



Liber abaci

CAPITOLUM DUODECIMUM

pars I

pars II

pars III

pars IV

pars V

pars VI

pars VII

pars VIII

pars IX

PARS QUARTA



XII.4.1

Incipit pars quarta duodecimi Capituli de inuentione bursarum.

Dvo homines, qui habebant denarios, inuenerunt bursam unam denariorum; qua inuenta, primus dixit secundo: Si hos denarios burse cum denariis, quos habeo, haberem, haberem utique ter tantum quam tu. Cui econtra alter Respondit: Et si ego haberem denarios burse cum denariis meis, haberem quater tantum quam tu. Queritur quot unusquisque habebat; et quot ipsi reperierunt in bursa. Notandum est quidem, quod quia cum primus, habita bursa, habeat ter tantum secundo; si ipse cum bursa habet 3, et secundus habet 1; ergo inter utrumque cum bursa habent 4; ex quibus primus cum bursa habet 3: ergo habet $\frac{3}{4}$ totius summe denariorum illorum, et burse. Propter eadem et secundus, cum habeat cum bursa quater tantum primo, eiusdem summe $\frac{4}{5}$, cum habere necesse est. Quare inuenias numerum, in quo reperiantur $\frac{4}{5} \frac{3}{4}$; eritque 20. Pone ergo, ut summa denariorum illorum sit 20; de quibus primus cum bursa habet $\frac{3}{4}$, scilicet 15. Et secundus cum bursa habet $\frac{4}{5}$, scilicet 16: ergo inter utrumque cum bursa bis computata habent 31: Superfluum uero, quod est a 20 usque in 31, scilicet 11, est summa denariorum burse. Ideo quia bursa computata est bis, cum non debeat computari nisi tantum semel; quare computatio burse fuit semel magis quam debuit. Vnde denarij superflui, qui sunt a 20 usque in 31, uidelicet 11, sunt semel id quod in bursa repertum fuit. Quare extrahes 11 de 15, remanent 4; et tot habuit primus: deinde extrahe 11 de 16, remanent 5; et tot habuit secundus: ergo primus habet 4, et secundus 5; quibus additis cum 11 de bursa faciunt 20, ut pro eorum summa posuimus.

primus

4

secundus

5

Bursa

11

XII.4.2

Aliter quia primus cum bursa habet $\frac{3}{4}$ totius summe denariorum ipsorum, et burse; ergo secundus habet $\frac{1}{4}$ totius summe. Et primus habet $\frac{4}{5}$ totius summe ; ideo quia secundus cum bursa habet $\frac{1}{5}$ summe. Quare accipe $\frac{4}{5}$ de 20, que est 16; et tot habuit primus. Item accipe $\frac{1}{5}$ de 20, que est 4; et tot habuit secundus : ergo inter utrumque habent 9; a quibus usque in 20 remanent 11 pro burse quantitate , ut prediximus. Item aliter.

XII.4.3

Pone primum habere rem; quare cum bursa habet rem et bursam, que sunt triplum denariorum secundi: ergo secundus habet tertiam rei et burse. Quare si habuerit bursam, habebit bursam et tertiam burse, et insuper tertiam rei, que equantur iii^{m} rebus, scilicet quadruplo denariorum primi; cum secundus cum bursa habeat quater tantum quam primus. Extrahe ergo ab utraque parte tertiam rei, remanebunt bursa, et tertia burse, que equantur iii^{m} rebus, minus tertia rei. Quare triplum unius burse, et tercie, scilicet burse 4, equatur triplo $\text{iii}^{\text{m}}.$ rerum, minus tercia, scilicet rebus 11: et quia quater 11 equantur undecies iii^{m} , erit proportio denariorum burse ad denarios primi hominis, sicut 11 est ad 4. Vnde si in bursa sunt denarii 11, primus homo habet 4, quorum omnia tercia, scilicet 5, necessario habet secundus; cum primus cum bursa habeat triplum eius.

De bursa a tribus hominibus reperta.

Item tres homines denarios habentes, qui bursam denariorum inuenierunt; quorum primus dixit ceteris. Si daretis mihi bursam denariorum cum denariis, quos habeo, haberem bis tantum quam uos. Secundus, habitis denarijs burse, preponit se habere ter tantum reliquis. Tercius, si bursam habuerit, quater tantum duobus reliquis se habere affirmat. Queritur, quot unusquisque habebat; et quot in bursa reperierunt. Quia primus, habita bursa, preponit bis tantum aliis habere; ergo si primus habet 2 cum bursa, alij habent 1: ergo inter omnes habent 3: ergo primus, habita bursa, habet $\frac{2}{3}$ totius summe cunctorum trium hominum denariorum et burse. Eademque ratione secundus homo eiusdem summe habet $\frac{1}{3}$; et tertius habet $\frac{1}{3}$, quare uidendum est de $\frac{1}{3} \frac{3}{4} \frac{2}{3}$, in quo repariantur numero, uidelicet in 60: accipe | ergo $\frac{2}{3}$ de 60, que sunt 40, et $\frac{1}{3}$, que sunt 45, et $\frac{1}{3}$, que sunt 48; et adde insimul, erunt 133; qui numerus magis est in integro, scilicet de 60: et hoc contigit propter denarios burse, qui ter computantur in prescripta summa, uidelicet cum unoquoque ipsorum. Et cum non sit computanda nisi tantum semel; manifestum est, quod computatur bis plus quam debeat: ergo illud superfluum, quod est a 60 usque in 133, quod est 73, est duplum denariorum burse. Quare diuidenda sunt 73 per 2; aut 60 per 2 multiplicanda. Sed melius est, ut multiplicetur 60 per 2, quam diuidere 73 per 2. Ideo quia 73 non potest diuidi per 2 absque fractione; ascendit enim multiplicatio de 2 in 60, in 120, que erunt summa cunctorum denariorum, et burse. Et 73 erunt pro quantitate denariorum burse. Et quia primus $\frac{2}{3}$ totius summe cum bursa amplectitur, scilicet de 120, ipsum denarios 80 habere non dubitatur: de quibus extractis denarijs burse, scilicet 73, remanent 7; et tot habuit primus. Item accipe $\frac{1}{3}$ de 120, erunt 40; de quibus extrahe 73, remanent 47; et tot habuit alter. Rursus sume $\frac{1}{3}$ de 120, que sunt 40, et extrahe inde 73, remanent 23; et tot habuit tercius.

<i>primus</i>	
7	
<i>secundus</i>	
73	
<i>tertius</i>	
47	
<i>bursa</i>	
73	

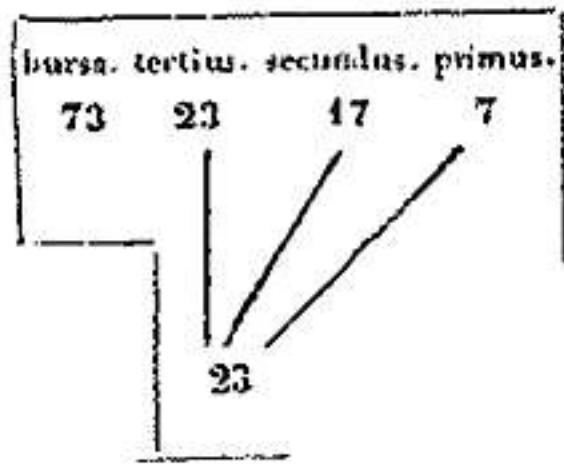
XII.4.5

Aliter quia primus cum bursa habet $\frac{2}{3}$ totius summe; reliquis duobus $\frac{1}{3}$ eiusdem summe remanere necesse est. Iterum cum secundus cum bursa $\frac{3}{4}$ totius summe detineat; reliquis $\frac{1}{4}$ eiusdem summe remanere non dubitatur. Rursus cum tertius homo habeat $\frac{4}{5}$, et reliqui habent $\frac{1}{5}$. Quare inueniendus est numerus, in quo reperiantur $\frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5}$, hoc est 60. Pone igitur, ut summa denariorum trium hominum, et burse sit 60; quorum $\frac{2}{3}$, scilicet 20, habent inter secundum et tertium. Et $\frac{3}{4}$, scilicet 15, habent inter tertium et primum. Et $\frac{4}{5}$ eiusdem summe, scilicet 12, habent inter primum et secundum; et sic, unoquoque bis computato, habent inter omnes denarios 47. Quare sit summa ipsorum, et burse duplum de 60; et eorum summa erit 47. Et quia secundus et tertius homo habent $\frac{1}{3}$ ex ipsis 120, scilicet 40, et inter omnes habent 47; residuum quod est a 40 in 47, scilicet 7, habet primus homo. Similiter. Si auferatur $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{5}$ de 120 a 47, remanebunt 17 pro denariis secundi, et 23 pro denariis tertii, ut superius inuenimus. Nam additis 7, et 17, et 23 reddunt 47, ut pro eorum summa inuenimus.

XII.4.6

De bursa, cum in ipsa reperiatur aliqua denominata quantitas.

Nam si dixerit, quod in bursa inuenta sit aliqua quelibet denariorum quantitas, ut dicamus 23; quia denarii burse inuenti sunt esse 73, quos esse uis 73 (*sic*); pone 23 sub 73, scilicet bursa sub bursa; et post 73 pone denarios trium hominum, ut in margine cernitur; et multiplicabis 23, scilicet bursam per 7 de bursa, et diuide per 73; et habebis denarios primi. Item multiplicata 47 per 23, et diuide per 73; et habebis denarios secundi. Rursus multiplicata 23 per 23, et diuide per 73; et habebis denarios tertii hominis.



De bursa a quatuor hominibus inuenta.

Item si proponantur homines esse 4; et primus, habita bursa, preponat habere tantum reliquis. Secundus quater tantum; tercius quinques tantum. Et quartus, habita uidelicet bursa, sex tantum reliquis habere assūmet: per superiorem regulam inuenies; quia primus cum bursa habet $\frac{3}{4}$ totius summe, et reliquis remanent 4; et secundus habet $\frac{4}{5}$, et reliquis remanet $\frac{1}{5}$; et tercius habet $\frac{5}{6}$, et reliquis remanet $\frac{1}{6}$; et quartus habet cum eadem bursa $\frac{6}{7}$, et aliis remanet $\frac{1}{7}$. Vnde, secundum prime regule considerationem, uidendum est de $\frac{6}{7} \frac{5}{6} \frac{4}{5} \frac{3}{4}$, in quo reperiantur numero, scilicet in 420; que pone pro summa denariorum ipsorum, et | burse: de quibus accipe $\frac{3}{4}$, scilicet 315, et $\frac{4}{5}$, que sunt 336, et $\frac{5}{6}$, que sunt 350, et $\frac{6}{7}$, que sunt 360. Et adde insimul erunt 1361; de quibus extrahe 420, remanent 941. Et quia homines sunt 4, et semper cum unoquoque ipsorum computatur bursa; ergo bursa computatur quater in prescriptis 1361; cum non sit nisi semel computanda: ergo computatur ter amplius quam debeat. Vnde multiplica 420 per 3, erunt 1260, que sunt summa denariorum .iiiij.^{or} hominum, et burse; et 941 erunt denarij burse: accipe ergo $\frac{3}{4}$ de 1260, erunt 945; et tot habet primus homo cum bursa: de quo accipe $\frac{4}{5}$, que sunt 945; et extrahe inde 941, remanent 4; et tantum habuit primus. Item accipe $\frac{5}{6}$ de 1260, que sunt 1008; et extrahe inde 941, remanent 67; et tot habuit alter. Rursus extrahe $\frac{6}{7}$ de 1260, que sunt 1050: extrahe inde 941, remanent 109; et tot habuit tertius. Et adhuc accipe $\frac{6}{7}$ de 1260, que sunt 1080; et extrahe inde 941, remanent 139; et tot habuit quartus.

Bursa	
941	
primus	
4	
Secundus	
67	
tercius	
109	
quartus	
139	

Illud idem reperies, si feceris secundum aliam regulam, uidelicet ut $\frac{1}{7} \frac{1}{6} \frac{1}{5} \frac{1}{4}$, que remanent tribus hominibus per ordinem accipias de 420, erunt 319, que sunt summa denariorum iiii.^{or} hominum: quam extrahe de 1260 superius reperta, remanent 941, que sunt bursa. Et accipe quartam de 1260, que est 315; et extrahe de 319, remanent 4; et tot habuit primus. Item accipe $\frac{1}{6}$ de 1260, que est 210, et extrahe de 319, remanent 67; et tot habuit secundus. Iterum summe $\frac{1}{6}$ de 1260, que est 210, et extrahe de 319, remanent 109; et tot habuit tertius. Rursus sume $\frac{1}{7}$ de 1260 , et extrahe de 319 , remanent 139 ; et tot habuit quartus, ut superius per primam regulam inuenisti.

De bursa quinque hominibus reperta.

Item si proponatur, quod homines sint 5; et primus, habita bursa, proponat se habere bis tantum, et dimidium reliquis; et alter, si habuerit bursam, preponat se habere ter tantum, et tertiam reliquis. Tercius quoque quater tantum et quartam; quartus uero quinquies tantum et quintam; quintus autem cum eadem bursa sexies tantum, et sextam habere affirmat. Secundum suprascriptam materiam, cum primus cum bursa habeat bis tantum, et dimidium reliquis; ergo si ipse cum bursa habuerit $\frac{1}{2} \cdot 2$; et omnes reliqui habebunt 1: ergo si ipse habuerit 5, et reliqui habebunt 2; ergo inter omnes habent 7: de quibus cum primus cum bursa habeat 5, nimurum $\frac{5}{7}$ totius summe inter ipsum, et bursam habere demonstratur. Quare reliquis $iiiij.^{\text{or}}$ hominibus $\frac{2}{7}$ eiusdem summe remanere non dubitatur. Eadem itaque ratione, si de secundo homine prospexeris, ipsum cum bursa $\frac{10}{17}$ totius summe habere; et reliquis $\frac{3}{17}$ remanere reperies. Quod idem, si de tertio cerneris, ipsum cum bursa $\frac{17}{21}$ totius summe habere; et reliquis $\frac{4}{21}$ eiusdem summe remanere cognosces. Et si de quarto inspexeris, ipsum cum bursa habere $\frac{26}{31}$; et reliquis $\frac{5}{31}$ remanere non dubitatis. Nam si eodem modo de quinto homine inspicere procuraueris, ipsum cum bursa $\frac{37}{42}$ totius summe habere; et reliquis $iiiij.^{\text{or}}$ hominibus $\frac{6}{42}$ eiusdem summe remanere inuenies.

Quare uidendum est de $\frac{37}{43} \frac{26}{31}$

$\frac{17}{21} \frac{10}{13} \frac{5}{7}$, in quo numero reperiantur. Quod si secundum nostrum magisterium, scilicet nostrarum figurarum inuenire uolueris, multiplicat 7, que sunt sub 5 per 13, erunt 91; que cum debeas multiplicare per 21, relinque 7, que sunt in regula de 21 propter ipsa 7, que modo multiplicasti per 13; et multiplicabis 91 per 3, que remanent in regula de 21, erunt 273; | que per 31, et per 43, erunt 363909; de quibus accipe $\frac{5}{7}$, et $\frac{10}{13}$, et $\frac{17}{21}$, et $\frac{26}{31}$, et $\frac{37}{43}$. Quas si iterum magistraliter secundum eandem artem accipere uolueris, describe minuta prescripta per ordinem sic |313131|305214|294593|279930|259935| ; et multiplica 5, que

$\frac{27}{43}$	$\frac{26}{31}$	$\frac{17}{21}$	$\frac{10}{13}$	$\frac{5}{7}$
-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	---------------

sunt super 7 per 13, erunt 65; que multiplica tantum per 3, que sunt in regula de 21; quia non oportet repetere 7, que sunt in regula de 21 propter ipsa 7, que sunt sub 5, a quibus incepisti modo multiplicare: et sic 5 per 3 multiplicata reddunt 195; que per 31, et per 43, erunt 259935, que sunt $\frac{5}{7}$ ipsius prescripti numeri; que ponantur super $\frac{5}{7}$, sicuti superius cernuntur esse descripti. Iterum multiplica 10, que sunt super 13, per 21; que per 31, et per 43, erunt 279930, que relinquuntur, ut non multiplicentur per 7, que sunt sub 5 propter ipsa 7, que sunt in regula de 21; et describantur 279930 super $\frac{10}{13}$. Rursus multiplica 17, que sunt super 21, per 31, et per 43, et per 13. Et relinquitur quod non multiplicabuntur per 7, que sunt sub 5, erunt 294593, que pone super $\frac{17}{21}$. Item multiplica 26, que sunt super 31, per 43, et per 21, et per 13, erunt 305214, que pone super $\frac{26}{31}$. Adhuc multiplica 37, que sunt super 43, per 31, et per 21, et per 13, erunt 313131; que pone super $\frac{37}{43}$, et adde 259935 cum 279930, et cum 294593, et cum 305214, et cum 313131, erunt 1432803; de quibus extrahit 363909, remanent 1088894, que sunt quantitas denariorum burse.

Et quia homines sunt 5, bursa computatur quater magis quam oportet. Quare multiplicanda sunt 363909 per 4, erunt 1455636, que sunt summa burse, et denariorum quinque hominum: et quia primus habet $\frac{5}{7}$ totius summe, accipe $\frac{5}{7}$ de 1455636, que sunt 1039740; et tot habent inter primum, et bursam. Sed quia superius magis in bursa repertum est, quam id quod inter bursam, et primum hominem habent: aut positio huius questionis indissolubilis erit; aut primus homo debitum habebit, illud uidelicet quod deest a summa denariorum ipsius, et burse usque ad summam denariorum burse, scilicet id quod est a 1039740 usque in 1088894, quod est 49134. Item accipe $\frac{4}{13}$ de 1455636, que sunt 1119720; et tot habuit inter secundum hominem, et bursam: de quibus extractis denariis burse, scilicet 1088894, remanent 30826; et tot habuit secundus. Iterum accipe $\frac{17}{21}$ de 1455636, que sunt 1178372; de quibus extrahe denarios burse, remanent 89478; et tot habuit tertius. Rursus accipe $\frac{26}{21}$ de 1455636, que sunt 1220856; de quibus extrahe denarios burse, scilicet 1088894, remanent 131962; et tot habuit quartus. Et adhuc accipe $\frac{87}{43}$ de 1455636, que sunt 1252524; de quibus extrahe 1088894, remanent 163630; et tot habuit quintus.

Burse	
1 0 8 8 8 9 4	
destante primo hominie	
4 9 1 3 4	
destante secundo	
2 0 8 2 6	
Tertii	
8 9 4 7 8	
quarti	
1 3 1 9 6 2	
quinti	
1 6 3 6 3 0	

Modus alius ad inuentionem burse inter tres homines.

Tres homines denarios habentes bursam denariorum inuenerunt. Quorum primus dixit secundo. Si haberem denarios burse, te in duplo excederem. Secundus dixit tertio: quod si habuerit bursam, excedet illum in triplo. Tercius si haberet bursam, proponit se habere quater tantum primo. Queritur, quot in bursa reperierunt; et quot unusquisque habeat. Pro duplo dicas $\frac{1}{2}$. Ideo quia denarii secundi sunt $\frac{1}{2}$ denariorum primi, et burse; cum primus cum bursa habeat duplum eius, et de triplo $\frac{1}{3}$, et de quadruplo $\frac{1}{4}$; et describe in ordinem sic: $\frac{1}{4} \frac{1}{3} \frac{1}{2}$; et multiplicata 2 per 3, erunt 6; que per 4, erunt 24; de quibus extrahie multiplicationem de 1, quod est super 2, in 1, quod est super 3 ductam in 1, quod est super 4; que multiplicatio tantum ascendit in 1, remanent 23; et tot denarii inuenti sunt in bursa. Post hec descende $\frac{1}{2}$ in $\frac{1}{3}$; quia secundus habet $\frac{1}{3}$ summe denariorum suorum, et primi, et burse. Similiter eadem ratione descende $\frac{1}{3}$ in $\frac{1}{4}$, et $\frac{1}{4}$ in $\frac{1}{5}$; et pone eas ex parte sic $\frac{1}{5} \frac{1}{4} \frac{1}{3}$; et multiplicata 3 per 4, et per 5, erunt 60; quibus super adde 1, quod exiit ex multiplicatione de 1, quod est super 3, in 1, quod est super 4; quam in 1, quod est super 5, erunt 61; que sunt summa denariorum trium hominum, et burse. Post hec extrahe 1, quod est super 3, de eisdem 3, remanent 2; que multiplicata per 4, erunt 8; quibus super adde multiplicationem de 1, quod est super 3, in 1, quod est super 4, eruntque 9: que multiplicata per 1, quod est super 5, erunt 9; et tot habuit primus. Item extrahe 1, quod est super 4, de eisdem 4, remanent 3; que multiplicata per 5, et adde multiplicationem de 1, quod est super 4, in uno, quod est super 5, erunt 16: que multiplicata per 1, quod est super 3, et erunt 16; et tot habuit alter. Iterum extrahe 1, quod est super 5, de 5, remanet 4; que multiplicata per 3, erunt 12: et multiplicata 1, quod est super 5, per 1, quod est super 3, et adde cum 12, erunt 13: que multiplicata per 1, quod est super 4, erunt similiter 13; et tot habuit tertius. Potes enim promptius denarios uniuscuiusque reperire: pones $\frac{1}{4} \frac{1}{3} \frac{1}{2}$ in ordinem, ut supra; et de suprascriptis 24 retine quartum, scilicet 6; cum quibus 6 iunge tertium ipsorum, scilicet 2, erunt 8; super quem 8 adde dimidium de 2, que modo addisti, cum 6, erunt 9; et tot habet primus. Cum quibus 9 adde bursam, scilicet 23, erunt 32; quorum dimidium, scilicet 16, habet secundus. Cum quibus, addita bursa, erunt 39; quorum terciam partem habet tertius.

$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot$
$\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot$

Burse
23
primus
9
Secondus
16
Tertius
13

XII.4.13

De bursa inter homines inuenta secundum istum modum.

Rvrsus si proponatur, quod unus illorum, habita bursa, habeat bis tantum, et dimidium secundo. Et secundus ter tantum, et tertiam tercio. Et tertius habeat quater tantum, et quartam primi. Quia primus, habita bursa, habet bis tantum et dimidium secundo; ergo si primus habet tunc $\frac{1}{2} \cdot 2$; et secundus habet 1: ergo si primus habet 5, et secundus habet 2; ergo secundus habet $\frac{2}{5}$ primi, et burse; et habet $\frac{2}{7}$ sui, et primi, et burse. Pone ergo $\frac{2}{5}$ in unam partem, et $\frac{2}{7}$ in aliam. Item quia secundus, habita bursa, habet ter tantum, et tertiam tercio; ergo si secundus tunc habet 10, et tertius habet 3; ergo tertius habet $\frac{3}{10}$ secundi, et burse; et habet $\frac{3}{13}$ sui, et secundi, et burse. Pone $\frac{3}{10}$ cum $\frac{2}{5}$ superius inuentis; et $\frac{3}{13}$ pone cum $\frac{2}{7}$. Item quia tertius, habita bursa, habet quater tantum, et quartam primo; ergo primus habet $\frac{4}{17}$ tercij, et burse; et habet $\frac{4}{21}$ sui, et tercij, et burse. Pone $\frac{4}{17}$ cum $\frac{3}{10} \frac{2}{5}$; et $\frac{4}{21}$ cum $\frac{3}{13} \frac{2}{7}$, sicut in margine ostenditur; et operare ut supra.

$$\begin{array}{r} \frac{5}{17} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{5} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \frac{6}{21} \cdot \frac{8}{13} \cdot \frac{2}{7} \\ \hline \end{array}$$

XII.4.14

Tres homines habent denarios, et inuenierunt bursam denariorum; quorum primus cum bursa excedit secundum in duplo. Secundus tertium in triplo; tercius primum in quadruplo. Queritur quot unusquisque habuit, et quot reperierunt in bursa: pro duple pone $\frac{1}{2}$, scilicet partem, quam habet secundus ex denarijs primi, et burse. Et pro triplo pone $\frac{1}{3}$, quam partem habet tercius homo ex denarijs secundi, et burse. Similiter pro quadruplo pone $\frac{1}{4}$ post $\frac{1}{3} \frac{1}{2}$ sic $\frac{1}{4} \frac{1}{3} \frac{1}{2}$. Nam $\frac{1}{4}$ est pars, quam primus homo habet ex denarijs terciij hominis, et burse. Deinde multiplicata 2 per 3; que per 4, erunt 24; de quibus tolle 4, quod oritur ex multiplicatione de 1, quod est super 2, in 4, quod est super 3 ducta in 4, quod est super 4, remanebunt 23 pro denarijs burse. Deinde accipe $\frac{1}{7}$ de 24, que est $\frac{1}{6}$; cum quibus adde terciam eorum, scilicet 2, erunt 8; cum quibus adde $\frac{1}{2}$ ipsorum, scilicet 4; et tot denarios habet primus: quos adde cum denarijs burse, scilicet cum 23, erunt 32; quorum $\frac{1}{2}$, scilicet denarios 16, habet secundus; cum quibus, addita bursa, erunt 39; quorum $\frac{1}{3}$, scilicet 13, habet tercius.

Aliter, positis $\frac{1}{4} \frac{1}{3} \frac{1}{2}$, multiplica $\frac{1}{4}$, quod est super 4 per 3, que sunt sub uirga; que per 2, erunt 6; et hoc est accipere quartam de 24. Item $\frac{1}{3}$, quod est super 4, multiplica per $\frac{1}{4}$, quod est super 3; quod per 2, que sunt sub uirga, erunt 2; que sunt $\frac{1}{2}$, quam accepimus superius de 6, que fuerunt $\frac{1}{3}$ de 24. Rursus multiplica $\frac{1}{4}$, quod est super 4, per $\frac{1}{3}$, quod est super 3; quod per $\frac{1}{4}$, quod est super 2, erit $\frac{1}{4}$; et hoc est accipere $\frac{1}{2}$ de 2, que fuerunt $\frac{1}{3}$ de 6: adde ergo 6, et 2, et $\frac{1}{4}$, erunt 9, scilicet denarij primi hominis. Possumus etiam hec promptius inuenire; uidelicet $\frac{1}{4}$, quod est super 4, multiplica per 3, et superadde multiplicationem eiusdem $\frac{1}{4}$ in $\frac{1}{3}$, quod est super 3, hoc est multiplica $\frac{1}{4}$, quod est super 4, per 3, et adde $\frac{1}{4}$, erunt 4: que multiplica per 2, que sunt sub uirga, erunt 8; quibus adde multiplicationem de $\frac{1}{3}$, quod est super 4, in $\frac{1}{4}$, quod est super 3, ductam in $\frac{1}{4}$, quod est super 2, erunt similiter 9: deinde, ut secundum hunc modum inuenias denarios aliorum, redige $\frac{1}{2}$ ad sinistram sic: $\frac{1}{2} \frac{1}{4} \frac{1}{3}$; et multiplica $\frac{1}{4}$, quod est super 2, per 5, scilicet per coniunctionem de 4 cum $\frac{1}{4}$, quod est super ipsa 4, erunt 5; que multiplica per 3, erunt 15; quibus super adde $\frac{1}{4}$, quod prouenit ex ducto $\frac{1}{4}$, quod est super 2, in $\frac{1}{4}$, quod est super 4; quod in $\frac{1}{4}$, quod est super 3, erunt 16, ut pro denarijs secundi hominis inuenimus. Vel accipe $\frac{1}{2}$ de 24, et $\frac{1}{3}$ ipsius medietatis, et $\frac{1}{3}$ ipsius quarte; et habebis similiter 16. Item redige $\frac{1}{2}$ ab alio capite sic: $\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{3}$; et fac ut fecisti in inuentione denariorum reliquorum hominum; et habebis 13 pro denarijs tertij hominis.

Et si primus cum bursa excedat secundum in duplo, et in dimidio eius; et secundus cum bursa excedat tertium hominem in triplo, et in tercia eius; et tertius homo cum bursa excedat primum in quadruplo, et eius quarta. Quia cum primus cum bursa excedit secundum in duplo eius, et dimidio; ergo si primus cum bursa habet $\frac{1}{2} 2$; secundus quidem habet 1: quare si primus cum bursa habet duplum de $\frac{1}{2} 2$, scilicet 5; secundus habebit 2: ergo denarij secundi sunt $\frac{2}{5}$ denariorum primi, et burse. Similiter inuenies, tertium hominem habere $\frac{3}{10}$ denariorum secundi, et burse. Et primum habere $\frac{4}{17}$ denariorum tertii hominis, et burse. Quare pones in ordinem $\frac{4}{17} \frac{3}{10} \frac{2}{5}$; et multiplicabis 5 per 10; que per 17, erunt 850; et 2 per 3; que per 4, erunt 24; que extrahes de 850, remanent 826 pro denarijs burse: post hec multiplica 4 per 10, et per 3, hoc est per 13, in una multiplicatione, erunt 52; que multiplica per 5, et adde multiplicationem de 4 in 3 ductam in 2, erunt 284; et tot habuit primus. Deinde redige $\frac{2}{5}$ post $\frac{4}{17}$ sic: $\frac{2}{5} \frac{4}{17} \frac{3}{10}$; et multiplica 2 per 21, scilicet per coniuncta de 17 cum 4, erunt 42; que multiplica per 10, et adde 24, scilicet bis 4 ter, pro 2, et 4, et 3, que sunt super uirgas, erunt 444; et tot habuit secundus. Vel accipe $\frac{2}{5}$ de denarijs primi, et burse: deinde redige $\frac{3}{10}$ post $\frac{2}{5}$ sic: $\frac{3}{10} \frac{2}{5} \frac{4}{17}$, et operare ut supra, et habebis 381 pro denarijs tertij hominis. Vel de denarijs secundi, et burse accipe $\frac{2}{10}$.

Item homines sint .iiiij.^{er}; et denarij primi, et burse sint duplum denariorum secundi: denarij quoque secundi, et burse sint triplum denariorum tertij hominis: denarij autem tertij hominis, et burse sint quadruplum denariorum quarti hominis: denarij quidem quarti hominis, et burse sint quincuplum denariorum primi: quia primus cum bursa excedit secundum in duplo, erunt denarij secundi hominis $\frac{1}{2}$ denariorum primi et burse. Similiter ex hijs, que posita sunt, denarij tertij hominis sunt $\frac{1}{3}$ denariorum secundi | et burse. Et denarij quarti hominis sunt $\frac{1}{4}$ denariorum tertij hominis, et burse. Nam et denarij primi hominis sunt $\frac{1}{5}$ denariorum quarti hominis, et burse. Quare pone in ordinem $\frac{1}{5} \frac{1}{4} \frac{1}{3} \frac{1}{2}$; et multiplicata numeros, qui sunt sub uirgis in se, erunt 120: de quibus tolle 1, quod prouenit ex multiplicatione unitatum, que sunt super uirgas in se, erunt 119 pro denarijs burse. Post hec accipe $\frac{1}{3}$ de 120, erunt 24; de quibus accipe $\frac{1}{4}$, erunt 6; de quibus accipe $\frac{1}{5}$, erunt 2; de quibus accipe $\frac{1}{2}$, erit 1: quos .iiiij.^{er} numeros insimul iunge, reddent 33 pro denarijs primi hominis. Vel multiplica 1, quod est super 5, per 4; que per 3; que per 2, erunt 24; quod idem est accipere quintam de dictis 120. Item multiplicabis 1, quod est super 5, per 1, quod est super 4; quod per 3; que per 2, erunt 6; quod idem est accipere quartam de dictis 24. Rursus 1, quod est super 5, per 1, quod est super 4; quod per 1, quod est super 3; quod per 2, erunt 2: quod idem est accipere $\frac{1}{3}$ de dictis 6. Et adhuc 1, quod est super 5, per 1, quod est super 4; quod per 1, quod est super 3; quod per 1, quod est super 2; et erit; quod idem est accipere $\frac{1}{2}$ de dictis 2, que fuerunt $\frac{1}{3}$ de 6. Adde 24 cum 6, et cum 2, et cum 1, erunt similiter 33; que potes promptius reperire: uidelicet multiplicata 1, quod est super 5, per 4, et adde multiplicationem eiusdem 1 in 1, quod est super 4. Et hoc est sicut multiplicare 1, quod est super 5, in 4, et in 1, scilicet in 5 in una multiplicatione, erunt 5; que multiplica per 3; et adde multiplicationem de 1, quod est super 5, in 1, quod est super 4; quod in 1, quod est super 3, erunt 16: que multiplica per 2, et adde multiplicationem .iiiij.^{er} unitatum, que sunt super uirgas, erunt similiter 33: deinde redige $\frac{1}{2}$ in capite linee ruptorum sic: $\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{2}$; et operaberis cum ruptis, incipiendo a $\frac{1}{2}$, sicuti superius fecisti, incipiendo a $\frac{1}{5}$: uidelicet accipies $\frac{1}{2}$ de 120, scilicet 60; de quibus accipies $\frac{1}{3}$, uidelicet 12; de quibus accipe $\frac{1}{4}$, scilicet 3; de quibus accipe $\frac{1}{5}$, uidelicet 1, et iunge insimul, erunt 76; et tot habet secundus. Vel aliter: denarios primi, scilicet 33, cum denarijs burse iunge, scilicet cum 119, erunt 152; quorum medietatem, scilicet 76, habet secundus. Rursus pone $\frac{1}{2}$ in principio linee sic: $\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4}$, et operaberis ut supra, incipiendo a $\frac{1}{5}$ de 120; et habebis es pro denarijs tertij hominis: uel ex denarijs secundi et burse, accipe terciam partem. Iterum pone in principio linee $\frac{1}{4}$ sic: $\frac{1}{4} \frac{1}{3} \frac{1}{2} \frac{1}{5}$; et inuenies denarios quarti ordine suprascripto esse 46, qui sunt quarta de denarijs tercie, et burse:

procedit

enim suprascripta inuentio denariorum primi, et burse ex proportione, quam habent ad inuicem; que proportio inuenitur sic. Quoniam primus cum bursa habet bis tantum quam secundus; medietas primi et burse est quantum denarij secundi. Secundum hanc consimilem considerationem inuenies $\frac{1}{3}$ denariorum secundi et burse esse quantum denarij tercij hominis; et $\frac{1}{4}$ denariorum tercij hominis, et burse esse quantum denarij quarti hominis. Et $\frac{1}{5}$ denariorum quarti et burse esse quantum denarij primi hominis. Et quoniam medietas denariorum primi, et burse est quantum denarij secundi. Tercia pars medietatis denariorum primi, et burse, scilicet $\frac{1}{6}$ eorum, sunt $\frac{1}{3}$ denariorum secundi. Comuniter adiungatur $\frac{1}{3}$ burse, erit $\frac{1}{6}$ denariorum primi cum $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{5}$, scilicet cum $\frac{1}{2}$ burse, quantum $\frac{1}{3}$ denariorum secundi cum $\frac{1}{5}$ denariorum burse; que $\frac{1}{3}$ denariorum secundi cum $\frac{1}{5}$ denariorum burse sunt quantum denarij tercij hominis. Quare $\frac{1}{6}$ denariorum primi cum $\frac{1}{2}$ denariorum burse sunt quantum denarij tercij hominis. Quare $\frac{1}{4}$ sexte partis denariorum primi, scilicet $\frac{1}{24}$, cum $\frac{1}{4}$ medietatis burse, uidelicet $\frac{1}{8}$, sunt quantum quartum denariorum tercii hominis. Comuniter adiungatur $\frac{1}{4}$ denariorum burse, erit $\frac{1}{24}$ denariorum primi cum $\frac{1}{8}$ et $\frac{1}{4}$, scilicet cum $\frac{2}{3}$ denariorum burse, quantum $\frac{1}{4}$ denariorum tercij cum $\frac{1}{4}$ denariorum burse; que $\frac{1}{4}$ denariorum tercij, et burse sunt quantum denarij quarti hominis: ergo $\frac{1}{24}$ denariorum primi cum $\frac{2}{3}$ denariorum burse sunt quantum denarij quarti hominis. Quare $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{24}$, scilicet $\frac{1}{120}$ denariorum primi cum $\frac{1}{5}$ de $\frac{2}{3}$, uidelicet cum $\frac{8}{15}$ denariorum burse, sunt quantum $\frac{1}{5}$ denariorum quarti. Comuniter adiungatur $\frac{1}{5}$ denariorum burse, erit $\frac{1}{120}$ denariorum primi cum $\frac{3}{10}$ et $\frac{1}{5}$, uidelicet cum $\frac{11}{10}$ denariorum burse, quantum $\frac{1}{5}$ denariorum quarti, et burse: que $\frac{1}{5}$ denariorum quarti, et burse est quantum denarij primi hominis. Quare $\frac{1}{120}$ denariorum primi cum $\frac{11}{10}$ burse sunt quantum denarij primi hominis. Comuniter auferratur $\frac{1}{120}$ denariorum primi, remanebunt $\frac{11}{10}$ denariorum burse, quantum $\frac{119}{120}$ denariorum primi. Quare reperti sunt superius duo numeri, scilicet 119 et 33, ex quibus $\frac{11}{10}$ de 119, sunt $\frac{119}{120}$ de 33. Nam modus reperiendi duos numeros, ex quibus $\frac{11}{10}$ unius sint $\frac{119}{120}$ alterius; hoc est inuenitur numerus, qui diuidatur integraliter per 40, et per 120; qui numerus est 120, de quo accipitur $\frac{11}{10}$, que sunt 33, et $\frac{119}{120}$, que sunt 119; et sunt postea $\frac{119}{120}$ de 33, quantum $\frac{11}{10}$ de 119; quia $\frac{11}{10}$ de $\frac{119}{120}$ unius numeri est quantum $\frac{119}{120}$ de $\frac{11}{10}$ eiusdem numeri. Accepimus enim superius $\frac{119}{120}$ de 120, cum ex multiplicatione numerorum, qui sunt sub uirgulis de $\frac{1}{5} \frac{1}{4} \frac{1}{3} \frac{1}{2}$ extraximus multiplicationem unitatum, que sunt super uirgulas. Similiter accepimus $\frac{11}{10}$ de 120 coniunximus 24, que sunt $\frac{1}{5}$ de 120 cum 6, que sunt $\frac{1}{20}$ eiusdem, et cum 2, que sunt $\frac{1}{60}$ de (sic), et cum 1 quod est $\frac{1}{120}$. Nam $\frac{1}{120} \frac{1}{60} \frac{1}{20} \frac{1}{5}$ insimul iunctis faciunt $\frac{11}{10}$.

Et si denarij primi hominis et burse excedant denarios secundi in duplo, et eorum dimidio. Et denarij secundi et burse excedant denarios tertij in triplo, et eorum tercia. Et denarij similiter tertij hominis, et burse excedant denarios quarti in quadruplo, et quarta. Et denarij quarti, et burse excedant denarios primi in quincuplo, et eorum quinta. Inuenies siquidem per ea, que supradiximus, denarios secundi esse $\frac{2}{5}$ denariorum primi, et burse; et denarios tertij hominis esse $\frac{3}{10}$ denariorum secundi, et burse; et denarios quarti hominis esse $\frac{4}{17}$ denariorum tertij hominis, et burse. Et adhuc reperies denarios primi esse $\frac{5}{26}$ denariorum quarti hominis, et burse. Quare pone $\frac{5}{26} \frac{4}{17} \frac{3}{10} \frac{2}{5}$ ex parte, et multiplica 26 per 17; que per 10; que per 5, que sunt sub uirgis, erunt 22100; de quibus extrahe multiplicationem de 5 in 4; quam in 3; quam in 2, que sunt super uirgas, erunt scilicet 120, remanebunt 21980 pro denarijs burse: post hec multiplica 5, que sunt super 26 per 17, et per 4, hoc est per 21, erunt 105: que multiplica per 10; et adde 5 uicibus 4, uicibus 3, scilicet 60, erunt 1110; que multiplica per 5, que sunt sub prima uirga, et super adde multiplicationem de 5, que sunt super 26, in 4; quam in 3; quam in 2, scilicet 120, erunt denarij 5670; et tot habuit primus homo: deinde redige $\frac{2}{5}$ post $\frac{5}{26}$ sic: $\frac{2}{5} \frac{3}{26} \frac{4}{17} \frac{3}{10}$; et incipias a $\frac{2}{5}$, procedens ordine suprascripto; et inuenies denarios secundi hominis 11060: postea redige $\frac{3}{10}$ post $\frac{2}{5}$ sic: $\frac{3}{10} \frac{2}{5} \frac{5}{26} \frac{4}{17}$, et operare ut supra; et pro denarijs tertij hominis habebis 9912: ad ultimum quidem redige $\frac{4}{17}$ post $\frac{3}{10}$ sic: $\frac{4}{17} \frac{3}{10} \frac{2}{5} \frac{5}{26}$; et fac ut supra, scilicet multiplica 4, que sunt super 17, per 13; que per 5, et adde 4 uicibus 3, uicibus 2; que omnia per 26, et adde 120 suprascripta, erunt 7504; et tot habuit quartus homo: et sic secundum hunc modum procedas, si homines fuerint plures quam 4.

XII.4.20

Item iiiij.^{er} homines iiiij.^{er} inuenierunt bursas denariorum. In secunda quarum erant denarij 3 plusquam in prima. In tercia 7. In quarta 13; et primus cum prima bursa habet bis tantum quam secundus. Secundus cum secunda ter tantum quam tertius; tertius cum tercia quater tantum quam quartus; quartus cum quarta quinquies tantum quam primus. Queritur quot unusquisque habuit; et quot in unaquaque bursa repertum fuit; et siant omnes numeri in integrum: pones ratione suprascripta $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$; et super $\frac{1}{2}$ pones 0, in quo prima bursa excedit seipsam. Super $\frac{1}{3}$ pones 3; super $\frac{1}{4}$ pone 7; super $\frac{1}{3}$ pone 13; in quibus relique burse excedunt primam. Deinde super medianam de 0 adde 3, que sunt super $\frac{1}{3}$, erunt 3; quorum tertiam partem iunge cum 7, que sunt super $\frac{1}{4}$, erunt 8; quorum $\frac{1}{4}$ iunge cum 13, que sunt super $\frac{1}{3}$, erunt 15; quorum quinta, scilicet 3, serua ex parte; et inuenias 120, et 119, et 33 suprascripta, ut in alia antecedente questione fecimus; et diuide 119, et 33 per 120, exhibunt $\frac{119}{120}$, et $\frac{33}{120}$. Tunc inuenias duos numeros, ex quibus $\frac{119}{120}$ unius sint 3 plus $\frac{11}{120}$ alterius, scilicet ipsa 3, que seruata sunt superius: quos duos numeros si inuenieris in integrum, habebis in integrum denarios hominum, et bursarum, que in integrum reperiuntur sic:

pone ut primus numerus sit 120; de quibus $\frac{119}{120}$, scilicet de 119, extrahe 3, remanent 116; de quibus considera, si sint $\frac{44}{40}$ alicuius numeri integrī: que cum non sint propter 116, que non diuiduntur integraliter per 11, que sunt super 40. Nam 116 sunt $\frac{44}{40}$ ex numero, qui exit ex multiplicatione de 40 in 116 diuisa per 11: Quare pone pro primo duplum de 120, uel triplum uel aliud quodlibet multiplex, ex quibus $\frac{119}{120}$ extractis 3 suprascriptis, remaneat numerus, qui diuidatur integraliter per 11. Quare pone pro primo 480, scilicet quadruplum de 120, quorum $\frac{119}{120}$ sunt quadruplum de 119, scilicet 476: de quibus extractis 3, remanent 473; quorum $\frac{4}{11}$, scilicet 43, multiplicata per 40, erunt 1720, qui est alias numerus: ergo primus habet 480; et in prima bursa reperierunt 1720. Quare in secunda fuerunt 1723. In tercia 1727. In quarta 1733, cum quibus bursis, et cum denarijs primi inuenies, secundum hominem habere 1100; tertium 941; quartum 667.

Procedit enim hec regula ex

inuentione proportionis, quam habent denarij primi ad denarios prime burse sic. Quia primus cum prima bursa habet bis tantum quam secundus. Medietas denariorum primi, et prime burse sunt quantum denarij secundi. Similiter inuenies $\frac{1}{3}$ denariorum secundi, et secunde burse esse quantum denarij tertij hominis; et $\frac{1}{4}$ tertij, et tercie burse esse quantum denarij quarti hominis; et $\frac{1}{5}$ quarti hominis, et quarte burse esse quantum denarij primi. Et quoniam $\frac{1}{2}$ primi, et prime burse est quantum denarij secundi; $\frac{1}{2}$ medietatis, scilicet primi, et prime burse est quantum $\frac{1}{2}$ denariorum secundi. Comuniter addatur $\frac{1}{2}$ secunde burse, que est denarius 1, plus tercia parte prime burse; quod 1 est illud, quod habuimus superius, cum accepimus $\frac{1}{2}$ de 30, que sunt super $\frac{1}{2}$ in questione; erit tunc $\frac{1}{6}$ denariorum primi cum $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{3}$, scilicet $\frac{1}{2}$ prime burse, et cum denario 1, quantum est $\frac{1}{3}$ secundi, et secunde burse. Nam $\frac{1}{3}$ secundi, et secunde burse est quantum sunt denarij tertij hominis. Quare $\frac{1}{6}$ denariorum primi cum $\frac{1}{2}$ prime burse, et cum denario 1 sunt quantum sunt denarij tertij hominis. Quare $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{6}$, scilicet $\frac{1}{24}$ denariorum primi, et $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2}$, scilicet $\frac{1}{8}$ prime burse cum $\frac{1}{4}$ unius denarij, sunt quantum $\frac{1}{4}$ denariorum tertij hominis. Comuniter adiungatur $\frac{1}{4}$ tercie burse, que est denarius $\frac{3}{4}$ 1, plus quarta parte prime burse; tunc $\frac{1}{24}$ primi, et $\frac{1}{8}$, et $\frac{1}{4}$, scilicet $\frac{3}{8}$ prime burse cum $\frac{1}{4}$ unius denarij, et cum denarij (sic) $\frac{3}{4}$ 1, scilicet cum denarijs 2, erunt quantum est $\frac{1}{4}$ terciij hominis, et tercie burse. Nam $\frac{1}{4}$ terciij hominis, et tercie burse est quantum sunt denarij quarti hominis: ergo $\frac{1}{24}$ denariorum primi, et $\frac{1}{8}$ prime burse cum denarijs 2 sunt quantum denarij quarti hominis. Sunt quidem suprascripti denarij 2 illi, quos habuimus superius: cum accepimus 4 de 818, habuimus ex coniunctione de 1, quod sicut $\frac{1}{3}$ de 3 cum 7, in quibus tercia bursa excedit primam. Et quoniam $\frac{1}{24}$ primi, et $\frac{3}{8}$ prime burse cum denarijs 2 sunt quantum denarij quarti hominis, erit $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{24}$, scilicet $\frac{1}{72}$ denariorum primi cum $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{8}$, scilicet cum $\frac{3}{40}$ prime burse, et cum $\frac{1}{5}$ de denarijs 2, scilicet cum $\frac{2}{5}$ unius denarij, quantum $\frac{1}{5}$ de denarijs quarti hominis. Comuniter addatur $\frac{1}{5}$ quarte burse, que est $\frac{1}{5}$ de denarijs 13, scilicet $\frac{3}{5}$ 2, plus de $\frac{1}{5}$ prime burse; tunc $\frac{1}{72}$ primi, et $\frac{3}{40}$, et $\frac{1}{5}$, scilicet $\frac{11}{40}$ prime burse, et $\frac{2}{5}$ unius denarij, et denarij $\frac{2}{5}$ 2, erunt quantum $\frac{1}{5}$ denariorum quarti, et quarte burse. Nam $\frac{1}{5}$ denariorum quarti hominis, et quarte burse est quantum denarij primi: ergo $\frac{1}{72}$ denariorum primi, et $\frac{11}{40}$ prime burse cum denarijs 3 sunt quantum denarij primi hominis. Comuniter extrahatur $\frac{1}{72}$ denariorum primi, remanebunt $\frac{11}{40}$ prime burse cum denarijs 3, quantum $\frac{119}{40}$ denariorum primi. Vnde inuenimus superius duos numeros, quorum $\frac{119}{40}$ primi sunt 3 plus de $\frac{11}{40}$ alterius.

XII.4.23

Et notandum, si in secunda bursa inuenti essent denarij 3, in tertia denarij 7. Et in quarta denarij 13, minus quam in prima, sicut in hac questione inuenti sunt, plus de eisdem demonstrationibus; inuenires quod oportet inuenire duos numeros, ex quibus $\frac{119}{120}$ unius essent 3 | minus $\frac{41}{40}$ alterius; et sic haberet primus denarijs (sic) 840, qui sunt septies 120; et in prima bursa essent 3400. In secunda 3037. In tercia 3033. In quarta 3027; et secundus homo haberet 1940; tertius 1659; quartus 1173: hee et similes questiones per elchataym solui non possunt in integrum, nisi fortuitu accideret, quod positiones, que ponuntur in ipso elchataym essent numeri, in quibus in integrum caderent.

XII.4.24

Et si proponatur, quod in prima bursa reperissent denarios 26. In secunda 29. In tercia 34. In quarta 39: pones 26 super $\frac{4}{7}$, et 29 super $\frac{5}{7}$, et 34 super $\frac{6}{7}$, et 39 super $\frac{7}{7}$; et adde $\frac{1}{2}$ de 26 cum 29, erunt 42; quorum $\frac{4}{7}$, scilicet 14, adde cum 34, erunt 48; quorum $\frac{5}{7}$, scilicet 12, adde cum 39; quorum $\frac{6}{7}$, scilicet $\frac{6}{5} \cdot 10$, multiplica per 120, et diuide per 119 superius inuentos, exibunt $\frac{2}{7} \cdot 10$; et tot habuit primus: quibus iunctis cum 26 prime burse, faciunt $\frac{2}{7} \cdot 36$: quorum $\frac{4}{7}$, scilicet $\frac{4}{7} \cdot 18$, habet secundus: cum quibus iunctis 29 secunde burse, erunt $\frac{4}{7} \cdot 47$; quorum $\frac{5}{7}$, scilicet $\frac{5}{7} \cdot 15$, habet tertius: cum quibus iunctis 34 tercie burse, faciunt $\frac{5}{7} \cdot 49$; quorum $\frac{6}{7}$, scilicet $\frac{6}{7} \cdot 12$, habet quartus homo:

cedit enim hec regula ex inuentione proportionis denariorum burse ad denarios primi hominis sic: manifestum quidem est, quod medietas denariorum primi cum denarijs 13, qui sunt $\frac{1}{2}$ prime burse, sunt quantum denarij secundi. Similiter $\frac{1}{3}$ denariorum secundi cum $\frac{1}{3}$ secunde burse, scilicet cum $\frac{2}{3} 9$, sunt quantum denarij tertij. Rursus $\frac{1}{4}$ denariorum tertij cum denarijs $\frac{1}{2} 8$, scilicet cum $\frac{1}{4}$ tercie burse, sunt quantum denarij quarti hominis. Item $\frac{1}{5}$ denariorum quarti hominis cum denarijs $\frac{4}{5} 7$, scilicet cum $\frac{1}{5}$ quarte burse, sunt quantum denarij primi. Et quoniam $\frac{1}{2}$ denariorum primi cum denarijs 13 sunt quantum denarij secundi; $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2}$, scilicet $\frac{1}{6}$ denariorum primi cum $\frac{1}{3}$ denarijs 13, scilicet cum $\frac{1}{3} 4$, sunt quantum $\frac{1}{3}$ denariorum secundi. Comuniter adiungantur denarij $\frac{2}{3} 9$, erit $\frac{1}{6}$ denariorum primi cum denarijs $\frac{1}{3} 4$, et $\frac{2}{3} 9$, scilicet cum 14, quantum $\frac{1}{6}$ denariorum secundi cum denarijs $\frac{2}{3} 9$. Verum $\frac{1}{3}$ denariorum secundi cum denarijs $\frac{2}{3} 9$ sunt quantum denarij tertij hominis; ergo $\frac{1}{6}$ denariorum primi cum denarijs 14 sunt quantum denarij tertij. Quare $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{6}$, scilicet $\frac{1}{24}$ denariorum primi cum $\frac{1}{4}$ de denarijs 14, scilicet cum $\frac{1}{2} 3$, sunt quantum denarij tertij. Comuniter adiungantur denarij $\frac{1}{2} 8$, erit $\frac{1}{24}$ denariorum primi cum denarijs $\frac{1}{2} 3$, et $\frac{1}{2} 8$, scilicet cum denarijs 12, quantum $\frac{1}{6}$ denariorum tertij cum denarijs $\frac{1}{2} 8$. Verum $\frac{1}{6}$ denariorum tertij cum denarijs $\frac{1}{2} 8$ sunt quantum denarij quarti. Comuniter adiungantur denarij $\frac{4}{5} 7$, erit $\frac{4}{120}$ denariorum primi cum denarijs $\frac{2}{5} 2$, et $\frac{4}{5} 7$, scilicet cum denarijs $\frac{4}{5} 10$, quantum $\frac{4}{5}$ denariorum quarti cum denarijs $\frac{4}{5} 7$. Verum $\frac{4}{5}$ denariorum quarti cum denarijs $\frac{4}{5} 7$ sunt quantum denarij primi. Similiter et $\frac{4}{120}$ denariorum primi cum denarijs $\frac{4}{5} 10$ sunt quantum denarij primi. Comuniter auferatur $\frac{4}{120}$ denariorum primi, remanebunt $\frac{119}{120}$ denariorum ipsius primi quantum $\frac{4}{5} 10$ denariorum primi, remanebunt $\frac{119}{120}$ ipsius primi, quantum $\frac{4}{5} 10$. Quare reperiendus est numerus, ex quo $\frac{4}{5} 10$ sint $\frac{119}{120}$; qui reperitur ex multiplicatione de $\frac{4}{5} 10$ in 120, diuisa per 119, ut superius fecimus.

Et si proponatur, quod denarijs prime burse multiplicatis per denarios quarte burse, faciant multiplicationem denariorum secunde in terciam; et multiplicatis denarijs prime in denarijs tercie, faciant multiplicationem denariorum secunde in se ipsos: et adhuc multiplicatis denarijs secunde cum quarte (*sic*) faciant multiplicationem denariorum tercie in se ipsis. Pro denarijs $\text{iii}.^{\text{er}}$ bursarum pone $\text{iii}.^{\text{er}}$ numeros in continua proportionalitate; ex quibus pro prima bursa sit 6 pro secunda 12; pro tercia 24; pro quarta 48, ut hic ostenditur; et operaberis ut supra, et habebis pro quantitate primi hominis $\frac{4}{7} \text{ ii}$: quos si in integrum habere uis, multiplica eos per 7, erunt 78. Quare multiplicabis denarios prime burse, scilicet 6 per 7, erunt 42. Nam cum 78, et 42 diuidantur integraliter, diuide ipsos, ut habeas minores numeros; et habebit primus 13; et in prima bursa erunt denarij 7. Quare in secunda erunt 14. In tercia 28. In quarta 56. Cum quibus inuenies, secundum hominem habere denarios 10; tertium 8; quartum 9.]

De duobus hominibus qui duas bursas bizantiorum inuenierunt.

Item duo homines bizanthios habentes, qui duas bursas cum bizantijs inuenierunt. In secunda quorum (*sic*) erant bizantij 43 plus quam in prima. Vnde primus dixit secundo: Si haberem primam bursam, haberem bis tantum quam tu. Cui alter Respondit: Et si ego haberem secundam bursam, haberem siquidem ter tantum quam tu. Queritur, que sit quantitas bizantiorum illorum, et bursarum. Quia primus cum prima bursa habet bis tantum quam secundus; ergo habet ipse $\frac{2}{3}$ cunctorum bizantiorum illorum, et eiusdem prime burse: propter eandem ergo et secundus cum secunda bursa habet $\frac{2}{3}$ bizantiorum illorum duorum hominum, et maioris burse: et quia in prima bursa sunt bizantij 43, minus quam in maiori; ergo summa bizantiorum illorum duorum hominum, et minoris burse est minor similiter bizanthij 43 summa bizanthiorum eorundem duorum hominum, et maioris burse. Quare reperies duos numeros, quorum unus sit 43 maior altero. Et minor illorum diuidatur per 3 integraliter. Et maior diuidatur per 4; sintque 45, et 28: quare pone 45 pro summa bizantiorum illorum, et minoris burse: et 28 pone pro eorundem summa, et maioris burse. Et quia primus cum minori bursa habet $\frac{2}{3}$ summe illorum, et minoris burse. Accipe $\frac{2}{3}$ de 45, que sunt 30, et extrahe de 45, remanent 15; et tot habuit secundus. Eademque ratione accipe $\frac{2}{3}$ de 28, que sunt 18, et extrahe de 28, remanent 10; et tot habuit primus: a quibus usque in 10 prescriptis desunt 3; et tot inuenierunt in minori bursa: super que adde 43, erunt 46 in maiori bursa. Vel aliter adde 10 cum 21 prescriptis, erunt 31; de quibus extrahe 28 et 45 prescriptis remanent 3 et 16 pro eorundem hursarum quantitate.

De tribus hominibus et tribus bursis ab eis repertis.

Item homines sint tres; et reperierunt tres bursas bizantiorum. In secunda quarum erant bizanthi 40, magis quam in prima. Et in tercia erant bizanthi 43, magis quam in secunda, hoc est 23, magis quam in prima. Et primus illorum cum in minori bursa habeat bis tantum reliquis. Et secundus cum secunda bursa habeat ter tantum reliquis; et tertius cum maiori bursa habeat quater tantum. Et queratur similiter, quot unusquisque habuerit; et quot in unaquaque bursarum reperierunt: quia primus cum minori bursa habet bis tantum reliquis; ergo habet cum eadem bursa $\frac{2}{3}$ summe bizanthiorum eorum, et eiusdem burse: propter eandem ergo et secundus cum bursa habet $\frac{3}{4}$ bizanthiorum illorum, et secunde burse. Et tertius cum maiori bursa habet $\frac{4}{5}$ bizanthiorum eorundem trium hominum, et maioris burse. Quare pones in ordinem $\frac{4}{5} \frac{3}{4} \frac{2}{3}$; et reperias tres numeros, quorum secundus sit 40 maior primo; et tertius sit 43 maior secundo: et diuidatur minor ipsorum integraliter per 3; et secundus per 4; et tertius per 5; eruntque 42, et 52, et 65; ex quibus minor, scilicet 42, habeatur pro summa bizantiorum eorum, et minoris burse. Alter, scilicet 52, pro eorundem summa, et secunde burse habeatur. Maior uero, scilicet 65, habeatur pro eorundem summa, et maioris burse: deinde accipe $\frac{2}{3}$ de 42, erunt 28, que sunt summa bizanthiorum primi hominis, et prime burse. Item accipe $\frac{3}{4}$ de 52, erunt 39, que sunt summa bizanthiorum secundi hominis, et secunde burse. Rursum accipe $\frac{4}{5}$ de 65, erunt 52, que sunt summa bizanthiorum tertij hominis, et maioris burse. Adde ergo insimul bizanthios 28, et bizantios 39, et bizantios 52, erunt bizanthij 119, que sunt summa omnium bizanthiorum illorum, etiam et trium bursarum.

separantur ad inuicem, adde iterum tres primos positos numeros, uidelicet 42, et 52, et 65, erunt 159, que sunt summa eorundem trium hominum, et bursarum. In qua unusquisque ter computatus existit; cum non debeat computari nisi tantum semel: ergo computatur unusquisque ipsorum bis magis | quam oporteat; et ideo 159 prescripta magis sunt de 119. Vnde extrahas 119 de 159, remanent 40, que sunt duplum bizanthiorum illorum trium hominum propter binam superfluam computationem illorum: quare diuisis 40 per 2, exeunt 20, que sunt summa bizanthiorum illorum trium hominum. Quibus extractis de 119, remanent bizantij 99 pro summa trium bursarum; de quibus extrahe bizantios 10, et bizantios 23, qui inuenti fuerunt in secunda, et tercua bursa magis quam in prima, remanent bizantij 66; quos diuide per numerum bursarum, scilicet per 3, exibunt bizantij 22 pro quantitate minoris burse. Quibus superadditis bizantijs 10, erunt bizantij 32; et tot inuenerunt in secunda bursa. Cum quibus superadde bizantios 13, quos in maiori bursa reperierunt magis quam in secunda, erunt bizantij 45, qui sunt bizantij maioris burse. Deinde, ut habeas bizantios uniuscuiusque hominis, extrahe bizantios minoris burse, scilicet 22, de summa bizanthiorum primi hominis, et prime burse, scilicet de 28, remanent bizantij 6; et tot bizanthios habet primus. Iterum extrahe secundam bursam, uidelicet bizantios 32, de summa bizanthiorum secundi hominis, et secunde burse, scilicet de bizantijs 39, remanent bizantij 7; et tot habuit secundus. Similiter extrahe bizanthios maioris burse, uidelicet 45, de summa eiusdem burse, et terciij hominis, scilicet de 52, remanent bizantij 7; et tot habuit tercius. Per hanc enim regulam potes facere antecedentem de duobus hominibus, et de pluribus huiusmodi questionibus.

Item homines sint 4, et burse sint 4, quarum secunda sit 10 maior prima; et tercia sit 13 maior secunda; et quarta sit bizantij 19 maior tertia. Et primus habeat cum minori bursa bis tantum quam reliqui. Et secundus ter tantum habeat cum secunda bursa. Tercius quoque cum tercia bursa habeat quater tantum: quartus uero cum quarta bursa habeat similiter quinquies tantum quam reliqui. Repertis itaque suprascriptis demonstrationibus $\frac{5}{6} \frac{2}{3} \frac{3}{4} \frac{2}{3}$, reperies deinceps .iiiij.^{er} numeros, quorum secundus sit 10 maior primo; tercius sit 13 maior secundo, hoc est 23 maior primo. Et quartus sit 19 maior tertio, hoc est 42 maior primo. Et hoc fecimus, ut habeamus bizantios eorum, et bursarum in numeros integros; eruntque 42, et 52, et 65, et 84: quos numeros iunge, erunt 243, que serua; et accipe $\frac{2}{3}$ primi numeri, scilicet de 42, erunt 28; et accipe $\frac{3}{4}$ de 52, erunt 39; et $\frac{4}{5}$ de 65, erunt 52; et accipe $\frac{5}{6}$ de 84, erunt 70; et adde insimul, erunt 189; que extrahe de 243 seruatis, remanent 54. Qui numerus est triplum omnium bizantiorum eorum; quia in summa de 243 unusquisque ter computatur ultra quam debet. Quare diuide 54 per 3, exibunt 18, et tot habent inter omnes: quibus extractis de 189, remanebunt 171 pro summa bizantiorum .iiiij.^{er} bursarum; de quibus extrahe bizantios 10, et 23, et 42, qui reperti fuerunt in secunda, et tercia, et quarta bursa magis quam in prima, remanent 96: quos diuide per numerum bursarum, scilicet per 4, exibunt 24, qui est summa numeri minoris burse. Quare bizantij secunde burse sunt 34; tercie sunt 47. Quarte sunt bizantij 66, hoc est 10 magis tercia. Deinde extrahe bizantios minoris burse, scilicet 24, de suprascriptis 28, remanent bizantij 4; et tot habuit primus. Item extrahe bizantios secunde burse, uidelicet 34 de 39, scilicet de bizantijs secundi hominis, et secunde burse, remanent 5; et tot habuit secundus. Rursus extrahe bizantios tercie burse, scilicet 47, de summa tercij hominis, et eiusdem burse, scilicet de 52, remanent bizantij 5; et tot habuit tercius: adhuc extrahe bizantios minoris burse, uidelicet 66, de summa eiusdem burse, et quarti hominis, scilicet de 70, remanent bizantij 4; et tot habuit quartus. Et sic studeas operari in omnibus similibus.

Vel aliter: de summa trium hominum, et prime burse, scilicet
 de 42, | extrahe $\frac{2}{3}$ eorum, scilicet summam bizantiorum primi, et prime burse, remanent
 14 pro bizantijs secundi, et terciij, et quarti hominis. Similiter extrahe $\frac{1}{3}$ secunde summe,
 scilicet de 52, remanent $\frac{1}{3}$ eius, scilicet 13, pro summa terciij, et quarti, et primi ho-
 minis. Item de tercia summa, scilicet de 65, extrahe $\frac{4}{5}$, quos habet tertius homo cum
 tercia bursa, remanebit $\frac{1}{5}$ eorum, scilicet 13, pro bizantiis quarti, et primi, et secundi
 hominis. Rursus de maiori summa, scilicet de 84, extrahe $\frac{5}{6}$ eorum, remanebit $\frac{1}{6}$ eo-
 rumdem, scilicet 14, pro bizantijs primi, et secundi, et tercij hominis. Adde itaque
 hos .iii.º inuentos numeros, erunt 54, in quibus unusquisque hominum ter computatus
 est. Quare summa eorum est $\frac{1}{3}$ de 54, scilicet 18, ut prediximus: quibus extractis de
 prima bursa, scilicet de 42, remanebunt 24 pro bizantijs prime burse. Similiter bizantios
 secundi, et terciij, et quarti hominis, scilicet 14, extrahe de summa eorum, scilicet de
 18, remanent 4 pro bizantijs primi. Item bizantios tercij, et quarti, et primi, scilicet
 13, extrahe de 18, remanent 5 pro bizantijs secundi hominis. Eodemque modo de 18
 extrahe bizantios quarti, et primi, et secundi, scilicet 13; et bizantios primi, et secundi,
 et tercij, scilicet 14, remanebunt pro bizantijs tercij hominis 5, et pro bizantijs quarti 4.

De quatuor hominibus et una bursa.

Habeant cum bursa primus et secundus duplum denariorum terciij. Secundus quidem et tercarius triplum quarti: tercarius quoque et quartus quadruplum primi: quartus autem et primus habeant similiter cum bursa quincuplum denariorum secundi. Huius enim questionis solutionem inuenies per inuentionem proportionis denariorum burse ad denarios primi hominis sic. Quoniam primus, et secundus cum bursa habent duplum secundi. Medietas denariorum primi, et secundi, et burse est quantum denarij tercij hominis. Similiter ex reliquis propositionibus habetur, quod $\frac{1}{2}$ secundi, et tercij hominis, et burse est quantum denarij quarti hominis; et $\frac{1}{4}$ tercij hominis, et quarti, et burse est quantitas denariorum primi; et $\frac{1}{5}$ denariorum quarti, et prime burse est quantitas denariorum secundi.

Et quoniam $\frac{1}{2}$ primi, et secundi, et burse, est quantitas tercij; tercia pars medietatis primi, et secundi, et burse, scilicet $\frac{1}{6}$ eorum, est $\frac{1}{3}$ tercij hominis. Comuniter adiungantur $\frac{1}{3}$ denariorum secundi, et burse, erunt $\frac{1}{6}$ primi, et $\frac{1}{2}$ secundi, et burse, quantum $\frac{1}{2}$ secundi, et tercij, et burse. Sed $\frac{1}{2}$ secundi, et tercij, et burse est quantitas quarti; ergo $\frac{1}{6}$ primi, et $\frac{1}{2}$ secundi, et burse sunt quantitas denariorum quarti hominis. Quare $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{6}$ denariorum primi, hoc est $\frac{1}{24}$, et $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2}$, scilicet $\frac{1}{3}$ denariorum secundi, et burse, sunt $\frac{1}{4}$ denariorum quarti hominis. Comuniter addatur $\frac{1}{3}$ tercij, et burse, erit $\frac{1}{24}$ primi cum $\frac{1}{6}$ secundi, et cum $\frac{1}{4}$ tercij, et cum $\frac{1}{3}$ burse, quantum $\frac{1}{3}$ denariorum tercij, et quarti, et burse. Sed $\frac{1}{3}$ tercij hominis, et quarti, et burse est quantitas primi; ergo $\frac{1}{24}$ primi, et $\frac{1}{8}$ secundi, et $\frac{1}{4}$ tercij, et $\frac{1}{3}$ burse sunt quantum denarij primi. Quare quinta pars eorum, scilicet $\frac{1}{120}$ primi, et $\frac{1}{40}$ secundi, et $\frac{1}{20}$ tercij, et $\frac{1}{10}$ burse, sunt $\frac{1}{3}$ denariorum primi. Comuniter adiungatur $\frac{1}{5}$ quarti hominis, et burse, erunt $\frac{1}{120}$ primi, et $\frac{1}{40}$ secundi, et $\frac{1}{20}$ tercij, et $\frac{1}{5}$ quarti, et $\frac{11}{40}$ burse quantum $\frac{1}{3}$ quarti hominis, et primi, et burse. Sed $\frac{1}{5}$ quarti, et primi, et burse, est quantitas denariorum secundi; ergo $\frac{1}{120}$ primi, et $\frac{1}{40}$ secundi, et $\frac{1}{20}$ tercij et $\frac{1}{5}$ quarti, et $\frac{11}{40}$ burse sunt quantitas secundi. Comuniter auferatur $\frac{1}{40}$ secundi, remanebunt $\frac{1}{120}$ primi, et $\frac{1}{20}$ tercij, et $\frac{11}{40}$ burse quantum $\frac{109}{120}$. Quia si de $\frac{1}{10}$ cuiusuis rei auferatur $\frac{1}{15}$ eiusdem, nimis $\frac{109}{120}$ ipsius remanebunt. Et quia denarij tercij hominis sunt $\frac{1}{2}$ denariorum primi, et secundi, et burse; ergo $\frac{1}{20}$ tercij erunt $\frac{7}{120}$ primi, et secundi, et burse; ergo $\frac{1}{120}$, et $\frac{7}{120}$, hoc est $\frac{1}{15}$ primi, et $\frac{7}{120}$ secundi, et $\frac{11}{120}$, et $\frac{7}{120}$, hoc est $\frac{2}{5}$ burse, sunt $\frac{109}{120}$ denariorum secundi. Comuniter auferantur $\frac{1}{15}$ secundi, remanebunt $\frac{1}{15}$ primi, et $\frac{2}{5}$ burse, quantum $\frac{17}{20}$ denariorum secundi. Quia si de $\frac{109}{120}$ auferantur $\frac{7}{120}$, remanent $\frac{102}{120}$, que sunt $\frac{17}{20}$, ut dictum est. Et quia denarij secundi sunt $\frac{1}{5}$ primi, et quarti, et burse; ergo $\frac{17}{20}$ secundi sunt $\frac{17}{100}$ primi, et quarti, et burse. Quare $\frac{1}{15}$ primi, et $\frac{2}{5}$ burse sunt $\frac{17}{100}$ primi, et quarti, et burse. Comuniter auferantur $\frac{1}{15}$ primi, et $\frac{17}{100}$ burse, remanebunt $\frac{21}{100}$ primi, et $\frac{17}{100}$ quarti, quantum $\frac{29}{100}$ burse. Sunt enim omnes denarij quarti hominis $\frac{1}{2}$ denariorum secundi, et tercij, et burse. Quare $\frac{17}{100}$ quarti sunt $\frac{17}{300}$ secundi, et tercij, et burse: ergo $\frac{21}{200}$ primi, et $\frac{17}{200}$ secundi, et tercij, et burse sunt $\frac{29}{100}$ burse. Comuniter auferantur $\frac{17}{200}$ burse, remanebunt $\frac{21}{200}$ primi, et $\frac{17}{200}$ secundi, et tercij quantum $\frac{29}{100}$ burse. Et quia omnes denarij tercij hominis sunt $\frac{1}{2}$ primi, et secundi, et burse; ergo $\frac{17}{200}$ tercij hominis sunt $\frac{17}{600}$ primi, et secundi, et burse. Quare $\frac{21}{200}$, et $\frac{17}{600}$, scilicet $\frac{11}{600}$ primi, et $\frac{17}{600}$, et $\frac{17}{600}$, scilicet $\frac{17}{200}$ secundi, et $\frac{17}{600}$ burse, sunt quantum $\frac{29}{100}$ burse. Comuniter auferantur $\frac{17}{600}$ burse, remanebunt $\frac{79}{600}$ primi cum $\frac{11}{200}$ secundi, quantum $\frac{29}{200}$ burse. Et quia $\frac{17}{20}$ secundi, ut inuentum est supra, sunt $\frac{1}{15}$ primi, et $\frac{2}{5}$ burse, decima pars de $\frac{17}{20}$ secundi, scilicet $\frac{17}{200}$ ipsius, erit $\frac{1}{150}$ primi, et $\frac{1}{25}$ burse: ergo $\frac{79}{600}$, et $\frac{1}{150}$, scilicet $\frac{83}{600}$ eiusdem cum $\frac{1}{25}$ burse sunt $\frac{29}{200}$ burse. Comuniter auferatur $\frac{1}{25}$ burse, remanebunt $\frac{83}{600}$ primi, quantum $\frac{24}{200}$ burse. Quare reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{83}{600}$ primi sint $\frac{21}{200}$ secundi, erunt 63 et 83. Quare si primus homo habet 63, bursa est 83. Et quia $\frac{1}{15}$ primi, et $\frac{2}{5}$ burse sunt $\frac{17}{20}$ secundi, accipe $\frac{1}{15}$ de 63, et $\frac{2}{5}$ de 83, et habebis $\frac{2}{5} \cdot 37$ pro $\frac{17}{20}$ denariorum secundi. Quare est sicut 17 ad 20, ita $\frac{2}{5} \cdot 37$ ad denarios secundi: multiplica ergo $\frac{2}{5} \cdot 37$ per 20, et diuides per 17, exibunt 44; et tot habuit secundus: quibus additis cum denarijs secundi, et burse, scilicet cum 63, et 83, erunt 190; quorum dimidium, scilicet 95, habeas pro denarijs tercij, cum primus, et secundus, et bursa habeant duplum tercij: quibus 95 additis cum denarijs secundi, et burse, erunt 222; quorum tercia pars, scilicet 74, est quantitas denariorum quarti hominis.

Modus alias de tribus hominibus et una bursa.

Sint itaque denarij primi, et secundi cum bursa duplum denariorum terciij. Secundi quoque, et terciij triplum primi: terciij uero, et primi quaduplum (*sic*) secundi. Ex positione predicta inuenies, denarios terciij hominis esse $\frac{1}{3}$ summe denariorum trium hominum et burse; primi esse $\frac{1}{4}$; secundi $\frac{1}{3}$. Quare pone, ipsam esse 60, de qua primus habet $\frac{1}{4}$, scilicet 15; secundus $\frac{1}{3}$, scilicet 20; tertius $\frac{1}{3}$, scilicet 20: quibus omnibus extractis de 60, remanent 13 pro denarijs burse.

De quatuor hominibus et una bursa, cum duo illorum dicant reliquis; questio insolubilis.

Denarij quidem primi , et secundi cum bursa sint duplum denariorum terciij, et quarti. Secundi uero, et terciij sint triplum quarti, et primi : terciij autem, et quarti sint quaduplum primi , et secundi : quarti quoque, et primi similiter cum bursa sint quincuplum denariorum secundi, et terciij: hec questio est insolubilis; et cognoscitur sic. Quoniam primus, et secundus cum bursa habent duplum et terciij, et quarti. Ideo denarij terciij, et quarti hominis sunt $\frac{1}{3}$ summe denariorum .iiiij.^{or} hominum, et burse. Similiter ex precedentibus habetur, quod denarij quarti, et primi sunt $\frac{1}{4}$ eiusdem summe; et denarij primi, et secundi sunt $\frac{1}{5}$ eiusdem summe ; nec non et denarij secundi, et terciij sunt $\frac{1}{6}$: et quia inter primum, et secundum habent quintam predicte summe; et inter tertium, et quartum habent terciam; ergo inter omnes .iiiij.^{or} habent $\frac{1}{5} \frac{1}{6}$, hoc est $\frac{32}{60}$: habent etiam inter primum, et quartum quartam; et inter secundum et tertium sextam: ergo inter omnes .iiiij.^{or} habent $\frac{1}{6} \frac{1}{8}$, scilicet $\frac{25}{60}$ predicte summe. Ostensum est enim ,ipsos habere per primam computationem $\frac{32}{60}$ predicte summe; ergo $\frac{25}{60}$ ipsius summe sunt $\frac{32}{60}$ eiusdem, quod est inconueniens; et hoc uolui demonstrare.

De quinque hominibus et una bursa.

Primus quidem, et secundus habeant cum bursa duplum trium reliquorum hominum. Secundus et tercius, triplum; tercius et quartus, quaduplum; quartus et quintus, quincuplum. Quintus, et primus habeant similiter sexcuplum trium reliquorum hominum. Ex hac quidem positione cognoscitur, tertium, et quartum, et quintum hominem habere $\frac{1}{2}$ summe denariorum quinque hominum, et burse: quartum quoque, et quintum, et primum $\frac{1}{4}$. Quintum, et primum, et secundum $\frac{1}{5}$; primum, et secundum, et tertium $\frac{1}{6}$; secundum, et tertium, et quartum $\frac{1}{7}$: pone pro eorum summa, et bursa 420; qui numerus diuiditur integraliter per partes predictas. Et accipe per ordinem $\frac{1}{7} \frac{1}{6} \frac{1}{5} \frac{1}{4} \frac{1}{2}$ ex ipsis, et habebis denarios tercij, et quarti, et quinti hominis, 140: denarios quoque quarti, et quinti, et primi, 105; quinti, primi, et secundi, 84; primi, et secundi, et tercij 70: similiter et denarios secundi, et tercij, et quarti erunt 60: quibus quinque numeris insimul iunctis, reddunt pro triplo denariorum quinque hominum 459; cum unusquisque ter computatus sit in prescriptis numeris. Quare accipe $\frac{1}{3}$ de 459, cum cadat in integrum, exhibunt 153 pro summa denariorum hominum: qua extracta de 420, remanent 267 pro denarijs burse. Post hec adde denarios primi, et secundi, et tercij cum denarijs quarti, et quinti, et primi, scilicet 70 cum 105, erunt 175; et tot habent inter omnes, primo bis computato. Quare extrahe 153, scilicet summa eorum de 175, remanent 22; et tot habet primus: quos adde cum denarijs tercij, et quarti, et quinti, erunt 162; et tot habent inter primum, et tertium, et quartum. Sed inter omnes quinque habent tantum 153: quare hec questio est insolubilis, nisi ponamus, secundum hominem habere debitum 9, que sunt a 153 in 162: adde itaque denarios 22 cum debito secundi, scilicet extrahe 9 de 22, remanent 13; quos extrahe de 70, remanent 57; de quibus extrahe 9, scilicet debitum secundi, remanent 48; quos extrahe de denarijs secundi, et tercij, et quarti, scilicet de 60, remanent 12; et tot habet quartus: quos adde cum 57, erunt 69; quos extrahe de 140, remanent 7; et tot habet quintus.