens: insolubilis est ergo questio ista;

quare ponamus aliam questionem solubilem, in qua primus,
et secundus petant reliquis $\frac{1}{2}$; secundus, et tertius $\frac{3}{7}$; tertius, et quartus $\frac{3}{11}$; quartus
et primus petant reliquis $\frac{5}{13}$: hanc enim questionem, qualitercumque per istos duos
modos considerabis, inuenies eam solubilem esse. Vnde si processeris secundum quod
doctum est, donec bizantios omnes duorum illorum per ordinem habueris, inuenies quod
primus, et secundus habent 11; inter secundum, et tertium 13; inter tertium, et quartum
16; inter quartum, et primum 14; et precium equi est 19. Nam in separatione unius
ab altero nil aliud dicendum est, nisi quod de bizantijs 11, quos habent inter primum,
et secundum, habeat primus homo quantum uis, ut dicamus 5; quare secundus habet
6; tertius 7, cum habeat cum secundo 13; et quartus 9, cum habeat 16 cum tertio;
quibus 9 additis cum 5 primi hominis, faciunt 14, ut pro summa quarti, et primi ho-
minis reperta erant.

Questio solubilis, cum homines sint 7.

Et si homines essent 7; et primus, et secundus, et tertius querant reliquis $\frac{1}{2}$; secundus uero, et tertius, et quartus petant reliquis $\frac{1}{3}$; tertius, et quartus, et quintus petant $\frac{1}{4}$; quartus, et quintus, et sextus $\frac{1}{5}$; quintus, sextus, septimus $\frac{1}{6}$; sextus, septimus, primus $\frac{1}{7}$. Septimus, primus, et secundus reliquis .mij.^{or} $\frac{1}{8}$ bizantiorum suorum; et preponat emere ipsum equum: posita positione prima sub secunda, tunc 420. In quibus inueniuntur ruptos secunde positionis multiplica per 2 prime; et diuide per 2 secunde, erunt 840. Item multiplica 420 per 3 prime positionis, et diuide per 2 secunde, hoc est $\frac{1}{2}$ de 420 multiplica per 3, erunt 630. Similiter terciam de 420 multiplica per 4, et quartam per 5, et quintam per 6, et sextam per 7, et septimam per 8, erunt et 560, et 525, et 504, et 490, et 480; quibus iunctis cum 630, et cum 840, erunt in summa bizantiorum ipsorum 4029. Et quia semper petitur quatuor ipsorum. Vnusquisque quater computatur in dicta summa. Vnde multiplica 420 per 4, erunt 1680 pro residuo illorum .mij.^{or}; quibus extractis de 4029, remanent pro pretio equi bizantij 2349: deinde diuide 1680 per 1 prime positionis, et extrahe de 2349, remanent primo, et secundo, et tertio 669. Item extrahe de 2349 medietatem, et terciam, et quartam; et quintam, et sextam, et septimam de 1680, scilicet 840, et 560, et 420, et 336, et 280, et 240, remanebunt secundo, et tertio, et quarto bizantij 1509. Tercio, quarto, et quinto 1789. Quarto, quinto, sexto 1929. Quinto, sexto, septimo 2013. Sexto, septimo, primo 2069. Septimo, primo, secundo 2109:

prima						
$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	
Secunda						
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

deinde ut separantur ab iniicem, iunge bizantios secundi, tercij, et quarti cum bizantijs quinti, sexti, septimi, 1509 cum 2013, erunt 3523; quos extrahe de summa illorum omnium, scilicet de 4029, remanent primo homini bizantij 507. Item addit bizantios tercij , et quarti , et quinti cum bizantijs sexti, septimi, primi; et extrahe summam eorum de 4029, remanent secundo homini bizantij 171: quibus iunctis cum 507 primi, reddunt pro bizantijs primi, et secundi 678; que sunt 9 plus de bizantijs primi, et secundi, et tercij: quare tercius homo habet debitum ipsos 9, vel hec questio est insolubilis: sit itaque solubilis cum debito tercij hominis; deinde ut habeamus bizantios quarti, extrahe debitum tercij, scilicet 9, de bizantijs secundi, scilicet de 171, remanent 162: ergo secundus, et tercius habent 162; quibus extractis de bizantijs secundi, et tercij, et quarti, scilicet de 1509, remanent quarto 1347; de quibus extractis 9, uidelicet debitum tercij, habebunt inter tercium, et quartum 1338; quibus usque in bizantijs tercij, et quarti, et quinti, scilicet in 1789, sunt 451; et tot habet quintus: quibus iunctis cum bizantijs quarti , et extractis de bizantijs quarti, et quinti, et sexti, scilicet de 1929, remanent sexto homini 131; quibus etiam et bizantijs quinti extractis de 2013 quinti, sexti, et septimi, habebit septimus 1431. Sine debito enim alicuius illorum soluitur ordine modi suprascripti, cum primi tres petant reliquis tercium, secundi $\frac{1}{4}$. Tercij $\frac{1}{5}$, alij $\frac{1}{6}$, alij $\frac{1}{7}$, alij $\frac{1}{8}$, alij $\frac{1}{9}$: habet enim primus 1077; secundus 717; tercius 489; quartus 1637; quintus 997; Sextus 657. Septimus 1749; et equus ualeat 3963.

De duobus hominibus et duobus equis.

Item duo homines bizantios habentes, qui duos equos emere uolebant, quorum secundus ualebat bizantios 2 magis primo. Vnde primus sic loquitur secundo : Si dares mihi tercium tuorum bizantiorum, primum equum emerem. Cui alter Respondit: et tu si dares mihi $\frac{1}{3}$ tuorum bizantiorum, secundum equum emerem, scilicet cariorem: queritur quantitas bizantiorum illorum , nec non et pretium uniuscuiusque equi : hec enim questio per suprascriptam unius equi regulam soluitur, uidelicet, ut ponas primum petitiones ipsorum in ordinem sic : $\frac{1}{3} \frac{1}{2}$, que uocantur de descriptione prima, ut supradiximus: deinde extrahe 1, quod est super 3, de ipsis 3, remanent 2; super quem pone uirgulam, et 1 sic $\frac{1}{2}$, hoc est quod secundus homo dat primo dimidium de hoc, quod ei remanet. Similiter facies de $\frac{1}{3}$, et habebis $\frac{1}{3}$: quia primus dat secundo de hoc, quod ei remanet. Quare describes $\frac{1}{3} \frac{1}{2}$, scilicet secundam positionem sub prima, ut hic ostenditur : deinde reperias duos numeros, quorum secundus sit 2, minor primo , sicuti primus equus ualet 2, minus secundo. Et primus numerus illorum diuidatur integraliter per 2 secunde positionis. Et alter diuidatur per 3 eiusdem positionis. Sintque numeri illi 8, et 6; et erunt 8 residuum, quod remanet secundo homini post quam dederit primo terciam partem suorum bizantiorum; et 6 erit residuum primi hominis: quare multiplicabis 8 predicta per 3 prime positionis, et diuide per 2 secunde, exibunt bizantij 12 ; et tot habuit secundus. Item multiplica residuum primi hominis, scilicet 6, per 4 prime positionis, et diuide per 3 secunde, exibunt bizantij 8; et tot habuit primus. Nam ut habeas precium equorum, adde bizantios illorum, scilicet 8 cum 12, erunt 20; de quibus extrahe residuum secundi hominis, uide licet 8, remanent 12 pro pretio primi equi. Item extrahe de eisdem 20 residuum primi hominis, videlicet 6 remanent 14 pro precio secundi equi.

positio prima

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
---------------	---------------

Secunda

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
---------------	---------------

De duobus hominibus et duobus equis.

Item duo homines bizantios habentes, qui duos equos emere uolebant, quorum secundus ualebat bizantios 2 magis primo. Vnde primus sic loquitur secundo: Si dares mihi tertium tuorum bizantiorum, primum equum emerem. Cui alter Respondit: et tu si dares mihi $\frac{1}{4}$ tuorum bizantiorum, secundum equum emerem, scilicet cariorem: queritur quantitas bizantiorum illorum, nec non et pretium uniuscuiusque equi: hec enim questio per suprascriptam unius equi regulam soluitur, uidelicet, ut ponas primum petitiones ipsorum in ordinem sic: $\frac{1}{4} \frac{1}{2}$, que uocantur de descriptione prima, ut supradiximus: deinde extrahe 1, quod est super 3, de ipsis 3, remanent 2; super quem pone uirgulam, et 1 sic $\frac{1}{2}$, hoc est quod secundus homo dat primo dimidium de hoc, quod ei remanet. Similiter facies de $\frac{1}{4}$, et habebis $\frac{1}{2}$: quia primus dat secundo de hoc, quod ei remanet. Quare describes $\frac{1}{3} \frac{1}{2}$, scilicet secundam positionem sub prima, ut hic ostenditur: deinde reperias duos numeros, quorum secundus sit 2, minor primo, sicuti primus equus ualeat 2, minus secundo. Et primus numerus illorum diuidatur integraliter per 2 secunde positionis. Et alter diuidatur per 3 eiusdem positionis. Sintque numeri illi 8, et 6; et erunt 8 residuum, quod remanet secundo homini post quam dederit primo terciam partem suorum bizantiorum; et 6 erit residuum primi hominis: quare multiplicabis 8 predicta per 3 prime positionis, et diuide per 2 secunde, exibunt bizantij 12; et tot habuit secundus. Item multiplica residuum primi hominis, scilicet 6, per 4 prime positionis, et diuide per 3 secunde, exibunt bizantij 8; et tot habuit primus. Nam ut habeas precium equorum, adde bizantios illorum, scilicet 8 cum 12, erunt 20; de quibus extrahe residuum secundi hominis, uide licet 8, remanent 12 pro pretio primi equi. Item extrahe de eisdem 20 residuum primi hominis, videlicet 6 remanent 14 pro precio secundi equi.

positio prima	
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
Secunda	
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

quibus additis cum bizantijs 24, quos

habent inter tercium, et primum hominem. Et cum bizanthijs 30, quos inter tercium, et secundum habuerunt, erunt bizauthij 74; in quibus cum unusquisque ipsorum bis computatus sit ; ergo dimidium ipsorum, scilicet 37, erit summa bizanthiorum illorum trium hominum; ex quibus extractis bizantijs 30, quos habent inter secundum, et tercium hominem , remanent primo homini bizantij 7. Similiter extractis de 37 bizantijs 24, quos habent inter tercium, et primum hominem, remanent secundo bizantij 13. Rursus extractis bizantijs 20, quos habent inter secundum, et primum hominem ex illis bizantijs 37, remanebunt tercio homini bizantij 17. Post hec adde cum bizantijs 7 primi hominis terciam bizanthiorum reliquorum duorum hominum, uidelicet de 30, habebis pro pretio primi equi bizantios 17. Quare pretium secundi erit bizantij 19, hoc est bizantij 2, magis pretio primi. Et pretium terciij erit bizantij 21.

primus	
7	
Secundus	
13	
tercius	
13	
primus equus	
17	
Secundus	
19	
tercarius	
21	

De quatuor hominibus et totidem equis, cum unusquisque petat reliquis.

Item homines sint 4, et equi similiter sint 4. Et secundus ualeat bizantios 3, magis primo. Tercius ualeat bizantios 4, magis secundo. Quartus itaque ualeat bizantios 5, magis tertio. Vnde primus homo petat reliquis tribus tercium bizanthiorum ipsorum; et proponat, primum equum emere. Secundus itaque petat $\frac{1}{4}$ reliquis; et proponat, secundum equum emere. Tercius quoque petat $\frac{1}{5}$; et proponat emere tercium equum. Quartus namque petat $\frac{1}{6}$ reliquis tribus; et proponat quartum equum emere. Et ut que de equis dicta sunt melius intelligi possint, singula huius positionis singulariter proposui demonstrare. Quia primus, habita $\frac{1}{4}$ bizanthiorum reliquorum trium, habet pretium tantum primi equi; ergo precium primi equi cum residuo illorum trium, scilicet secundi, et tertij, et quarti hominis est quantitas omnium bizanthiorum illorum .iiiij.^{or} hominum; quod residuum uocabis primum. Propter eamdem ergo, cum secundus petat $\frac{1}{4}$ reliquis, et habeat tunc pretium tantum secundi equi; ergo pretium secundi equi cum residuo reliquorum trium, scilicet tertij, et quarti, et primi hominis est eadem quantitas bizanthiorum illorum .iiiij.^{or} hominum; quod residuum uocabis secundum. Et quia secundus equus ualeat bizantios 3, magis primo; ergo secundum residuum est minus bizantijs 3 primi residui. Item quia tercius homo petit $\frac{1}{5}$ reliquis, cum qua tantum habet pretium tertij equi; ergo pretium tertij equi cum residuo quarti, et primi, et secundi hominis est illa eadem suprascripta quantitas bizantiorum illorum, quod uocabis tercium. Et quia tercius equus ualeat bizantios 4, magis secundo; ergo tercium residuum est bizantij 4, minus secundo residuo: propter eamdem ergo et quartum residuum, scilicet primi, et secundi, et tertij hominis, est bizantij 5, minus tercio residuo. Ideo quia pretium quarti equi est bizantij 5, magis pretio tertij :

hijs itaque intellectis, describe primam positionem, scilicet petitiones eorum in ordinem sic : $\frac{1}{6} \frac{4}{5} \frac{1}{4} \frac{1}{2}$; deinde studeas inuenire minuta secunde positionis, hoc est $\frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{3} \frac{1}{2}$; et scribe ea sub minutis prime positionis. Ideo quia sunt partes per ordinem posite, quas tres illorum dant eorum petitori de eorum residuo. Verbi gratia. Si primus habuerit $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, et tercij, et quarti hominis; et ipsi habeant bizantios 3; ergo dederunt ei bizantium 1; et ex ipsis tribus remanebunt eis bizantij 2; ergo dat ei $\frac{1}{2}$ ex eorum residuo. Quare $\frac{1}{2}$ describitur in capite secunde positionis; et sic intelligas de $\frac{1}{5} \frac{1}{4} \frac{1}{3}$, que scribuntur in eadem positione. Post hec pro .iiiij.^{or} inequalibus residuis ponas .iiiij.^{or} inequales numeros, secundum eorum inequalitatem, hoc est quod secundus sit 3, minor primo; et tercius sit 4, minus secundo; et quartus sit 5, minor tertio. Et maior ipsorum, si possibile fuerit, diuidatur integraliter per 2. Secundus per 3. Tercius per 4. Quartus per 5, secunde uidelicet positionis. Sed cum possibile non sit, pones eos secundum quod tibi melius videbitur. Sitque primus illorum numerorum 27, qui minime per 2 integraliter diuiditur. Secundus sit 24, qui per 3 integraliter potest diuidi. Tercius sit 20, qui per 4 integrum recepit divisionem. Quartus autem, cum sit 5 minus tertio, scilicet de 20, ipsum 15 fore necesse est. Quibus per ordinem sub secunda positione descriptis, ut hic ostenditur. Considerabit qualiter secundus, et tercius, et quartus homo dat primo homini $\frac{1}{3}$ eorum residui; quod residuum superius primum esse determinauimus; pro quo etiam posuimus 27: ergo dant ei $\frac{1}{3} 13$, quibus additis cum 27, reddunt bizantios $\frac{1}{3} 40$ pro quantitate bizantiorum secundi, et tercij, et quarti hominis. Vel aliter: multiplica ipsa 27 per 3 prime positionis, et diuide per 2 secunde, exhibunt similiter bizantij $\frac{1}{2} 40$ pro eorumdem quantitate. Item quia tercius, et quartus, et primus homo dant secundo homini $\frac{1}{3}$ eorum residui, scilicet secundi, pro quo posuimus 24, scilicet 3, minus primi residui; ergo dederunt ei bizantios 8; quibus additis cum bizantijs 24, erunt bizantij 32; qui sunt quantitas bizantiorum tercij, et quarti, et primi hominis. Vel aliter: multiplica 24 per 4 prime positionis, et diuide per 3 secunde, exhibunt similiter bizantij 32. Eademque ratione tercium residuum, uidelicet quarti, et primi, et secundi hominis, id est 20 per 3 prime positionis multiplica; et eorum multiplicationem per 4 secunde positionis diuide, exhibunt bizantij 25 pro quantitate bizantiorum quarti, et primi, et secundi hominis. Propter eamdem etiam et quartum residuum primi, uidelicet et secundi, et tercij hominis, id est 15, multiplica per 6 prime positionis, et diuide per 5 secunde, exhibunt bizantij 18 pro quantitate primi, et secundi, et tercij hominis: quibus additis cum bizantijs 25, et 32, et $\frac{1}{3} 40$, erunt bizantij $\frac{1}{2} 115$, qui sunt triplum bizantiorum illorum .iiiij.^{or} hominum.

positio prima			
$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
positio secunda			
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
quartus	tercius	secundus	residuum
primi			
15	20	24	27

Ideo quia in

ipsis unusquisque ter computatus existit. Quare diuide bizantios $\frac{1}{2} 15$ per 3 , exhibunt bizantij $\frac{1}{2} 38$. Pro quantitate bizantiorum illorum .iii.º hominum , qui sunt minus quantitate bizantiorum secundi, et tertij, et quarti hominis. Vnde hec questio cum hijs .iii.º positis residuis solui non potest, nisi primus homo haberet debitum. Vnde si hanc positionem deinceps cum debito primi hominis soluere uolueris, extrahe bizantios $\frac{1}{2} 38$ de bizanthijs $\frac{1}{2} 40$, remanent bizantij 2 ; et tot habuit debitum primus homo. Deinde extrahe bizantios 32, scilicet quantitatem bizantiorum tertij, et quarti, et primi hominis de quantitate bizantiorum illorum .iii.º hominum, scilicet de $\frac{1}{2} 38$, remanent secundo homini bizantij $\frac{1}{2} 6$. Item extrahe bizantios quarti, et primi , et secundi hominis, uidelicet 25 de suprascriptis bizantijs $\frac{1}{2} 38$, remanent tercio homini bizantij $\frac{1}{2} 13$. Rursus extractis bizanthijs primi, et secundi, et tertij hominis, uidelicet 18 ex eisdem bizanthijs $\frac{1}{2} 38$, remanent quarto homini bizanthij $\frac{1}{2} 20$. Demum ut pretium primi equi addiscas, accipe terciam ex bizanthijs secundi, et tertij, et quarti hominis, uidelicet de $\frac{1}{2} 40$; quia primus homo petit eis, erunt bizantij $\frac{1}{2} 13$; de quibus extrahe debitum primi hominis, uidelicet 2, remanebunt bizantij $\frac{1}{2} 11$ pro pretio primi equi. Quare pretium secundi equi , erit bizantij $\frac{1}{2} 14$, hoc est bizantij 3 , magis pretio primi. Tercij uero bizantij $\frac{1}{2} 18$. Quarti quoque bizantij $\frac{1}{2} 23$, scilicet 5, magis pretio tertij equi, ut prepositum est.

debitum primi	
2	
Bizantij secundi	
$\frac{1}{2} 6$	
Tertij	
$\frac{1}{2} 13$	
Quarti	
$\frac{1}{2} 20$	
primus equus	
$\frac{1}{2} 11$	

Nam si hanc eamdem questionem sine debito primi hominis soluere uolueris, pro prescriptis .iiiij.^{or} equalibus residuis, pone alios .iiiij.^{or} maiores numeros, qui sunt in eorundem differentiam. Sitque primus illorum 87. Secundus 84. Tercius 80. Quartus 75. Deinde suprascriptis demonstrationibus multiplica primum residuum, uidelicet 87 per 3 prime positionis, et diuide per 2 secunde, exibunt bizantij $\frac{1}{2} 130$ pro quantitate bizantiorum secundi, et tertij, et quarti hominis. Item multiplica secundum residuum, uidelicet 84, per 4 prime positionis, et diuide per 3 secunde, exibunt bizantij 112 pro quantitate bizantiorum tertij, et quarti, et prioris hominis. Rursus multiplica tercium residuum, uidelicet 80, per 5 prime positionis, et diuide per 4 secunde, exibunt bizantij 100 pro quantitate quarti, et primi, et secundi hominis. Adhuc 75, scilicet quartum residuum, multiplica per 6 prime positionis, et diuide per 5 secunde, exibunt bizantij 90, que sunt quantitas bizantiorum primi, et secundi, et tertij hominis. Quibus additis cum bizantijs 100, et cum 112, et cum $\frac{1}{2} 130$ modo inuentis, erunt bizantij $\frac{1}{2} 432$. Qui cum sint triplum summe bizantiorum illorum, diuides eos per 3, exibunt bizantij $\frac{1}{6} 144$, qui sunt summa bizantiorum illorum .iiiij.^{or} hominum: de quibus extrahe bizantios secundi, et tertij, et quarti hominis, scilicet $\frac{1}{2} 130$, remanebunt primo homini bizantij $\frac{1}{3} 43$. Item extrahe bizantios tertij, et quarti, et primi hominis, uidelicet 112, de $\frac{1}{6} 144$, remanebunt secundo homini bizantij $\frac{1}{6} 32$. Rursus bizantios 100, quos habent inter quartum, et primum, et secundum hominem extrahe de prescriptis bizantijs $\frac{1}{6} 144$, remanent tercio homini bizantij $\frac{1}{6} 44$. Iterum extractis bizanthijs primi, et secundi, et tertij hominis, uidelicet 90, de bizantijs $\frac{1}{6} 144$, remanent quarto homini bizantij $\frac{1}{6} 54$. Et quia demonstratum est superius, quod inter pretium primi equi, et primum residuum est quantitas bizantiorum illorum .iiiij.^{or} hominum; ergo si extraxeris ipsum primum residuum, uidelicet 87 de eorum quantitate, scilicet de $\frac{1}{6} 144$, remanebunt pro pretio primi equi bizanthij $\frac{1}{6} 57$. Quare si extraxeris secundum residuum, uidelicet 84, de $\frac{1}{6} 144$, remanebunt similiter bizantij $\frac{1}{6} 60$ pro pretio secundi equi. Item extracto tercio residuo, uidelicet 80 de eisdem $\frac{1}{6} 144$, remanebunt bizantij $\frac{1}{6} 64$ pro pretio tertij equi. Similiter extracto quarto residuo, scilicet 85, de $\frac{1}{6} 144$, remanebunt bizantij $\frac{1}{6} 69$ pro pretio quarti equi.

primus homo	Secundus
$\frac{1}{2} 13$	$\frac{1}{2} 32$
	tertius
	$\frac{1}{6} 44$
	Quartus
	$\frac{1}{6} 54$
equus primus	
	$\frac{1}{6} 57$
Secundus	
	$\frac{1}{6} 60$
Tertius	
	$\frac{1}{6} 64$
Quartus	
	$\frac{1}{6} 69$

*De quatuor hominibus et uno equo, cum unusquisque petat
inequaliter reliquias.*

Quatuor homines bizantios habentes unum equum emere uoluerunt; et cum nullus ipsorum ipsum in solidum emere posset, primus ipsorum dixit. Si secundus homo daret mihi dimidium suorum bizantiorum, et tertius daret mihi terciam, et quartus daret mihi quartam similiter suorum, hunc equum emere possem. Cui secundus Respondit. Et si tertius homo daret mihi terciam, et quartus daret mihi quartam, sicut tu petis eis; et tu dares mihi quintam tuorum bizantiorum, hunc equum similiter emerem: tertius quoque petit quarto homini quartam suorum bizantiorum. Et primo quintam. Et secundo sextam. Et proponit equum emere. Quartus namque petit primo quintam. Et secundo sextam. Et tertio septimam. Et proponit similiter ipsum equum emere. Queritur quantitas bizantiorum uniuscuiusque, et pretium equi. Describes petitiones, quas petit primus homo secundo, et tertio, et quarto homini in ordinem sic: $\frac{1}{4} \frac{1}{2} \frac{1}{3}$, sub quibus pones petitiones ultimi, scilicet quarti hominis, scilicet $\frac{1}{7} \frac{1}{6} \frac{1}{5}$, vt in hac margine cernitur. Et extrahes 1, quod est super 2, de ipsis 2, remanebit 1. Quod multiplica per 5, que sunt sub prima uirgula inferioris linee, erunt 5, que pone super $\frac{1}{2}$. Et econtra extrahes 1, quod est super 5, de ipsis 5, remanebunt 4; que multiplica per 2, que sunt sub prima uirgula superioris linee, erunt 8, que pone super $\frac{1}{3}$. Item extrahes 1, quod est super 3, de ipsis 3, remanebunt 2; que multiplica per 6, que sunt sub secunda uirgula inferioris linee, erunt 12, que pone super $\frac{1}{4}$. Similiter extrahes 1, quod est super 6, de ipsis 6, remanent 5; que multiplica per 3, erunt 15, que pone super $\frac{1}{6}$. Rursus extrahes 1, quod est super 4, de ipsis 4, remanent 3; que multiplica per 7, erunt 21, que pone super $\frac{1}{7}$. Et extrahes 1, quod est super 7, de ipsis 7, remanent 6; que multiplica per 4, erunt 24, que pone super $\frac{1}{7}$. Quibus numeris ita repertis, multiplicabis 5 per 12; que per 21, que sunt super primam lineam, erunt 1260; et tot habuit primus homo. Item multiplicabis 8, que sunt super $\frac{1}{3}$ de secunda linea, per 12; que per 21 de superiori linea, erunt 2016; et tot habuit secundus. Iterum multiplicabis 8, que sunt super $\frac{1}{3}$, per 15, que sunt super 6; que per 21, que sunt super $\frac{1}{4}$, erunt 2520; et tot habuit tertius. Rursus multiplica suprascripta 8 per 15; que per 24, que sunt super $\frac{1}{7}$, erunt 2880; et tot habuit quartus. Sed ut habeas bizantios uniuscuiusque in minori summa, diuide unumquemque inuentorum numerorum per 12, cum integraliter fieri possit, exhibunt pro bizanthijs primi hominis 105; et pro bizanthijs secundi 168; et pro bizanthijs tertij 210; et pro quarti 240. Deinde, ut habeas pretium equi, accipe dimidium de bizanthijs 168, scilicet 84, et terciam de 210, scilicet 70; et quartam de 240, scilicet 60, quia sunt petitiones primi hominis; et addes eos cum bizanthijs 105 ipsius, et habebis pro pretio equi bizantios 319; et sic poteris de pluribus hominibus operari.

21	12	5
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{1}$
24	15	8

Primus homo	1260
Secundus	2016

tertius	2520
Quartus	2880
equus	3828

Item bizanthij	
primi	
105	
Secundi	
168	
tertii	
210	
Quarti	
240	
equus	
319	