pars I pars II pars III pars IV pars V pars VI pars VII pars VIII pars IX

PARS SECUNDA

XII.2.1

Incipit pars secunda de proportionibus numerorum.

Nvmerus ad numerum proportionem habet equalem, uel maiorem, uel minorem. Equalem quando numeri sunt ad inuicem equales, ut 3, et 3. Numeri, qui ad inuicem in maiori proportione sunt, habent proportionem, secundum quod exiit ex diuisione maioris numeri in minorem, ut 8 ad 4, que sunt in dupla proportione; ideo quia 8 diuisis in 4, exeunt 2; uel quia 8 dupla sunt de 4. Item 9 ad 3 sunt in tripla proportione; quia 9 tripla sunt de 3. Et 16 ad 5 sunt in tripla proportione, et quinta; ideo quia, diuisis 16 per 5, exeunt $\frac{1}{5}$ 3. Et sic intelligatur de reliquis maiorem habentibus proportionem. Numeri, qui minorem habent proportionem, sunt in ea proportione, que exiit ex diuisione minoris in maiorem, ut 4 ad 8, que sunt in dimidia unius proportionis: quia 4 diuisis in 8 dimidium redunt unius; uel quia 4 dimidium sunt de 8. Item 3 ad | sunt in tertia unius proportionis; quia 3 sunt tertia de 9, et 5 ad 16 sunt in $\frac{5}{16}$ unius integre proportionis; quia 5 diuisis in 16, nimirum $\frac{5}{16}$ unius integri reddunt.

Si queratur de 6, ad quem numerum eandem habeat proportionem, quam 3 ad 5, sic facies. Multiplica 5 per 6, erunt 30; que diuide per 3, exibunt 10, que sunt quesitus numerus; quia sicut 3 sunt ad 5, ita 6 sunt ad 10. Solent enim ex usu nostri uulgaris hanc eandem questionem aliter proponere: uidelicet ut si 3 essent 5; quid nam essent 6: et cum ita proponitur, multiplicantur similiter 5 per 6, et diuiditur summa per 3.

Item queritur de 11 ad quem numerum habeat eandem proportionem, quam 5 ad 9: hoc est secundum modum uulgarem, si 5 essent 9, quantum essent 11. Multiplicabis ergo 9 per 11, et diuides per 5, exibunt $\frac{4}{5}$ 19 pro quesito numerum (*sic*).

proportio
10

proportio
$\frac{4}{5}$ 10

Modus alius de proportionibus sic.

Si propositum fuerit tibi, quod si 7 essent dimidium de 12, quantum esset dimidium de 10: hec enim positio dupplici Modo potest intelligi, uidelicet cum dicitur : si 7 essent dimidium de 12; aut intelligitur quod medietas de 12, que est 6, crescit in 7 ; aut 7 diminuuntur in dimidium de 12, hoc est in 6. Vnde si 6, que sunt dimidium de 12, crescunt in 7; ergo et dimidium de 10 crescet: et tunc tali regula indigebis: multiplicabis 7 per 10, et diuides per 12, exibunt $\frac{5}{6}$ 5 pro dimidio de 10; et si intelligere uolumus, quod 7 minuantur in 6, hoc est in medietate de 12. Ergo et medietas de 10 minuetur ; et tunc multiplicabis prescriptum 6 per dimidium de 10 , scilicet per 5 , erunt 30; que diuides per 7, exibunt $\frac{2}{7}$ 4; et tantum essent tunc dimidium de 10. Et sic similes questiones, per qualem uolueris modum, ex duobus prescriptis modis soluere poteris. Tamen nos semper utimur per primum modum interrogantibus respondere.

proportio
$\frac{5}{6}$ 5

proportio
$\frac{2}{7}$ 4

XII.2.4

Si $\frac{1}{3}$ esset $\frac{1}{4}$, quantum esset $\frac{1}{5}$: hec questio talis est, qualis si diceretur: $\frac{1}{2}$ unius Rotuli pro $\frac{1}{4}$ unius bizantii; quantum ualent $\frac{1}{5}$ unius Rotuli. Quare seribenda est hec questio ad modum negotiationis, et operandum secundum quod in similibus in octauo capitulo docuimus.

R) $\frac{1}{4}$	R) $\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}\ \frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$

Si queratur inuenire quattuor integros numeros proportionales, quorum primus sit ad secundum, sicut tertius ad quartum; hoc est que pars, uel partes erit primus numerus de secundo, eadem pars, uel partes sit tertius numerus de quarto: uel quam multiplex fuerit primus de secundo, tam multiplex sit tertius de quarto numero: pones pro primo et secundo numero duos numeros ad libitum, quales uis. Sitque primus 3; secundus 7; et pro tertio numero pone numerum, qui possit diuidi integraliter per primum numerum. Sitque 6; et diuide 6 per primum numerum, scilicet per 3, exibunt 2; per que 2 multiplica ipsum numerum, scilicet 7, erunt 14, que est quartus numerus. Verbi gratia: sunt enim 3 de 7 tres septime. Similiter et 6 de 14 sunt $\frac{3}{7}$: potes etiam 14 habere pro primo numero; 6 pro secundo; 7 pro tertio; 3 pro quarto: quare quam multiplicia sunt 14 de 6, tam multiplicia sunt 7 de 3: sunt enim 14 bis tantum, et tertia 16; et tam multiplicia sunt 7 de 3: et notandum cum quattuor numeri predicto Modo proportionales fiunt, permutatim erit primus ad tertium, sicut secundus ad quartum: est enim primus 3 ad tertium 6, sicut secundus 7 ad quartum 14: dimidium est enim unusquisque antecedentis uniuscuiusque numerus sui consequentis: et notandum iterum, quod in quattuor proportionalibus numeris semper sit multiplicatio primi numeri in quartum, quantum multiplicatio secundi in tertium. Vt hec in qua multiplicatio de 3 in 14 facit quantum multiplicatio de 6 in 7.

Item sit sicut primus numerus ad secundum, et tertius ad quartum, ita quintus ad sextum. Inuentis primum quattuor numeris proportionalibus, ut supra, pones quintum numerum ad libitum, qui diuidatur integraliter per primum numerum. Sit 15, quo diuiso per 3, reddunt 5; per que multiplica secundum | numerum 7, erunt 35, que sunt sextus numerus.

Et si proponatur diuidere 10 in quattuor inequales partes proportionales, scilicet quod multiplicata prima in quartam, faciat multiplicationem secunde in tertiam; inuenies primum quattuor numeros proportionales; sitque 3, et 7, et 6, et 14; et adde eos insimul, erunt 30; ex quibus 10 sunt tertia pars. Quare accipies tertiam partem de quattuor positis numeris; et habebis pro prima parte 1; pro secunda $\frac{1}{2}$ 2; pro tertia 2; pro quarta $\frac{2}{3}$ 4: et scias, quod talis proportio proportionalitas appellatur. Est enim quedam alia proportio, que uocatur continua, in qua omnes numeri sunt in una, et eadem per ordinem ad inuicem proportione; uidelicet sicut primus numerus est ad secundum, ita secundus ad tertium, et tertius ad quartum, et quartus ad quintum; et deinceps per ordinem est unusquisque ad unumquemque.

XII.2.8

Si uolueris inuenire numeros quotcumque in continua proportione, pone primum numerum qualem uis, secundum aliquem multiplicem primi, ut duplum, uel triplum, aut alium quemuis multiplicem; et pones tertium tam multiplicem secundi, quam multiplex fuerint secundus ex primo numero. Similiter quam multiplex fuerit tertius secundo, tam multiplicem pone quartum tertio, et quintum quarto, et unumquemque de unoquoque suo antecedente. Verbi gratia: Volumus quinque numeros in continua proportionalitate reperire. Sit quidem primus eorum 1; secundus 2, scilicet duplus primi; tertius duplus secundi, scilicet 4; quartus duplus tertii, scilicet 8; quintus duplus quarti, scilicet 16: est enim 1 de 2 dimidium; quod idem sunt 2 de 4, et 4 de 8, et 8 de 16. Similiter sicut 16 sunt duplum de 8, ita 8 sunt duplum de 4; et 4 de 2; et 2 de 1: et sic potes ponere unumquemque numerorum triplum, uel alium quem uis multiplicem sui antecedentis inuenires.

Et notandum, quod cum tres numeri continue proportionales fuerint, erit multiplicatio primi in tertium, quantum multiplicatio secundi in se ipsum. Verbi gratia : sint in continua proportione 3, et 9, et 27 : est enim multiplicatio de 3 in 27, quantum multiplicatio de 9 in se ipsa, scilicet 81 : et cum quattuor numeri continue proportionales sunt, facit multiplicatio primi in quartum, quantum multiplicatio secundi in tertium; et multiplicatio primi in tertium, quantum multiplicatio secundi in se ipsum; et multiplicatio secundi in quartum, quantum multiplicatio tertii in se ipsum. Vt si primus numerus fuerit 1; secundus 2 ; tertius 4 ; quartus 8, poteris cognoscere in ipsis que diximus. Similiter, cum plures numeri continue proportionales sint, est semper multiplicatio extremorum equalis multiplicationi reliquorum extremorum; et hoc usque quod non remanserit numerus in medio proportionalium numerorum. Verbi gratia : Si nouem numeri proportionales fuerint, erit multiplicatio primi numeri in nonum, quantum multiplicatio secundi in octauum; et tertii in septimum; et quarti in sextum; et quinti, qui est in medio proportionis in se ipsum. Ad cuius rei euidentiam, sint nouem numeri in continua proportione 1, et 2, et 4, et 8, et 16, et 32, et 64, et 128, et 256: est enim multiplicatio de 1 in 256, quantum multiplicatio de 2 128 , et de 4 in 64, et de 8 in 32, et de 16 in se. Ex hoc enim procedit materia multiplicandi figuras, quam docuimus in secundo capitulo, ut in eodem capitulo continetur.

Si queratur inuenire duos numeros, quorum $\frac{2}{7}$ unius sit $\frac{3}{8}$ alterius, multiplicabis in cruce 7 per 3, et 8 per 2, et habebis pro primo numero 21; pro secundo 16: sunt 6 enim $\frac{2}{7}$ de 21, et $\frac{3}{8}$ de 16: procedit enim hec regula ex his que secuntur; quia $\frac{2}{7}$ de $\frac{3}{8}$ cuiuslibet numeri sunt quantum $\frac{3}{8}$ de $\frac{2}{7}$ eiusdem numeri. Vnde cum multiplicamus 7 per 3, tunc accepimus $\frac{3}{8}$ de 56; que 56 surgunt ex multiplicatione eorumdem 7 in 8, que sunt sub uirgulis: quia que proportio est de 3 ad 8, eadem proportione ex septies 3 ad septies 8; | et quando multiplicamus 8 per 2, tunc accepimus $\frac{2}{7}$ de eisdem 56. Vnde $\frac{2}{7}$ de 21, scilicet de $\frac{3}{8}$ de 56, sunt quantum $\frac{3}{8}$ de 16, scilicet de $\frac{2}{7}$ de 56.

Item $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ unius numeri sint $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ alterius, redige $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ in partes unius numeri, erunt $\frac{7}{12}$: quod idem facies de $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$, erunt $\frac{9}{20}$. Ergo $\frac{7}{12}$ primi numeri sunt $\frac{9}{20}$ secundi. Idcirco ordine suprascripto multiplicabis 12 per 9, et 20 per 7, et habebis primum numerum 108; secundum 140: quos etiam possumus habere in minoribus numeris; cum uterque ipsorum numerorum possit diuidi integraliter per 4. Quare si quartam partem uniuscuiusque acceperimus, et habebimus primum numerum 27; secundum 35: uel aliter quia in unaquaque duarum multiplicationum suprascriptarum Multiplicatur numerus, cuius quarta pars est integra, in prima quarum est 12; in secunda 20. Quare multiplica tantum quartam partem de 12 per 9, et quartam partem 20 per 7, et habebis similiter 27 et 35.

XII.2.12

Rvrsum $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ primi, sint $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ secundi; redige similiter $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ in partes unius numeri, erunt $\frac{47}{60}$. Similiter fac de $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$, erunt $\frac{37}{60}$; et multiplicabis 60, que sunt sub 47 per 37; et 60, que sunt sub 37 per 47: uel ut habeas minores numeros; Multiplicabis tantum sexagesima de 60 per numerum eis existentem ex aduerso, et habebis primum numerum 37; secundum 47: et sic potes procedere in similibus.

XII.2.13

Irerum sunt tres numeri, quorum $\frac{2}{5}$ primi sunt $\frac{3}{7}$ secundi, et $\frac{1}{9}$ tertii: pone partes prescriptas in ordinem sic $\frac{1}{9}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{2}{5}$. Et multiplicabis unumquemque numerorum existentem sub uirgula per numerum existentem super unam de duabus uirgulis reliquis; et summam multiplicabis per alium numerum, qui est super aliam uirgulam, et habebis quesitos numeros. Verbi gratia: multiplicatis 5, que sunt sub prima uirgula, per 3, que sunt super 7; quibus per 4, que sunt super 9, habebimus primum numerum 60. Item multiplicabis 7 per 4; quibus per 2, reddent pro secundo numero 56. Rursum multiplicatis 9, que sunt sub tertia uirgula, per 3, et per 2, reddunt pro tertio numero 54.

Nam si, unde hec regula procedat, noscere uis; considera qualiter $\frac{2}{5}$ de $\frac{3}{7}$ de $\frac{4}{9}$ cuiuslibet numeri sunt quantum $\frac{3}{7}$ de $\frac{4}{9}$ de $\frac{2}{5}$ eiusdem numeri; et quantum $\frac{4}{9}$ de $\frac{3}{7}$ de $\frac{2}{5}$ eiusdem numeri: quibus consideratis cognosces, nos superius accepisse $\frac{4}{9}$ de $\frac{3}{7}$ ex numero, quod ex multiplicatione exiit de 9 in 7 ducta in 5, scilicet de 315: cum multiplicauimus 5 per 3; que per 4, unde habuimus 60: similiter cum habuimus 56, accepimus $\frac{4}{9}$ de $\frac{2}{5}$ de 315: et adhuc cum habuimus 54, accepimus $\frac{3}{7}$ de $\frac{2}{5}$ de 315. Vnde $\frac{2}{5}$ de 60, que sunt $\frac{3}{7}$ de $\frac{4}{9}$ de 315, sunt quantum $\frac{3}{7}$ de 56, que sunt $\frac{4}{9}$ de $\frac{2}{5}$ de 315; et quantum $\frac{4}{9}$ de 54, que sunt $\frac{3}{7}$ de $\frac{2}{5}$ ex eisdem 315. Est enim quelibet predictarum sumptionum 24, que proueniunt ex multiplicatione de 2 in 13 ducta in 4: possunt enim reperiri in minoribus numeris, si inuenti tres numeri, scilicet 60, et 56, et 54 diuiseris per 2, que sunt comunis regula eorum: et erit primus numerus 32; secundus 28; tertius 27.

Et si proponatur, quod $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$, scilicet $\frac{7}{12}$ primi numeri sint $\frac{1}{5}\ \frac{1}{4}$, scilicet $\frac{9}{20}$ secundi, et $\frac{1}{6}\ \frac{1}{5}$, scilicet $\frac{11}{30}$ tertii; pone in ordinem $\frac{11}{30}\ \frac{9}{20}\ \frac{7}{12}$, et multiplicabis 12 per 9; que per 11; et 20 per 11; que per 7; et 30 per 9; que per 7; et cuitabis $\frac{1}{2}$ ex unaquaque multiplicatione, et habebis primum numerum 594; secundum 770; tertium 945.

Item sunt tres numeri, quorum $\frac{1}{3}$ primi est quantum $\frac{1}{4}$ secundi; et $\frac{1}{5}$ secundi est quantum $\frac{1}{6}$ tertii numeri: inuenias primum duos numeros, quorum $\frac{1}{3}$ unius sit $\frac{1}{4}$ alterius: erunt 3, et 4: post hec inuenies alios duos numeros, ex quibus $\frac{1}{5}$ unius sit $\frac{1}{6}$ alterius; eruntque 5, et 6 : ergo primus numerus est ad secundum, sicut 3 est ad 3; et secundus ad tertium, sicut 5 est 6: quare pones 3, et 4 in unam lineam; et 5, et 6 in aliam ; ita quod 5 sit super 4, ut hic ostenditur: et multiplicabis 5 per 3, et 5 per 4, et 4 per 6, et habebis primum numerum 15; secundum 20; tertium 24. Verbi gratia: sicut 3 est ad 4, ita aliquod multiplex de 3 est ad idem multiplex de 4 : ergo sicut 3 sunt ad 4 , ita quinquies 3, scilicet 15, sunt ad quinquies 4 , scilicet ad 20. Item sicut 5 sunt ad 6, ita aliquod multiplex de 5 est ad idem multiplex de 6 : ergo sicut 5 sunt ad 6 , ita quadruplum de 5, scilicet 20, sunt ad quadruplum de 6, scilicet ad 24: inuentus est enim primus numerus 15 ad secundum 20, sicut 3 est ad 4; et secundus 20 ad tertium 24, sicut 5 ad 6, ut querebamus.

15	20	24
	5	6
3	4	

Et si proponatur, quod numeri sint quattuor; et primus, et secundus, et tertius illorum sint ad inuicem in proportionibus suprascriptis; et $\frac{2}{5}$ tertii numeri sint $\frac{3}{7}$ quarti numeri; inuenies primum tres numeros suprascriptos, scilicet 15, et 20, et 24: deinde inuenies duos numeros, quorum $\frac{2}{5}$ unius sint $\frac{3}{7}$ alterius; eruntque 15, et 14: et scribes eos super alios tres numeros, ut hic ostenditur; et multiplicabis 15, que sunt super 24 per 15, et per 20, et per 24; que per 24: multiplicabis 14, et habebis primum numerum 225; secundum 300; tertium 360; quartum 336: et est tertius numerus ad quartum sicut 15 sunt ad 14; cum $\frac{2}{5}$ tertii numeri sint $\frac{3}{7}$ quarti: et sic potes plurimos numeros in quibuslibet proportionibus inuenire.

primus	*secund.*	*tertius*	*quart.*
225	300	360	336
		15	14
15	20	24	